

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS DE CAMINS, CANALS I PORTS DE BARCELONA

INSTITUT DE RECERCA FLUMEN (UPC-CIMNE)

TESIS DOCTORAL

**Modelación numérica integrada de los procesos
hidráulicos en el drenaje urbano**

Autor:

José Luis Aragón Hernández

Director:

Dr. Ernest Bladé i Castellet

**Memoria presentada para obtener el grado de
DOCTOR POR LA UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Programa de Doctorado en Ingeniería Civil**

Barcelona, mayo de 2013

RESUMEN

El crecimiento continuo de las ciudades, o la ocurrencia de un evento extraordinario de lluvia, en muchas ocasiones sobrepasa las medidas de diseño de algunos de los elementos del drenaje urbano (principalmente elementos de captación y colectores) provocando que el sistema de drenaje de una población sea incapaz de desalojar el escurrimiento por dicho evento. El resultado final, es una inundación. Las consecuencias de ello son problemas de circulación para vehículos y personas, daños materiales, e incluso la pérdida de vidas humanas, en función principalmente de los valores de las variables hidráulicas como el calado y la velocidad del flujo.

En este contexto, es clara la necesidad de contar con herramientas numéricas para reproducir dichos eventos y proponer actuaciones. Por este motivo, en este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo numérico integrado uni/bidimensional, para el cálculo de los procesos hidráulicos que ocurren en el drenaje urbano de forma totalmente acoplada. Por un lado el drenaje urbano se compone de diferentes elementos y por el otro el modelo numérico integrado se forma de diferentes modelos numéricos, el resultado de ello y para efectos prácticos y de modelación numérica son modelos de tejados, calles, elementos de captación, conductos y unión de conductos. Cada modelo dispone de al menos una opción de modelación numérica, que permite calcular el proceso hidráulico en el elemento correspondiente. De esta forma, el modelo numérico integrado se puede utilizar de forma conjunta, o cada uno de los modelos de forma separada.

El modelo de tejados emplea las ecuaciones de la onda cinemática en una dimensión y las ecuaciones de aguas poco profundas en dos dimensiones para modelar el proceso de transformación lluvia-escurrimiento y la propagación del flujo en los tejados. Por su parte el modelo de calles únicamente emplea las ecuaciones de aguas poco profundas en dos dimensiones para calcular el proceso de transformación lluvia-escurrimiento y la propagación del flujo en las calles. Es importante destacar que, para que la modelación sea más realista, el flujo proveniente de los tejados puede descargar ya sea de forma puntual o de forma uniforme tanto en las calles como en los colectores.

En los colectores y en las uniones de una red de alcantarillado ocurren fenómenos hidráulicos complejos, de ahí que se cuente con diferentes alternativas para su cálculo. De esta forma, en el modelo de conductos, se emplean las ecuaciones de Saint Venant en una dimensión para el cálculo del flujo en

lámina libre. Para el cálculo de flujo en presión se dispone de tres opciones: el método de la ranura de Preissmann, dos modelos de dos ecuaciones (ecuaciones de flujo en lámina libre y ecuaciones de flujo en presión): uno considera flujo incompresible en presión y otro flujo compresible en presión. Además, se dispone de una formulación para considerar el efecto que el aire atrapado (ya sea delante de un frente de onda de presión o entre dos frentes de onda de presión) tiene sobre la hidrodinámica del flujo. En el modelo de la unión de conductos se cuenta con dos aproximaciones: la formulación en una dimensión, empleada por la mayoría de modelos y una formulación en dos dimensiones basada en las ecuaciones de aguas poco profundas en dos dimensiones.

La interacción entre el sistema de drenaje mayor (tejados, calles, áreas verdes, áreas grises, canales naturales y canales artificiales, etc.) y el sistema de drenaje menor (colectores, uniones, compuertas, etc.), conocida como drenaje urbano dual, es un proceso complejo pero fundamental, se realiza en los puntos físicos correspondientes a la localización espacial de los elementos de captación (fuentes y sumideros). De esta forma en el modelo de los elementos de captación, los caudales de intercambio de este proceso, se pueden estimar con la metodología Flumen y/o empleando las ecuaciones tipo orificio y vertedero.

Desde el punto de vista numérico, para la solución de las ecuaciones de flujo en lámina libre en una dimensión, las ecuaciones de flujo en presión en una dimensión y las ecuaciones de aguas poco profundas en dos dimensiones, se emplean esquemas numéricos en volúmenes finitos, capaces de calcular discontinuidades y frentes de onda en la solución, sin necesidad de técnicas adicionales. En cambio, para la solución de las ecuaciones de la onda cinemática en una dimensión, se utiliza un esquema en diferencias finitas. Además, se usa el método de las características para la imposición de condiciones de contorno y el método de Newton-Raphson para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales.

Para cada uno de los modelos numéricos implementados en primer lugar se evalúa su funcionamiento y desempeño, posteriormente se valida y en algunos casos se realiza alguna aplicación, primero de forma separada y posteriormente empleando más de un modelo numérico. Para ello, se emplean casos de referencia, resultados de otros modelos numéricos, soluciones analíticas y ensayos de laboratorio existentes en la literatura técnica. Los resultados de este proceso indican que los modelos numéricos son capaces de reproducir de forma aceptable y con un nivel de precisión adecuado los tipos de flujo modelados: flujo en lámina libre en régimen lento y en régimen rápido, flujo en presión positiva y negativa, además de las transiciones que se pueden presentar entre estos flujos, como frente seco-

mojado y cambio de flujo en lámina libre a flujo en presión (flujo mixto), incluso con la presencia de aire atrapado.

Por otra parte, el modelo numérico integrado se aplica a dos cuencas urbanas totalmente distintas entre sí, por su geometría, las características de los elementos del drenaje urbano, y las condiciones y variedad de flujos que ocurren. Los resultados obtenidos permiten decir que el modelo es capaz de resolver esta variedad de flujos de forma razonable y funcionar de forma integrada entre los elementos del drenaje urbano. Ello permite pensar que, el modelo numérico integrado se puede utilizar en el cálculo de los procesos hidráulicos del drenaje urbano, con un desempeño satisfactorio.

ABSTRACT

Due to the continuous growth of the cities and the extreme rain events, the design of current urban drainage systems may not be adequate (especially inlet elements and sewer pipes), and this can result in the fact that these urban drainage systems are not able any more to evacuate the runoff. The final result is flood. The consequences of this can be problems transport and material damages, including loss of human lives, depending on the velocity and level of water.

In this context, it is clear that new numerical tools are needed in order to reproduce these events and propose actions. For this reason, this work presents a completely coupled one/two-dimensional numerical model to calculate hydraulic processes that occur in urban drainage. Urban drainage includes different elements that are integrated in the numerical model, like roofs, streets, inlet elements, pipes and junctions. Therefore, there is at least one numerical model for every element, which allows to calculate the corresponding hydraulic process. In this way, the integrated numerical model can be used together, or part by part, as separated models for each element.

The model of the roofs uses the one dimensional kinematic wave equations and the two-dimensional shallow water equations to model the rainfall-runoff transformation process and the propagation of the flow over the roofs. The model for the streets only uses the two-dimensional shallow water equations in order to calculate the rainfall-runoff transformation process and the propagation of the flow in the streets. It is important to mention, in order to be more realistic, that the flow from the roofs can discharge either in punctual or uniform mode either on the streets or in the sewer pipes.

In the sewer pipes and in the junctions of the sewage system, complex hydraulic phenomena occur, therefore there are different options for calculation. For the model of the pipes, to calculate the free surface flow the one dimensional Saint-Venant equations are used. For the calculation of the pressurized flow there are three options: the Preissmann slot method and two models with two equations (equations of free-surface flow and equations of pressurized flow): one considering the pressurized flow to be incompressible and the other considers it compressible. Moreover, there is a formulation for the effects of the air that is trapped (it can be trapped in front of a pressure wave or between two wave fronts of pressure waves). The model of the junctions has two approximations: a one

dimensional approximation conventionally used by other models and formulation in two dimensions based on the shallow water equations.

The interactions between the major (roofs, streets, green areas, grey areas, natural canals and artificial canals) and the minor drainage system (sewer pipes, junctions, gates, etc.) known as urban dual drainage is a complex but fundamental process that occurs in some physical points: sources and sinks. The discharges through the inlet elements can be approximated by the Flumen methodology or using the orifice or weir equations.

From the numerical point of view, the solution of the one dimensional Saint Venant equations, the one dimensional pressurized flow equations and the two dimensional shallow water equations are solved by finite volumes numerical schemes, which are able to calculate discontinuities and wave fronts in the solution without the need of additional techniques. On the other hand, for the solution of the one dimensional kinematic wave equations a finite differences scheme is used. Moreover, the method of characteristics is used in order to impose boundary conditions and the Newton-Raphson method is used to solve non-linear systems of equations.

For each numerical model the results and the performance are evaluated and later validated, first each model separately and then together. In order to do this, reference cases, results of other numerical models, analytical solutions and laboratory experiments existing in the technical literature are used. The results of this process show that the numerical models are able to reproduce in an acceptable way and with an adequate level of precision the different types of flow: free surface flow in subcritical/supercritical regime, flow under negative or positive pressure and the transitions that can be present between these flow types: dry-wet front and change from free surface flow to pressurized flow (mixed flow) including the presence of trapped air.

On the other hand, the integrated numerical model is used in two completely different urban catchments. These catchments have different geometries, different elements of urban drainage and different conditions and flows. The obtained results show that the model is able to solve properly this variety of flows and it can account for the different elements of urban drainage in a coupled way. This leads to the conclusion that the integrated numerical model can be used in the calculation of the hydraulic processes taking place in urban drainage with satisfactory performance.

AGRADECIMIENTOS

Al escribir este apartado llega el momento de mirar atrás y recordar todas las cosas que han pasado, cosas que sin duda te marcan para toda la vida. Así, desde que me nació la inquietud de realizar estudios de doctorado hasta este instante, muchas personas han participado de una o de otra forma, algunas más que otras, para que esta tesis vea la luz. Si hago alguna omisión involuntaria, que sepan que todos y cada uno de ustedes ha sido, son y serán muy importantes para mí.

Realizar estudios fuera de tu país de origen no es fácil, ya que tienes que valorar aspectos relacionados con el tema de tu investigación doctoral, financiamiento, costumbres, cultura, etc. En este sentido, por un lado, el Dr. Óscar Fuentes, el Dr. Ramón Domínguez y el M. I. Víctor Franco, todos ellos del Instituto de Ingeniería de la UNAM, y por el otro, el Dr. Josep Dolz, del al *Institut de Recerca Flumen* (UPC-CIMNE), todos ellos interesados en mantener viva la relación entre estas dos instituciones en beneficio sobretodo de los estudiantes y sin duda alguna su opinión fue determinante para que yo llegara a este último lugar. A día de hoy han marcado un antes y un después en mi vida profesional, por ello, les agradezco la confianza que han depositado en mí, por brindarme su amistad, y por dar seguimiento aunque no sea su obligación de los avances de mi investigación.

Aunque tenía claro los temas en los que deseaba desarrollar mi línea de trabajo, desde nuestro primer contacto, las ideas del Dr. Ernest Bladé y mi futuro director de tesis me ayudaron a tomar una decisión. Ernest te agradezco la confianza que me brindaste desde un principio, el tiempo que dedicaste para que me introdujera en la modelación hidráulica, la paciencia empleada para ayudarme a resolver problemas surgidos en el desarrollo de este trabajo, por el ánimo a continuar en los momentos que uno desea declinar, y sobre todo por las sugerencias y recomendaciones para mejorar esta tesis, de verdad muchas gracias.

Para la aplicación del modelo numérico desarrollado, se necesitan entre otros, datos de ensayos de laboratorio, pero debido a la amplitud del trabajo, estos no se realizaron. En este ámbito, agradezco la colaboración desinteresada del Dr. Martí Sánchez y el Dr. Manuel Gómez para facilitarme información empleada en el cuerpo de la tesis. Gracias Manolo por el tiempo empleado para trasmitirme parte de tu experiencia y conocimientos sobre drenaje urbano.

Fueron muchos días de trabajo diario, lo cuales fueron más llevaderos gracias a su amistad, al buen ambiente de trabajo y los buenos momentos que he pasado junto a mis compañeros de despacho: Carlos Sepulveda, Beniamino Russo, Anaïs Ramos, Jordi Prats, Úrsula Ibañez, Carlos Caro, Gonzalo Olivares, Irene Seco, Soledad Estrella, Eduard Galvis, Eduardo Martínez y Joaquín Rabadà. Mención especial merecen la ayuda invaluable en temas diversos de Hans Sánchez, en la introducción a GiD de Georgina Corestein y, la colaboración por un lado con Belén Martí y por el otro con Rodrigo Concha en proyectos de trabajo. Un reconocimiento personal a la labor y entusiasmo de Georgina Corestein, Marina Arbat y Klaudia Horvath en la revisión y sugerencias para mejorar este trabajo. Además, se agradece las facilidades brindadas por Cesca Torrella en las gestiones administrativas y por Juan Pomares cuando hubo necesidad de trabajar en el laboratorio.

A pesar de estar a una distancia de alrededor de 10,000 km de mi gran familia, siempre he tenido su incondicional apoyo, es por ello que agradezco a mis hermanos, sobrinos y sus respectivas familias. De manera muy especial, para cuatro personas que estimo mucho: Francisca Hernández, Flor Garnica, Xóchitl Aragón y Yarezi Aragón. Gracias a su cariño, paciencia y comprensión, pude continuar trabajando cada día. Cada una de ustedes me ha brindado lo mejor de sí, quizás por mi parte sientan que no he hecho lo mismo, pero tenga la seguridad que siempre lo intento. Espero me dejen disfrutar de ustedes toda mi vida.

Con el paso del tiempo he conocido amigos en diferentes partes. Agradezco a mis amigos de Río Seco y Santa María Zoquitlán (Oaxaca, México) por permitirme disfrutar y de no olvidar nuestras costumbres, dejándome ser y sinceramente así lo creo, uno más de ustedes. A mis amigos y compañeros de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y del Instituto de Ingeniería de la UNAM, agradezco su amistad, que a pesar de la distancia y del paso del tiempo se conserva, y saber que cuando se necesita de su apoyo, éste es ilimitado e incondicional. Las personas que he conocido en esta aventura, que con el tiempo hemos logrado una linda amistad, que también ha servido para evitar la nostalgia de la lejanía de la familia. Con algunos de ustedes nos separa la distancia, pero los llevo en mi corazón, sin duda el destino nos dará una nueva oportunidad, para repetir los buenos momentos que hemos pasado juntos.

Esta tarea emprendida, no hubiera sido posible sin el apoyo económico en diferentes etapas del Instituto de Ingeniería de la UNAM, del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología del gobierno de México (CONACyT), de la Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo (AECID) y del *Institut de Recerca Flumen*.

A todos, personas e instituciones ¡mil gracias!

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	iii
ABSTRACT.....	vii
AGRADECIMIENTOS.....	ix
ÍNDICE DE CONTENIDO	xi
LISTA DE FIGURAS	xvii
LISTA DE TABLAS	xxv
LISTA DE SÍMBOLOS	xxvii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Justificación	2
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Descripción del trabajo.....	4
2 ECUACIONES DE GOBIERNO.....	7
2.1 Ecuaciones de flujo en lámina libre en 2D	9
2.2 Ecuaciones de flujo en lámina libre en 1D	11
2.3 Ecuaciones de flujo en presión en 1D	13
2.4 Ecuaciones de la onda cinemática en 1D	16
2.5 Propiedades de los sistemas hiperbólicos.....	17
2.5.1 Valores y vectores propios en 1D.....	18
2.5.2 Valores y vectores propios en 2D.....	20
3 MÉTODOS Y ESQUEMAS NUMÉRICOS	23
3.1 Método de los volúmenes finitos.....	24
3.1.1 Aspectos previos.....	26
3.1.1.1 Esquemas descentrados	27
3.1.1.2 Esquemas conservativos.....	28
3.1.1.3 El problema de Riemann	30

3.1.1.4	El método de Godunov	33
3.1.1.5	El Riemann solver de Roe.....	34
3.1.2	<i>Discretización espacial</i>	36
3.1.3	<i>Esquema numérico en 1D</i>	38
3.1.3.1	Discretización de la derivada temporal.....	39
3.1.3.2	Discretización del vector de flujo	40
3.1.3.3	Discretización del término independiente en 1D.....	43
3.1.4	<i>Esquema numérico en 2D</i>	45
3.1.4.1	Discretización del vector de flujo	47
3.1.4.2	Discretización del término independiente en 2D.....	48
3.1.5	<i>Estabilidad numérica</i>	49
3.1.6	<i>Condiciones iniciales y de contorno</i>	50
3.1.6.1	Condiciones iniciales	50
3.1.6.2	Condiciones de contorno externas	51
3.1.6.3	Condiciones de contorno de pared	51
3.1.7	<i>Condición de secado-mojado</i>	52
3.2	Método de las características.....	52
3.2.1	<i>Esquema de intervalos específicos</i>	55
3.3	Método de la onda cinemática en 1D	58
3.4	Método de Newton-Raphson	61
4	FLUJO MIXTO EN CONDUCTOS CERRADOS.....	63
4.1	Modelos de una ecuación.....	69
4.1.1	<i>Método de la ranura de Preissmann</i>	69
4.1.2	<i>Método TPA</i>	72
4.2	Modelos de dos ecuaciones	74
4.2.1	<i>Flujo incompresible en presión</i>	74
4.2.2	<i>Flujo compresible en presión</i>	75
4.3	Flujo en presión subatmosférica o negativa.....	76
4.4	Funcionamiento, desempeño y validación.....	79
4.4.1	<i>Flujo en lámina libre</i>	80
4.4.1.1	Curvas de remanso.....	80
	<i>Flujo subcrítico</i>	80
	<i>Flujo supercrítico</i>	81
4.4.1.2	Cambios de régimen	82
	<i>Flujo en régimen lento</i>	83
	<i>Flujo con régimen transcrito. Lento-rápido</i>	83

<i>Flujo con régimen transcrito. Lento-rápido-lento con resalto hidráulico</i>	84
4.4.1.3 <i>Propagación hidráulica</i>	85
<i>Experimento de Ackers y Harrison (1964)</i>	85
<i>Experimento de Abbott, et al. (1982)</i>	86
4.4.2 <i>Flujo en presión. Cierre gradual de una válvula</i>	88
4.4.3 <i>Flujo en presión negativa. Cierre brusco de una válvula</i>	91
4.4.4 <i>Flujo mixto</i>	93
4.4.4.1 <i>Entrada en carga desde el extremo aguas abajo</i>	94
<i>Experimento de Capart et al. (1997)</i>	94
<i>Experimento de Trajkovic et al. (1999)</i>	96
<i>Ensayos de Silvestre (1998)</i>	98
<i>Efecto de la celeridad y tamaño de celda</i>	101
4.4.4.2 <i>Entrada en carga desde el extremo aguas arriba</i>	103
<i>Colector hipotético</i>	103
<i>Ensayo de Silvestre (1998)</i>	106
4.4.4.3 <i>Entrada en carga por ambos extremos simultáneamente</i>	107
5 AIRE ATRAPADO EN CONDUCTOS CERRADOS	109
5.1 Aire atrapado entre dos frentes de onda	111
5.2 Aire atrapado delante de un frente de onda	111
5.3 Evaluación y aplicación	115
5.3.1 <i>Ensayo de Silvestre (1998)</i>	115
6 UNIÓN DE CONDUCTOS	119
6.1 Formulación en 1D	122
6.1.1 <i>Unión con y sin almacenamiento</i>	125
6.1.2 <i>Flujo acoplado y no acoplado</i>	126
6.1.3 <i>Unión con disipación de energía cinética</i>	127
6.1.4 <i>Pérdidas de energía locales</i>	128
6.2 Formulación en 2D	130
6.3 Funcionamiento, desempeño y validación	135
6.3.1 <i>Unión de 4 canales</i>	136
6.3.2 <i>Unión de 2 canales</i>	142
6.3.3 <i>Cámara-unión de colectores</i>	148
7 DRENAJE URBANO DUAL	153
7.1 Descripción de los procesos hidráulicos en el drenaje urbano	157

7.2	Interacción de flujo.....	160
7.3	Caudales de intercambio	160
7.3.1	<i>Formulación orificio/vertedero.....</i>	161
7.3.2	<i>Metodología Flumen</i>	163
7.4	Drenaje dual	165
7.5	Validación y aplicación	167
7.5.1	<i>Ensayo de sumidero en un vial urbano</i>	168
7.5.2	<i>Efecto de los elementos de captación sobre la hidrodinámica del flujo en calles</i>	171
8	MODELO NUMÉRICO INTEGRADO	183
8.1	Estructura del modelo	183
8.1.1	<i>Tejados, áreas verdes, áreas grises, etc.</i>	184
8.1.1.1	Ecuaciones de la onda cinemática en 1D	185
8.1.1.2	Ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.....	186
8.1.2	<i>Calles, áreas verdes, áreas grises, etc.</i>	187
8.1.3	Conductos	188
8.1.4	Unión de conductos	188
8.1.5	Elementos de captación.....	189
8.2	Preproceso de datos y postproceso de resultados	189
8.3	Validación	191
8.3.1	<i>Flujo en 1D sobre un plano inclinado.....</i>	192
8.3.2	<i>Lluvia sobre un plano inclinado</i>	193
8.3.3	<i>Conservación de volumen en un proceso de secado-mojado en 2D.....</i>	195
8.3.4	<i>Rotura de presa en 2D</i>	196
8.3.5	<i>Flujo no permanente en una red de canales arborescente</i>	199
8.3.6	<i>Flujo transitorio en una red de colectores mallada</i>	205
9	CASOS DE APLICACIÓN	209
9.1	Cuenca urbana La Riereta.....	209
9.1.1	<i>Sistema de drenaje mayor</i>	211
9.1.2	<i>Sistema de drenaje menor.....</i>	216
9.1.3	<i>Modelación numérica.....</i>	217
9.1.4	<i>Resultados y comparación.....</i>	219
9.2	Cuenca urbana Orchard.....	229
9.2.1	<i>Sistema de drenaje mayor</i>	230
9.2.2	<i>Sistema de drenaje menor.....</i>	232

9.2.3	Modelación numérica.....	233
9.2.4	Resultados	234
10	CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS	239
10.1	Conclusiones generales	239
10.2	Conclusiones particulares.....	240
10.3	Desarrollos futuros	244
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	247

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 Solución del problema de Riemann para un sistema lineal de 2x2	32
Figura 3.2 Tipos de malla: a) Malla en una dimensión, b) malla estructurada en dos dimensiones y c) malla no estructurada en dos dimensiones	36
Figura 3.3 Generación de mallas. a) Malla triangular original, b) volúmenes finitos tipo celda, c) volúmenes finitos tipo vértice y d) volúmenes finitos tipo arista	37
Figura 3.4 Discretización en volúmenes finitos: a) en 1D y b) en 2D	38
Figura 3.5 Curvas características positiva y negativa	55
Figura 3.6 Esquema de interpolación para flujo en régimen subcrítico (izquierda) y régimen supercrítico (derecha)	56
Figura 3.7 Malla de cálculo para la solución de las ecuaciones de la onda cinemática en 1D con un esquema en diferencias finitas	59
Figura 4.1 Flujo mixto en un conducto: transición gradual (izquierda) y transición brusca (derecha)	64
Figura 4.2 Método de la ranura de Preissmann. a) Flujo en lámina libre, b) flujo en presión y c) flujo en presión negativa	72
Figura 4.3 Esquema para actualizar el estado de un volumen finito en el instante de tiempo $n + 1$	77
Figura 4.4 Calado y carga de presión en función del área mojada	78
Figura 4.5 Celeridad de la onda de gravedad y de la onda de presión en función del área mojada	78
Figura 4.6 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para las curvas de remanso tipo M1 (arriba) y M2 (abajo). Flujo subcrítico	81
Figura 4.7 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para las curvas de remanso tipo S2 (arriba) y S3 (abajo). Flujo supercrítico	82
Figura 4.8 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen lento	83
Figura 4.9 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen transcrito (de lento a rápido)	84
Figura 4.10 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen transcrito (lento-rápido-lento con resalto hidráulico)	84
Figura 4.11 Calados medidos en $x=8.66$ m y $x=77.94$ m, y calados calculados en los puntos más próximos ($x=9.024$ m y $x=78.205$ m)	86
Figura 4.12 Hidrograma de entrada y comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector	87

Figura 4.13 Sensibilidad del hidrograma de salida del colector al número de celdas	87
Figura 4.14 Tiempo de cálculo (eje principal) y paso de tiempo (eje secundario) en función del número de celdas.....	88
Figura 4.15 Esquema de la tubería con una válvula en el extremo aguas abajo	89
Figura 4.16 Comparación numérica del caudal y la carga de presión (ambos normalizados con los valores correspondientes al estado permanente) y ley de cierre de la válvula	89
Figura 4.17 Caudal en la salida del embalse (eje principal) y carga de presión en la válvula (eje secundario)	90
Figura 4.18 Caudal en la salida del embalse, en el extremo aguas arriba de la tubería	90
Figura 4.19 Carga piezométrica en la válvula, en el extremo aguas abajo de la tubería	91
Figura 4.20 Caudal en la salida del embalse con los diferentes métodos empleados para el cálculo de flujo mixto (eje principal) y ley de cierre de la válvula (eje secundario)	92
Figura 4.21 Carga de presión (eje principal) y calado (eje secundario) en la válvula con los diferentes modelos empleados para el cálculo de flujo mixto.....	92
Figura 4.22 Comparación numérica del caudal en la salida del embalse. Esquemas de primer orden y de alta resolución	93
Figura 4.23 Comparación numérica de la carga de presión (eje principal) y calado (eje secundario) en la válvula. Esquemas de primer orden y de alta resolución.....	93
Figura 4.24 Carga de presión medida en C3 ($x=3.06$ m), C4 ($x=5.50$ m) y C5 ($x=7.64$ m) y, calculada en los puntos más próximos ($x=3.10$ m, $x=5.50$ m y $x=7.60$ m).....	95
Figura 4.25 Formación y desplazamiento del resalto hidráulico (entrada en carga).....	95
Figura 4.26 Proceso de despresurización.....	96
Figura 4.27 Comparación numérico-experimental en el punto C4 ($x=5.50$ m) con los diferentes modelos empleados para el cálculo de flujo mixto.....	96
Figura 4.28 Carga de presión medida y calculada en las secciones P5 ($x=7.2$ m) y P7 ($x=9.2$ m) para una reapertura de la compuerta de $e_2 = 0.008$ m	97
Figura 4.29 Comparación numérico-experimental en la sección P5 ($x=7.2$ m), con los diferentes métodos empleados para el cálculo de flujo mixto.....	98
Figura 4.30 Esquema de la instalación de los ensayos de Silvestre (1998).....	99
Figura 4.31 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga desde el extremo aguas abajo	100
Figura 4.32 Diferencia de la carga de presión (medida-calculada) en la sección P7 ($x=9.2$ m)	101
Figura 4.33 Efecto del tamaño de celda, en $x=5$ m	102
Figura 4.34 Comparación numérico-experimental en la sección P7 ($x=9.2$ m).....	102
Figura 4.35 Hidrograma de entrada e hidrogramas de salida para el caso de flujo en lámina libre	104

Figura 4.36 Hidrograma de entrada e hidrogramas de salida para el caso de flujo mixto	104
Figura 4.37 Carga de presión en $x=100$ m para diferentes valores de la celeridad de la onda de presión	105
Figura 4.38 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga desde el extremo aguas arriba	106
Figura 4.39 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga por ambos extremos simultáneamente	107
Figura 5.1 Aire atrapado entre dos frentes de onda de presión.....	111
Figura 5.2 Aire atrapado delante de un frente de onda de presión	112
Figura 5.3 Comparación numérico-experimental de la carga de presión en $x=4$ m y $x=8$ m.....	116
Figura 5.4 Comparación numérica del avance del frente de onda de presión para los instantes de tiempo 9.39 s, 12.13 s y 15.33 s.....	117
Figura 5.5 Evolución temporal del volumen de aire (eje principal) y densidad del aire (eje secundario).....	117
Figura 5.6 Evolución temporal del caudal del aire (eje principal) y masa del aire (eje secundario).....	117
Figura 5.7 Evolución temporal de la carga de presión del aire	118
Figura 6.1 Tipos de flujo: a) a la de entrada a la unión y b) a la salida de la unión	120
Figura 6.2 Esquema de la unión k con p conductos de entrada y q conductos de salida.....	123
Figura 6.3 Esquema de la unión k para el planteamiento de ecuaciones.....	125
Figura 6.4 Esquema de los casos de modelación de la unión, en función de la carga piezométrica.....	129
Figura 6.5 Esquema de la unión de conductos en 1D-2D	131
Figura 6.6 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción I: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	137
Figura 6.7 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción II: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	137
Figura 6.8 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción III: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	138
Figura 6.9 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción IV: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	138
Figura 6.10 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 2D. Opción V: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	139
Figura 6.11 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 2D. Opción VI: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	139
Figura 6.12 Comparación numérica de la superficie libre del agua para las opciones analizadas: col. 1- unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo).....	141

Figura 6.13 Comparación numérica de la velocidad del flujo para las opciones analizadas: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)	141
Figura 6.14 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción I. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)	143
Figura 6.15 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción II. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)	143
Figura 6.16 superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción III. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)	144
Figura 6.17 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción IV. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)	144
Figura 6.18 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción V. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)	145
Figura 6.19 Comparación numérica de la superficie libre del agua para las opciones analizadas. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo).....	146
Figura 6.20 Comparación numérica de la velocidad del flujo para las opciones analizadas. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo).....	146
Figura 6.21 Comparación de la superficie libre del agua (arriba) y velocidad del flujo (abajo). Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre	147
Figura 6.22 Comparación de la superficie libre del agua (arriba) y velocidad del flujo (abajo). Condición de contorno en el extremo aguas abajo de calado de 3.5 m	148
Figura 6.23 Planta de la cámara-unión. Situación inicial (línea discontinua) y propuesta (línea continua)	149
Figura 6.24 Modelo reducido (izquierda) y discretización en una malla de cálculo (derecha).....	149
Figura 6.25 Superficie libre del agua en un instante de tiempo determinado en el modelo físico	150
Figura 6.26 Campo de calados (izquierda) y campo de velocidades (derecha)	150
Figura 7.1 Elementos y procesos hidráulicos en el drenaje urbano ante un evento de lluvia	159
Figura 7.2 Esquema de flujo en los puntos de interacción	160
Figura 7.3 Esquema para determinar la longitud de intercepción en rejillas longitudinales, transversales y tapas de pozos de registro	163
Figura 7.4 Topografía y malla de cálculo de la plataforma	169
Figura 7.5 Velocidad del flujo en una sección transversal justo aguas arriba del sumidero. Visto desde agua abajo	170
Figura 7.6 Campo de calados (izquierda) y campo de velocidades (derecha)	170
Figura 7.7 Esquema de un tramo de calle típico del barrio del Eixample en Barcelona	171

Figura 7.8 Hidrogramas de salida para la opción I (eje principal) y las opciones II y III (eje secundario)	173
Figura 7.9 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo) para el instante de tiempo 1, 920 s	173
Figura 7.10 Caudales de aproximación a los sumideros	174
Figura 7.11 Caudales de continuación, inmediatamente aguas abajo de los sumideros	174
Figura 7.12 Caudales interceptados por los sumideros	174
Figura 7.13 Caudales punta sobre la calle (eje principal) y caudales punta interceptados (eje secundario)	175
Figura 7.14 Carga piezométrica en el colector y superficie libre del agua en la calle, para el instante de tiempo 2,200 s	176
Figura 7.15 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo), para el instante de tiempo 2,200 s	176
Figura 7.16 Caudales de aproximación a los elementos de captación	177
Figura 7.17 Caudales de continuación, inmediatamente aguas abajo de los elementos de captación ..	177
Figura 7.18 Caudales de intercambio en los elementos de captación (rejillas). Interceptados por los sumideros (valores positivos) y expulsados por las fuentes (valores negativos)	177
Figura 7.19 Caudales punta que circulan por la calle (eje principal) y, caudales punta de intercambio en fuentes y sumideros (eje secundario)	178
Figura 7.20 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo), para el instante de tiempo 1,920 s	179
Figura 7.21 Patrón del campo calados de velocidades para el instante de tiempo 1,800 s, en los últimos 40 m de la calle	180
Figura 7.22 Caudales punta sobre la calle (eje principal) y caudales punta interceptados por los sumideros (eje secundario)	180
Figura 8.1 Estructura del modelo numérico integrado. Relación entre los elementos del drenaje urbano y modelos numéricos disponibles para el cálculo de los procesos hidráulicos correspondientes	184
Figura 8.2 Discretización de las manzanas en tejados	185
Figura 8.3 Geometría de un tejado y conexión con otros elementos del drenaje urbano	186
Figura 8.4 Interfaz gráfica. Ventana general	190
Figura 8.5 Interfaz gráfica. Ventanas específicas: a) tejados, b) elementos de captación, y c) red de conductos	191
Figura 8.6 Escurrimiento generado en la salida del plano inclinado	193
Figura 8.7 Comparación numérico-experimental de los hidrogramas de salida. Caso a	194
Figura 8.8 Comparación numérico-experimental de los hidrogramas de salida. Caso b	194

Figura 8.9 Topografía y malla de cálculo del canal	195
Figura 8.10 Campo de calados en la condición final	195
Figura 8.11 Esquema del canal. Superficie libre del agua en la condición inicial (línea punteada) y en la condición final (línea continua)	196
Figura 8.12 Rotura de presa con fondo mojado. Calados en el eje del canal (arriba) y superficie libre del agua (abajo)	197
Figura 8.13 Rotura de presa con fondo seco. Calados en el eje del canal (arriba) y superficie libre del agua (abajo)	197
Figura 8.14 Rotura de presa con fondo mojado. Velocidades en el eje del canal (arriba) y campo de velocidades (abajo)	198
Figura 8.15 Rotura de presa con fondo seco. Velocidades en el eje del canal (arriba) y campo de velocidades (abajo)	198
Figura 8.16 Esquema de la red de canales arborescentes	199
Figura 8.17 Hidrogramas de entrada en los canales 1 y 2, y, 3 y 5	200
Figura 8.18 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 1	200
Figura 8.19 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 2	201
Figura 8.20 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 3	201
Figura 8.21 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 4	201
Figura 8.22 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 5	202
Figura 8.23 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 6	202
Figura 8.24 Velocidad en el nodo 4	204
Figura 8.25 Velocidad en el nodo 6	204
Figura 8.26 Esquema de la red de colectores mallada	205
Figura 8.27 Hidrograma de entrada	205
Figura 8.28 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 1	206
Figura 8.29 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 2 y 3	206
Figura 8.30 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2 y N. Colector 4	207
Figura 8.31 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 5 y 6	207
Figura 8.32 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 7	207
Figura 9.1 Localización espacial. Cuenca La Riereta, zona de estudio y cota de las calles	210
Figura 9.2 Discretización. Sistema de drenaje mayor: Tejados (#-# indica: manzana-tejado) y calles (malla de cuadriláteros)	212
Figura 9.3 Rejas longitudinales modelo R-121 ubicadas sobre la calle de la Cerdanya que conectan con el colector3 (izquierda) y rejas modelo E-25 (Gómez 2008c) e IMPU (derecha)	214

Figura 9.4 Reja transversal continua modelo ubicada sobre la calle Joan Salvat i Papasseit que conecta con en el colector 13	214
Figura 9.5 Localización y tipo de elementos de captación. Reja longitudinal (verde), reja transversal (azul) y tapa de pozo de registro (amarillo)	215
Figura 9.6 Sistema de drenaje menor. Pozos de registro (negro) y colectores (azul)	216
Figura 9.7 Lluvia de diseño de 10 mm y duración de una hora	218
Figura 9.8 Hidrogramas de salida en el sistema de drenaje mayor para los diferentes escenarios.....	220
Figura 9.9 Hidrogramas de salida en el sistema de drenaje menor para los escenarios E y F.....	220
Figura 9.10 Hidrogramas de salida de algunos tejados seleccionados (escenarios B, D y F).....	221
Figura 9.11 Limnigramas de salida de algunos tejados seleccionados (escenarios B, D y F).....	221
Figura 9.12 Hidrogramas de intercambio en algunos elementos de captación seleccionados funcionando como sumideros. Escenario E.....	222
Figura 9.13 Hidrogramas de intercambio en algunos elementos de captación seleccionados funcionando como sumideros. Escenario F.....	222
Figura 9.14 Evolución temporal del calado en el elemento 901. Escenarios A, B, C y E.....	223
Figura 9.15 Evolución temporal de la velocidad en el elemento 901. Escenarios A, B, C y E	223
Figura 9.16 Evolución temporal del calado en el elemento 77 donde se ubica el sumidero L65-C26 y elementos vecinos: aguas arriba (1434), aguas abajo (142) y lateral izquierdo (76). Escenario F	224
Figura 9.17 Evolución temporal de la velocidad en el elemento 77 donde se ubica el sumidero L65-(77) y elementos vecinos: aguas arriba (1434), aguas abajo (142) y lateral izquierdo (76). Escenario F	224
Figura 9.18 Superficie libre del agua en el colector 10, en el instante de tiempo 1,880 s. Escenarios E y F	225
Figura 9.19 Superficie libre del agua en el colector 26, en el instante de tiempo 1,900 s. Escenarios E y F	225
Figura 9.20 Caudales a lo largo del colector 26, en el instante de tiempo 1,880 s. Escenario E (eje principal) y escenario F (eje secundario).....	226
Figura 9.21 Caudales a lo largo del colector 26 en el instante de tiempo 1,900 s. Escenario E (eje principal) y escenario F (eje secundario).....	226
Figura 9.22 Campo de calados máximos. Escenarios A (superior izquierda), B (superior derecha), C (inferior izquierda), y D (superior izquierda).....	227
Figura 9.23 Campo de velocidades máximas. Escenarios A (superior izquierda), B (superior derecha), C (inferior izquierda), y D (superior izquierda).....	228

Figura 9.24 Localización de la zona de estudio. a) Cuenca urbana y b) topografía de la zona de estudio	229
Figura 9.25 a) Malla de cálculo y localización de elementos de captación y, b) detalle de un cruce de calles.....	230
Figura 9.26 Localización de la red de alcantarillado. Colectores y uniones.....	232
Figura 9.27 Lluvia de diseño con duración de una hora y periodo de retorno de 10 años	233
Figura 9.28 Caudal de salida en las calles (eje principal) y en los colectores (eje secundario).....	234
Figura 9.29 Limnigramas de salida de los tejados correspondientes a los caudales punta mínimo, medio y máximo	234
Figura 9.30 Hidrogramas de salida de los tejados correspondientes a los caudales punta mínimo, medio y máximo	235
Figura 9.31 Caudales de intercambio en dos elementos de captación funcionando como sumideros ..	235
Figura 9.32 Caudales de intercambio en dos elemento de captación funcionando como fuentes.....	235
Figura 9.33 Calados a lo largo del colector 7, para los instantes de tiempo 1,540 s, 1,980s, y 2,440 s...	236
Figura 9.34 Caudales a lo largo del colector 7, para los instantes de tiempo 1,540 s, 1,980s, y 2,440 s.	236
Figura 9.35 Limnigrama de salida (eje principal) e hidrograma de salida (eje secundario) para el colector 7	236
Figura 9.36 Campo de calados máximos (izquierda) y campo de velocidades máximas (derecha)	237
Figura 9.37 Mapa de tiempo de permanencia del agua	238

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1 Fórmulas para el cálculo del factor de fricción de Darcy-Weisbach	14
Tabla 3.1 Funciones de limitación.....	43
Tabla 6.1 Repartición de caudales de salida para las diferentes opciones.....	140
Tabla 6.2 Comparación de calados y velocidades. Datos medidos y calculados	151
Tabla 7.1 Longitud de intercepción en función del calado de aproximación	162
Tabla 7.2 Estimación de caudales de intercambio en función de la carga piezométrica del sistema de drenaje mayor y del sistema de drenaje menor	166
Tabla 8.1 Características generales de la red de canales arborescente	200
Tabla 8.2 Características generales de la red de colectores mallada	206
Tabla 9.1 Características generales de los tejados de la zona de estudio	213
Tabla 9.2 Características generales de los elementos de captación de la zona de estudio	213
Tabla 9.3 Características generales de la red de alcantarillado de la zona de estudio.....	217
Tabla 9.4 Características generales de los tejados de la cuenca urbana Orchard	231
Tabla 9.5 Características generales de la red de alcantarillado de la cuenca urbana Orchard	232

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de coeficientes	$[-]$
A	Matriz jacobiana del vector de flujo F	$[-]$
A	Área de la sección mojada	$[m^2]$
A	Parámetro geométrico de una reja longitudinal	$[-]$
\tilde{A}	Área de la sección mojada en el contorno de un volumen finito	$[m^2]$
A_a	Área de la sección del conducto con aire	$[m^2]$
A_g	Área mínima que engloba los huecos de una reja	$[m^2]$
A_H	Área de huecos de una reja	$[m^2]$
A_{\max}	Área de la sección mojada a tubo lleno o área máxima	$[m^2]$
A_o	Área del orificio de salida	$[m^2]$
A_p	Área de un tejado	$[m^2]$
A_p	Área en presión	$[m^2]$
A_i^n	Área mojada del volumen finito i en el instante de tiempo n	$[m^2]$
$A_{i,n}^t$	Área en el volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	$[m^2]$
A_{int}	Área de la sección mojada de un orificio	$[m^2]$
A_k	Área horizontal de la unión k	$[m^2]$
a	Celeridad de la onda de presión	$[m/s]$
a_{ij}	Coefficientes de la matriz A	$[-]$
B	Ancho de la superficie libre	$[m]$
B	Parámetro geométrico de una reja longitudinal	$[-]$
\tilde{B}	Ancho de la superficie libre en el contorno de un volumen finito	$[m]$
$B_{i,n}^t$	Ancho de la superficie libre del agua en el volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	$[m]$
b_i	Elementos del vector H	$[-]$
C^+	Curva característica positiva	$[-]$
C^-	Curva característica negativa	$[-]$
CFL	Número de Courant, Friedrichs y Levy	$[-]$
C_{d_a}	Coefficiente de descarga para el cálculo del caudal de aire	$[-]$
C_{d_o}	Coefficiente de descarga de un orificio	$[-]$
C_{d_v}	Coefficiente de descarga de un vertedero	$[-]$
c	Celeridad de la onda de gravedad	$[m/s]$
\tilde{c}	Celeridad en el contorno de un volumen finito	$[m/s]$
$c_{i,A/B}^t$	Celeridad del flujo del conducto i en el punto de cruce de la curva característica correspondiente, en el instante de tiempo t	$[m/s]$
D	Diámetro del conducto	$[m]$

E	Eficiencia hidráulica	[-]
E	Módulo de elasticidad de Young del material del conducto	[N/m^2]
E_i^n	Estado del flujo del elemento i en el instante de tiempo n	[-]
e	Grosor de la pared del conducto	[m]
\tilde{e}_j	Vectores propios de \mathbf{A} en el contorno de un volumen finito	[-]
\mathbf{F}	Vector o tensor de flujo	[-]
F_{RQ}	Factor de reducción de caudales	[-]
F_{R_L}	Número de Froude en el extremo aguas abajo de un plano	[-]
F_r	Número de Froude	[-]
\mathbf{F}_{i,w_l}^*	Flujo numérico en el lado w_l del elemento i	[-]
$\mathbf{F}_{i\pm 1/2}^*$	Flujo numérico entre los volúmenes finitos i e $i + 1$	[-]
$\mathbf{F}_{1D,xs\pm 1/2}^*$	Flujo numérico en las interfases $xs \pm 1/2$ para un colector que entra o sale de la unión k	[-]
\mathbf{F}_{1D2D}^*	Flujo numérico del dominio en 1D al dominio en 2D	[-]
f	Coefficiente de coriolis	[-]
f	Factor de fricción de Darcy-Weisbach	[-]
f	Pérdidas por infiltración	[m]
f_i	Sistema de i ecuaciones no lineales	[-]
$f_{i\pm 1/2}^*$	Flujo numérico	[-]
g	Aceleración de la fuerza de gravedad	[m/s^2]
\mathbf{H}	Vector del término independiente o fuente	[-]
H_i	Valor representativo del promedio de \mathbf{H} en la celda i en el paso de tiempo de n a $n + 1$	[-]
H_i^{*1}	Discretización del termino independiente que incluye la pendiente del fondo	[-]
H_i^{*2}	Discretización del termino independiente que incluye la pendiente motriz	[-]
H_i^*	Valor representativo del promedio del término independiente \mathbf{H} en el volumen finito i	[-]
H^1	Parte del término independiente correspondiente a la pendiente de fondo.	[-]
H^2	Parte del término independiente correspondiente a la pendiente motriz	[-]
H^3	Parte del término independiente correspondiente al caudal de intercambio	[-]
H	Carga piezométrica	[m]
H_a	Carga de presión del aire atrapado	[m]
H_{atm}	Carga de presión atmosférica	[m]
H_M	Carga piezométrica en la superficie, en el punto de intercambio	[m]
H_m	Carga piezométrica en el colector, en el punto de intercambio	[m]
H_R	Carga piezométrica en un almacenamiento	[m]
H_k^t	Carga piezométrica en la unión k , en el instante de tiempo t	[m]
H_0	Carga de presión del aire inicial	[m]
H^*	Carga de presión absoluta del aire	[m]
h	Calado	[m]
h	Calado de aproximación a una reja	[m]

h	Carga hidráulica en un orificio o vertedero	[m]
h	Carga de presión	[m]
h_a	Carga hidráulica debida a la incrustación en el pavimento de una tapa de pozo de registro	[m]
h_c	Distancia entre la superficie libre del agua y el centro de gravedad del área mojada	[m]
h_d	Carga hidráulica en el sistema de drenaje menor en el punto de intercambio	[m]
h_L	Calado en el extremo aguas abajo de un plano	[m]
h_M	Calado en la superficie en el punto de intercambio	[m]
h_{\max}	Calado máximo en un conducto	[m]
h_p	Carga hidráulica debida a la presión del fluido	[m]
h_s	Carga hidráulica debida a la presión del fluido, por la variación de la sección transversal	[m]
h_T	Carga hidráulica necesaria para levantar una tapa de pozo de registro	[m]
h_u	Carga hidráulica en el sistema de drenaje mayor en el punto de intercambio	[m]
h_i^n	Calado del elemento i en el instante de tiempo n	[m]
$h_{i,A/B}^t$	Calado en la frontera del conducto i en el punto de cruce de la curva característica correspondiente, en el instante de tiempo t	[m]
$h_{i,n}^t$	Calado en el volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	[m]
h_j^t	Calado en el volumen finito frontera j en el instante de tiempo n	[m]
$hcon_j^n$	Calado conjugado asociado al calado del flujo en régimen rápido del volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	[m]
$hcrit_{i,n}^t$	Calado crítico en el volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	[m]
I	Matriz identidad	[-]
I_1	Fuerza debida a la presión del agua en una sección	[N]
I_2	Contribución de las fuerzas de presión del contorno en un tramo del río	[m]
$(I_1 _{\tilde{A}})_i$	Fuerza de presión en el volumen finito i para un valor del área \tilde{A}	[N]
$(I_1 _{\tilde{A}})_{i+1}$	Fuerza de presión en el volumen finito $i+1$ para un valor del área \tilde{A}	[N]
i	Intensidad de lluvia	[m]
J	Matriz jacobiana	[-]
K	Módulo de elasticidad volumétrica del fluido	[N/m ²]
K_a	Módulo de elasticidad volumétrica del aire	[N/m ²]
K_w	Módulo de elasticidad volumétrica del agua	[N/m ²]
k	Coefficiente politrópico	[-]
k	Número cinemático	[-]
k	Parámetro que determina la forma de la transición geométrica gradual en la ranura de Preissmann	[-]
k	Rugosidad relativa	[-]
$k_{i,n}$	Coefficiente de pérdidas de carga en el volumen finito n del colector i	[-]
$L^{(i)}$	Vectores propios por la izquierda	[-]
L	Longitud de una reja	[m]

L	Longitud del dominio de estudio	[m]
L	Longitud de un plano	[m]
L_{int}	Longitud de captación de un sumidero	[m]
L_p	Longitud de un tejado	[m]
L_1	Perímetro de la tapa de un pozo de registro	[m]
l_{i,w_l}	Longitud del lado w_l del elemento i	[m]
$l_{i,w_{lf}}$	Longitud del lado w_l del elemento i , que conecta con elemento frontera j	[m]
m	Parámetro de la propagación de una onda cinemática	[-]
m	Número de ondas de la estructura de la solución de un problema de Riemann	[-]
n	Coefficiente de fricción de Manning	[s/m ^{1/3}]
n_d	Número de barras diagonales de una reja	[-]
n_i	Vector normal unitario a la sección transversal de la frontera del colector i en dirección aguas abajo	[-]
n_{i,w_l}	Normal exterior al elemento i por el lado w_l	[-]
n_l	Número de barras longitudinales de una reja	[-]
n_x	Componente x de la normal exterior a un contorno	[-]
n_{xi}	Componente en dirección x del vector normal unitario n_i a la sección transversal de la frontera del colector i en dirección aguas abajo	[-]
$n_{xi,w_{lf}}$	Componente en dirección x del vector normal exterior unitario $n_{i,w_{lf}}$ al lado de la frontera w_{lf} que conecta con el elemento j	[-]
n_y	Componente y de la normal exterior a un contorno	[-]
n_{yi}	Componente en dirección y del vector normal unitario n_i a la sección transversal de la frontera del colector i en dirección aguas abajo	[-]
$n_{yi,w_{lf}}$	Componente en dirección y del vector normal exterior unitario $n_{i,w_{lf}}$ al lado de la frontera w_{lf} que conecta con el elemento j	[-]
n_t	Número de barras transversales de una reja	[-]
P	Perímetro de la tapa de un pozo de registro	[m]
p	Porcentaje entre el área de huecos A_H y área mínima que engloba los huecos A_g de una reja	[-]
p	Presión	[m]
p_{atm}	Presión atmosférica	[m]
Q	Caudal circulante	[m ³ /s]
Q_a	Caudal de aire	[m ³ /s]
Q_{int}	Caudal interceptado por un sumidero	[m ³ /s]
Q_o	Caudal calculado con la ecuación del orificio	[m ³ /s]
Q_v	Caudal calculado con la ecuación del vertedero	[m ³ /s]
$Q_{M,m}$	Caudal de intercambio del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor	[m ³ /s]
$Q_{m,M}$	Caudal de intercambio del sistema de drenaje menor al sistema de drenaje mayor	[m ³ /s]
$Q_{i,n}^t$	Caudal en el volumen finito n del colector i , en el instante de tiempo t	[m ³ /s]
$Q_{int_k}^t$	Caudal de intercambio en la unión k en el instante de tiempo t	[m ³ /s]

q	Caudal unitario	$[m^2/s]$
q_{int}	Caudal de intercambio por unidad de área en dos dimensiones	$[m/s]$
q_{int}	Caudal de intercambio por unidad de longitud en una dimensión	$[m^2/s]$
$\mathbf{R}^{(i)}$	Vectores propios por la derecha	$[-]$
R	Constante universal del gas	$[-]$
R_e	Número de Reynolds	$[-]$
R_h	Radio hidráulico	$[m]$
$(r_j)_{i+1/2}$	Salto que sufre la solución a través de una onda en el contorno <i>upwind</i> del elemento de volumen respecto del mismo salto en el otro contorno	$[-]$
S_f	Pendiente de fricción o motriz	$[-]$
$S_{fi,A/B}^t$	Pendiente motriz del conducto i en el punto de cruce de la curva característica correspondiente, en el instante de tiempo t	$[-]$
S_{fx}	Pendiente de fricción o motriz en la dirección x	$[-]$
S_{fy}	Pendiente de fricción o motriz en la dirección y	$[-]$
S_{t_1}	Tensiones efectivas en la dirección x	$[N/m^2]$
S_{t_2}	Tensiones efectivas en la dirección y	$[N/m^2]$
S_0	Pendiente del plano	$[-]$
S_0	Pendiente del terreno	$[-]$
$S_{0i,A/B}$	Pendiente del fondo del conducto i en el punto de cruce de la curva característica correspondiente	$[-]$
S_{0x}	Pendiente del terreno en la dirección x	$[-]$
S_{0y}	Pendiente del terreno en la dirección y	$[-]$
T_R	Periodo de retorno	$[año]$
T_s	Ancho de la ranura de Preissmann	$[m]$
t	Tiempo	$[s]$
t^n	Tiempo en el instante n	$[s]$
\mathbf{U}	Vector de variables dependientes o de flujo	$[-]$
\mathbf{U}_L	Valor constante a la izquierda de un problema de Riemann	$[-]$
\mathbf{U}_R	Valor constante a la derecha de un problema de Riemann	$[-]$
\mathbf{U}_i^n	Valor medio del vector \mathbf{U} en el volumen finito i , en el instante de tiempo n	$[-]$
u	Componente de la velocidad en dirección del eje x	$[m/s]$
\tilde{u}	Valor de u en el contorno de un elemento de volumen	$[m/s]$
u_i^t	Componente de la velocidad en dirección x en el volumen finito i , en el instante de tiempo t	$[m/s]$
u_j^t	Componente de la velocidad en dirección x en el volumen finito frontera j , en el instante de tiempo t	$[m/s]$
V	Volumen	$[m^3]$
V_a	Volumen de aire	$[m^3]$
V_a	Volumen de aire atrapado	$[m^3]$
V_i	Volumen finito i	$[-]$
V_t	Volumen total	$[m^3]$

V_w	Volumen de agua	$[m^3]$
V_a^n	Volumen de aire en el instante de tiempo n	$[m^3]$
V_0	Volumen de aire atrapado inicial	$[m^3]$
v	Componente de la velocidad en la dirección y	$[m/s]$
v	Velocidad del flujo en una dimensión	$[m/s]$
\tilde{v}	Valor de u en el contorno de un volumen finito	$[m/s]$
v_s	Velocidad del frente de onda	$[m/s]$
v_i^n	Componente de la velocidad en dirección y en el volumen finito i , en el instante de tiempo n	$[m/s]$
$v_{i,n}^t$	Velocidad en el volumen finito n del conducto i , en el instante de tiempo t	$[m/s]$
v_j^t	Componente de la velocidad en dirección y en el volumen finito frontera j , en el instante de tiempo t	$[m/s]$
W	Ancho de una reja	$[m]$
w	Ancho de la ranura de Preissmann en la zona de la transición geométrica gradual	$[m]$
w_d	Velocidad de la interfase de aguas abajo de una bolsa de aire	$[m/s]$
W_p	Ancho de un tejado	$[m]$
w_u	Velocidad de la interfase de aguas arriba de una bolsa de aire	$[m/s]$
x	Eje coordenado	$[-]$
x_i^n	Vector de incógnitas en la solución de un sistema de ecuaciones no lineales en el instante de tiempo n	$[-]$
Y	Factor de expansión de la flujo de aire	$[-]$
y	Eje coordenado	$[-]$
Z_M	Cota de la superficie en el punto de intercambio	$[m]$
Z_m	Cota del fondo del colector en el punto de intercambio	$[m]$
z_i	Cota del elemento i	$[m]$
z_j	Cota del elemento frontera j	$[m]$
$z_{i,n}$	Cota del volumen finito n del colector i	$[m]$

α	Parámetro de la propagación de una onda cinemática	[-]
α	Coefficientes constantes en el estado \mathbf{U}_L	[-]
$\tilde{\alpha}_j$	Fuerza de la onda j evaluada en el contorno de un volumen finito	[-]
β	Coefficiente de compresibilidad del agua	[-]
β	Coefficiente de compresibilidad del fluido	[-]
β	Parámetro geométrico de una reja transversal	[-]
β	Coefficientes constantes en el estado \mathbf{U}_R	[-]
Δt	Incremento de tiempo	[s]
$\Delta \mathbf{x}_i^{n+1}$	Vector de avance en la solución de un sistema de ecuaciones no lineales	[-]
$(\Delta I_1 _{\tilde{A}})_{i+1/2}$	Variación de las fuerzas de presión en un volumen finito para un área constante	[-]
$\tilde{A}_{i+1/2}$		
ε	Rugosidad absoluta del conducto	[m]
φ_j	Corrección de entropía de Harten e Hymann	[-]
$\tilde{\gamma}_j$	Valor resultado de la descomposición con base en los vectores propios	[-]
λ	Valores propios	[m/s]
λ	Velocidad de la onda	[m/s]
$\tilde{\lambda}_i$	Valores propios por la derecha de \mathbf{A} en el contorno de un volumen finito	[-]
ρ	Densidad	[kg/m ³]
ρ_a	Densidad del aire	[kg/m ³]
ρ_T	Densidad del material de una tapa de pozo de registro	[kg/m ³]
ρ_w	Densidad del agua	[kg/m ³]
ρ_0	Densidad del agua a presión atmosférica	[kg/m ³]
τ	Apertura de compuerta	[-]
τ_{s_x}	Tensión tangencial debida a la fuerza del viento en dirección x	[N/m ²]
τ_{s_y}	Tensión tangencial debida a la fuerza del viento en dirección y	[N/m ²]
ψ_j	Función de limitación	[-]

1 INTRODUCCIÓN

El proceso de urbanización, consecuencia de la concentración de la población, ha llevado a cambios importantes en el medio natural. Algunos de estos cambios han propiciado a lo largo de la historia el desarrollo de infraestructuras en beneficio de esta población, para mejorar la calidad de vida de sus habitantes, entre ellas, infraestructuras para desalojar tanto las aguas residuales como las aguas pluviales.

En 1800 sólo un 1% de la población vivía en ciudades de más de 10,000 habitantes, en 1960 dicha proporción era del 20 %, actualmente es del alrededor del 50 % y se prevé que a mediados del siglo XXI sea del 70 % (Delleur 2003; Puertas et al. 2008). Esta concentración de la población en las ciudades provoca un progresivo aumento de la complejidad del diseño de las infraestructuras, en particular las relacionadas con la gestión del agua en la ciudad, entre ellas, el drenaje urbano. Los sistemas de drenaje urbano presentan aún a fecha de hoy, en ocasiones, importantes problemas y carencias que se ponen de manifiesto en forma de inundaciones (Puertas et al. 2008).

Por otra parte, el crecimiento de las áreas urbanas conlleva, por un lado, un incremento de áreas impermeables y, por el otro, una disminución de áreas verdes. La modificación de las características del terreno natural original, tiene como consecuencia cambios extremos en la respuesta hidrológica de la cuenca ante un evento de lluvia. La impermeabilización del terreno natural desde el punto de vista hidrológico, implica disminuir la retención superficie temporal del agua, la infiltración y la fricción del terreno. Esta dinámica da como resultado un aumento de volúmenes de escurrimiento y de las velocidades de los flujos de agua y disminución del tiempo de concentración.

El cambio en la respuesta hidrológica es incrementado como consecuencia de un criterio tradicional aún presente en muchos procesos de urbanización: las aguas pluviales deben ser evacuadas de la superficie de los tejados y las calles lo más eficaz y rápidamente posible (Dolz y Gómez 1994). Cuando este crecimiento continúa, sobre todo en las cuencas de cabecera, las calles y la red de alcantarillado se ven sometidas a hidrogramas con mayor volumen y caudales punta más elevados, provocando problemas de inundación en las zonas más bajas, debido a que la capacidad de los elementos del drenaje urbano es insuficiente.

La misión de un sistema de drenaje urbano es la evacuación del agua de lluvia de la superficie de los tejados y de las calles. Para ello, hoy en día la planificación y gestión del drenaje urbano requiere de una aproximación integrada que considere la interrelación y dependencia entre todos los elementos del sistema que debe cumplir adecuadamente tres funciones esenciales: protección sanitaria de los habitantes, protección ante inundaciones y protección ambiental del medio receptor, tanto en tiempo seco como en tiempo de lluvia (Dolz y Gómez 1994; Puertas et al. 2008). Así, la gestión de las aguas de escurrimiento y residuales debe ser vista en su conjunto.

El cumplimiento de tales funciones, hace que las modernas redes urbanas de saneamiento y drenaje sean sistemas complejos que requieren de numerosas y sofisticadas infraestructuras (elementos de captación, colectores, aliviaderos, compuertas, depósitos de retención, estaciones de bombeo, etc.), convenientemente diseñadas, construidas y explotadas (GTSRSDU 2008).

1.1 Justificación

Si por alguna de las razones antes descritas o por otras circunstancias, en una zona urbana se presentan problemas de inundaciones, debido a un diseño inadecuado o una indebida operación del sistema de drenaje urbano, entonces son necesarias actuaciones para evitar daños a la infraestructura urbana y no poner en riesgo la vida de las personas. El estudio del drenaje urbano requiere del conocimiento de conceptos hidrológicos e hidráulicos, entre ellos, la caracterización de una lluvia de diseño, la transformación de la lluvia en escurrimiento superficial y su posterior propagación, determinar los hidrogramas de entrada a la red de alcantarillado, propagación de dichos hidrogramas en la red, y la interacción entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor.

Cada uno de los elementos del drenaje tiene una función relacionada con la evacuación del agua de lluvia. Así, el agua que cae en las áreas ocupadas por edificios es transportada por los tejados hacia la red de alcantarillado o a la calle. Las calles, aunque no son diseñadas expresamente para la conducción de agua, transportan el escurrimiento proveniente de los tejados y de la propia lluvia hasta los puntos de captación, donde la totalidad o parte de dicho escurrimiento es introducido a la red de alcantarillado. El flujo de agua sobre las calles y los tejados tiene ciertas particularidades, por ejemplo, el tipo de flujo más frecuente es no permanente, con calados relativamente pequeños, pero con anchos entre uno y dos órdenes de magnitud superior. Además, el flujo puede ser considerado unidimensional, sobre todo en los tejados y en algunas ocasiones en las calles, pero cuando hay calados grandes o velocidades altas por la ocurrencia de un evento extremo, la presencia de obstáculos sobre la calzada y en el cruce de

calles, el flujo tiene un claro comportamiento bidimensional, e incluso bajo ciertas circunstancias, tridimensional.

El flujo en los colectores tiene un carácter claramente unidimensional, pero en cambio, es marcado por la presencia de singularidades e inestabilidades (Yen 1986), entre las que se encuentran: flujo mixto (ocurrencia simultánea de flujo en lámina libre y flujo en presión en un mismo conducto), flujo en dos fases (agua/aire), ondas rodadas, frentes de onda, zonas con presión subatmosférica o negativa (presión menor a la presión atmosférica), poca ventilación, etc. Además, en la uniones de los colectores, debido a una geometría brusca y diferentes tipos de flujos se presentan fenómenos bastante complejos con pérdidas de carga locales, un grado de turbulencia importante, y está claro que el flujo en estos puntos no es unidimensional.

En los casos antes descritos, la modelación numérica juega un papel importante en la gestión integral del drenaje urbano y en el diseño de actuaciones. Hoy en día, existen los conocimientos hidráulicos, las herramientas numéricas y capacidad de cómputo para desarrollar un modelo numérico para realizar cálculos de manera integral.

1.2 Objetivos

El desarrollo de este trabajo se enmarca en un gran objetivo general consistente en el desarrollo de un modelo numérico integrado que permita calcular de forma totalmente acoplada las variables hidráulicas (área/calado y caudal/velocidad) en cada uno de los elementos que conforman el drenaje urbano, empleando las técnicas numéricas más adecuadas en cada uno.

Como se mencionó anteriormente, el drenaje urbano se integra por diferentes elementos, los cuales tienen diferencias por sus características geométricas y el tipo de flujo que en cada uno de ellos se desarrolla. Teniendo todo ello en cuenta y para alcanzar el objetivo general, se marcan cinco objetivos principales y tres objetivos secundarios. De esta forma, los objetivos principales son:

- Determinar el campo de calados y el campo de velocidades en la superficie urbana mediante un modelo numérico en dos dimensiones (2D).
- Desarrollar un modelo numérico en una dimensión (1D), para el cálculo de flujo en lámina libre y flujo en presión simultáneamente en conductos cerrados (flujo mixto).
- Implementar las formulaciones apropiadas para incluir en la modelación numérica, la unión de conductos de forma precisa y práctica.

- Emplear las formulaciones más adecuadas que permitan estimar los caudales de intercambio en los elementos de captación (fuentes y sumideros), existentes en la interacción entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor.
- Emplear esquemas numéricos capaces de calcular discontinuidades en la solución y la presencia de frentes de onda en el flujo sin necesidad de técnicas adicionales.

Con los objetivos planteados anteriormente, es posible cumplir con el objetivo general, pero por un lado, utilizar las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D en toda la superficie urbana es muy costoso computacionalmente y por el otro, el aire atrapado en los conductos puede jugar un papel importante en ciertas circunstancias. Por todo esto, y aunado a la cantidad de datos de entrada y salida al realizar cálculos de esta índole, se han planteado tres objetivos secundarios adicionales:

- Desarrollar un modelo numérico basado en las ecuaciones de la onda cinemática en 1D, para el proceso de la transformación lluvia-escurrimiento y la propagación de flujo en los tejados.
- Implementar un modelo numérico para considerar el efecto sobre la hidrodinámica del flujo, del aire que puede quedar atrapado dentro de un conducto cerrado.
- Desarrollar una interfaz gráfica para el preproceso de datos y postproceso de resultados del modelo numérico integrado, para facilitar el manejo y una mejor visualización de la información espacial y temporal.

1.3 Descripción del trabajo

Antes de describir los aspectos tratados, es necesario mencionar que para el desarrollo del modelo numérico integrado de este trabajo, el punto de partida fue CARPA (Bladé y Gómez 2006). CARPA, (Cálculo en Alta Resolución de Propagación de Avenidas) es una herramienta de cálculo numérico del flujo de agua en lámina libre y régimen variable desarrollada en el grupo de investigación Flumen. El sistema CARPA fue desarrollado para estudios hidrodinámicos en ríos con geometrías irregulares e integra las aproximaciones en una dimensión (Bladé et al. 2008) y en dos dimensiones con distintas posibilidades de conexión entre dominios (Bladé et al. 2012). Una línea de continuación es el desarrollo del modelo numérico integrado de esta tesis. El procedimiento seguido se describe a continuación:

El presente trabajo se integra de 10 capítulos, agrupados en tres partes fundamentales. La primera parte formada por los capítulos 1 a 3, incluye aspectos introductorios al tema de estudio, una descripción rigurosa de los temas matemáticos y de los esquemas numéricos empleados. Así, en el presente capítulo (capítulo 1), se presenta una visión general del drenaje urbano, las problemáticas y necesidades del

mismo, y se establece el contexto de trabajo a través de unos objetivos. En el capítulo 2 se hace una descripción de las ecuaciones o modelos matemáticos empleados para el desarrollo del trabajo, lo cual implica a las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, las ecuaciones de Saint Venant en 1D, las ecuaciones de flujo en presión en 1D y las ecuaciones de la onda cinemática en 1D. El capítulo 3 trata de los esquemas numéricos empleados para resolver las ecuaciones anteriores. Se realiza una breve descripción del estado del arte y se describen esquemas en volúmenes finitos en 1D y en 2D, esquemas numéricos en diferencias finitas en 1D, el método de las características empleado para la imposición de condiciones de contorno y el método de Newton-Raphson para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales; métodos y esquemas a utilizar en capítulos posteriores.

La segunda parte es el cuerpo central del trabajo e incluye los capítulos 4 a 7. En cada capítulo aparte del estado del arte, se realiza una descripción del modelo numérico correspondiente para el cálculo del proceso hidráulico en cada uno de los elementos del drenaje urbano. Se verifica el correcto funcionamiento, desempeño y validación de estos modelos numéricos para comparar sus resultados con casos de referencia, soluciones analíticas, resultados obtenidos con otros modelos numéricos y con datos experimentales existentes en la literatura; además, se realizan algunas aplicaciones de dichos modelos.

De esta forma, en el capítulo 4 se trata el tema de flujo mixto en conductos cerrados (flujo en lámina libre y flujo en presión de forma simultánea), tema trascendental en el desarrollo de un modelo numérico integrado; se describen dos modelos de una ecuación y dos modelos de dos ecuaciones. La función de un colector es el transporte de agua, pero siempre existe aire presente que en la gran mayoría de las ocasiones no tiene efecto sobre el flujo de agua. Generalmente, por un diseño inadecuado de la red de alcantarillado, o la ocurrencia de algunos fenómenos hidráulicos extremos, en un colector el aire puede quedar atrapado provocando la aparición de fuertes transitorios de presión. El efecto de la carga de presión del aire sobre la hidrodinámica del flujo se implementa en el capítulo 5. En el capítulo 6, vinculado estrechamente con el capítulo 4, se describe el funcionamiento hidráulico de la unión de colectores. Se describe e implementa la formulación en 1D que utilizan la mayoría de modelos numéricos, pero además, se describe e implementa una formulación en 2D basada en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, integrada en la modelación numérica en 1D en los conductos. En el capítulo 7 se presentan dos formas para estimar el caudal de intercambio entre el sistema de drenaje mayor y sistema de drenaje menor, una basada en la metodología Flumen y la otra en las ecuaciones tipo orificio/vertedero. La consideración conjunta de ambos sistemas incluyendo la interacción, es conocida en la literatura técnica como drenaje urbano dual. Dicha interacción, tiene una fuerte

dependencia de la geometría de los elementos de captación (fuentes y sumideros) y de la hidrodinámica del flujo de ambos sistemas de drenaje en el sitio donde se localizan dichos elementos.

La tercera y última parte involucra los capítulos 8 a 11. En ésta, se describe, valida y aplica el modelo numérico integrado, producto de los modelos numéricos de los capítulos 4 a 7 de la segunda parte del trabajo. De este modo, en el capítulo 8 se describe el modelo que permite realizar una modelación en 1D/2D totalmente integrada del drenaje urbano. El concepto 'integral' tiene dos interpretaciones: la primera relacionada con la posibilidad de realizar una modelación numérica en 2D de la superficie (generalmente tejados, calles) y la unión de colectores, trabajando de manera totalmente acoplada con la modelación numérica en 1D en los conductos. La segunda implica el cálculo de cada uno de los elementos del drenaje urbano, obedeciendo a los procesos hidráulicos que en ellos se desarrollan, e intentado modelarlos en el espacio y tiempo en que acontecen. Además, se realiza un proceso de validación del método de la onda cinemática en 1D, se verifican algunos aspectos del esquema numérico en 2D y se valida el modelo numérico integrado con casos donde surge la necesidad de emplear más de un modelo numérico con que se conforma. En el capítulo 9 se hacen dos aplicaciones a cuencas urbanas muy distintas, tanto por su ubicación geográfica, las características geométricas de sus elementos del drenaje urbano, y el tipo de régimen de lluvias que se producen, ello, para verificar el desempeño del modelo numérico integrado ante distintas condiciones de flujo y/o una configuración diferente de los elementos del drenaje urbano. En el capítulo 10, se presentan las conclusiones obtenidas en este trabajo y desarrollos futuros. Finalmente, se encuentran las referencias bibliográficas empleadas.

2 ECUACIONES DE GOBIERNO

El movimiento de un fluido newtoniano es gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales se obtienen al aplicar las leyes físicas de conservación de masa, cantidad de movimiento y propiedades termodinámicas a un volumen de control. Las ecuaciones de Navier-Stokes son un conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales en tres dimensiones (3D), para las cuales no se dispone de una solución analítica. Estas ecuaciones permiten describir entre otros, el movimiento de la atmosfera terrestre, corrientes oceánicas o flujo de agua en cauces canales y tuberías (Tan 1992). En su gran mayoría estos flujos tienen números de Reynolds suficientemente grandes por lo que son flujos completamente turbulentos. La turbulencia es un estado del flujo que consiste de movimientos que aparecen y desaparecen aparentemente caóticos, con escalas de tiempo y longitud (remolinos o vórtices) que abarcan una gran variedad de tamaños (Versteeg y Malalasekera 2007). A la hora de resolver estas ecuaciones caben distintas filosofías, enfoques y aproximaciones.

En la mecánica de fluidos, los métodos de análisis se basan en dos filosofías para describir un flujo. La filosofía Lagrangiana estudia la evolución de las variables del flujo siguiendo el movimiento o la trayectoria de las partículas del fluido en el espacio, mientras que la filosofía Euleriana estudia la evolución temporal de las variables del flujo en un volumen de control fijo en el espacio, observando el intercambio de los principios físicos fundamentales. Cada una implica técnicas distintas de tratamiento de las ecuaciones y discretización del medio fluido (G. Liu y M. Liu 2003). Este trabajo se enfoca en la filosofía Euleriana.

Actualmente, simular flujos turbulentos de interés práctico a través de las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes es bastante complicado, ya que es necesario utilizar una malla de cálculo con un tamaño de elementos no mayor al tamaño del remolino más pequeño presente en el flujo y un paso de tiempo no mayor que la escala de tiempo del remolino más pequeño, para resolver las oscilaciones de alta frecuencia presentes en el flujo, lo que lleva a una malla de cálculo con un número de elementos muy elevado y poco realista a la vista de la velocidad de cálculo de los ordenadores actuales, incluso por un periodo de tiempo largo. Una caracterización completa de flujos turbulentos es imposible a través de técnicas experimentales, por lo que un análisis con métodos numéricos es más prominente. En este sentido, las aproximaciones numéricas para el análisis de flujos turbulentos puede ser dividido en dos grupos: simulación y modelación (Zikanov 2010).

Dentro del primer grupo encontramos la primera aproximación, la simulación numérica directa (DNS, acrónimo del inglés *Direct Numerical Simulation*) que permite calcular todas las escalas de movimientos presentes en el fluido discretizando directamente las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes sin ninguna modificación o suposición, con lo que ello implica. Dado que lo anterior es computacionalmente muy caro, no es posible usar DNS en casos de interés práctico y su uso está limitado a la investigación de flujos con propiedades turbulentas fundamentales con geometrías muy simples y números de Reynolds bajos (Hirsch 2007).

Una segunda aproximación dentro del primer grupo a la hora de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, es la simulación de grandes remolinos (LES, acrónimo del inglés *Large Eddy Simulation*), que consiste en simular de forma directa únicamente los grandes remolinos que son propensos a ser afectados por las condiciones de contorno; los remolinos de menor dimensión (escalas disipativas), los cuales son relativamente independientes de las condiciones de contorno necesitan ser modelados con algún modelo de turbulencia sencillo, con lo cual se pueden obtener buenos resultados. Bajo estas condiciones, se reduce significativamente el costo computacional en comparación a la DNS, y es posible simular flujo con geometrías complejas y número de Reynolds altos de forma realista, pero con poca aplicabilidad en la ingeniería práctica. La aproximación LES consiste en filtrar las ecuaciones de Navier-Stokes, de tal forma que el flujo con movimientos turbulentos de escala grande son separados de los remolinos de pequeña escala, resultando ecuaciones en 3D dependientes del tiempo y del espacio (Ferziger y Peric 2002).

Una tercera aproximación clasificada dentro del grupo de modelación, es el uso de las ecuaciones de Reynolds (RANS, acrónimo del inglés *Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*), incorporando un modelo de turbulencia apropiado. Las RANS se obtienen al considerar variables medias en el tiempo, es decir, cualquier variable instantánea se puede descomponer mediante la suma de las fluctuaciones turbulentas más un valor promedio en un cierto incremento de tiempo (descomposición de Reynolds); estas suposiciones son útiles en algunos campos de la industria, dado que no es necesario conocer todos los detalles del flujo. Su resolución exigiría una discretización tridimensional del dominio de estudio bastante menos costoso computacionalmente relativo a la DNS y LES, pero aún caro computacionalmente para las aplicaciones de ingeniería (Versteeg y Malalasekera 2007).

Para resolver las ecuaciones de Reynolds se debe determinar de alguna manera las tensiones turbulentas o tensiones de Reynolds. Las tensiones turbulentas representan el transporte de la cantidad de movimiento debido a las fluctuaciones turbulentas y aparecen a consecuencia de la no linealidad de los términos convectivos al realizar el promedio en el tiempo. Esto no se puede hacer de manera exacta,

pero se pueden estimar mediante una viscosidad turbulenta y es el objetivo de los distintos modelos de turbulencia (Rodi 2000; Tan 1992).

El uso de las RANS tiene la ventaja de utilizar una malla de cálculo con elementos relativamente grandes, aun así, es evidente que su empleo para el cálculo de flujo en ríos, en ocasiones es muy difícil de emplearlos a consecuencia de la velocidad de los ordenadores. Por lo tanto, algunas simplificaciones son necesarias en las ecuaciones de gobierno para reducir las dimensiones del problema. Los tipos de flujo que trataremos en este trabajo (flujo de agua en cauces naturales o artificiales, canales, calles, llanuras y conductos) encajan dentro de flujo de aguas poco profundas (longitud de la escala vertical más pequeña comparada con la longitud de la escala horizontal), por lo que es posible simplificar estas ecuaciones en 3D más generales pero computacionalmente costosas en ecuaciones en 2D y en 1D según convenga y obtener resultados lo suficientemente precisos y con un coste computacional asumible. La deducción de las ecuaciones correspondientes, se describe en los siguientes apartados.

2.1 Ecuaciones de flujo en lámina libre en 2D

En los flujos en lámina libre objeto de este trabajo, el valor de las variables cambia poco en una misma vertical o el valor medio es suficiente para los objetivos perseguidos. Esta consideración permite hacer una simplificación de las ecuaciones de Reynolds a dos dimensiones mediante un promedio vertical de las ecuaciones tridimensionales.

De las ecuaciones de Reynolds, integrando en la profundidad para eliminar en ellas la dimensión vertical, se obtienen las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, válidas cuando el flujo que se quiere representar tiene velocidades verticales pequeñas, distribución hidrostática de presiones en la vertical, dimensiones horizontales predominantes sobre la vertical y pendiente del fondo suave, que escritas en forma conservativa resultan en:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hu^2 + g\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = gh(S_{0x} - S_{fx}) + fhv + \frac{\tau_{sx}}{\rho} + S_{t_1} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}\left(hv^2 + g\frac{h^2}{2}\right) = gh(S_{0y} - S_{fy}) - fhu + \frac{\tau_{sy}}{\rho} + S_{t_2} \quad (2.3)$$

Donde f es el coeficiente de coriolis debido a fuerza de rotación de la tierra, τ_{s_x} y τ_{s_y} son las tensiones tangenciales en la superficie debidas a la fuerza del viento, S_{t_1} y S_{t_2} son los términos turbulentos, objeto de los cuales son los modelos de turbulencia. Estos términos llamados también tensiones efectivas, se componen por las tensiones viscosas relacionadas con la viscosidad del fluido, las tensiones turbulentas resultado del promedio temporal de las ecuaciones de Navier-Stokes y las tensiones convectivas secuela dejada por la integración en la vertical de los términos convectivos tridimensionales. La fuerza de coriolis sólo tiene importancia en grandes masas de aguas, las tensiones debidas al viento pueden ser significativas en grandes superficies con vientos fuertes, y los términos turbulentos tienen poca relevancia con respecto a los otros términos, por lo que su efecto se puede evaluar mediante el término de fricción con el fondo.

De esta forma, si no se considera la fuerza de Coriolis, las tensiones producidas por el viento en la superficie libre del agua, ni las tensiones efectivas, se pueden escribir las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D en forma conservativa como (Bladé 2005):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hu^2 + g\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = gh(S_{0x} - S_{fx}) \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}\left(hv^2 + g\frac{h^2}{2}\right) = gh(S_{0y} - S_{fy}) \quad (2.6)$$

Utilizando notación vectorial, se obtiene:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (2.7)$$

Con $\nabla \mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y}$, que responden a las expresiones:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} hu & hv \\ hu^2 + g\frac{h^2}{2} & huv \\ huv & hv^2 + g\frac{h^2}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Donde \mathbf{U} es el vector de variables dependientes o de flujo, \mathbf{F} el vector o tensor de flujo, \mathbf{H} el vector del término independiente o fuente, h el calado, u la componente de la velocidad en dirección del eje x , v la componente de la velocidad en dirección del eje y , S_{0x} la pendiente del terreno en la dirección x , S_{0y} la pendiente del terreno en la dirección y , S_{fx} la pendiente de fricción o motriz en la dirección x y S_{fy} la pendiente de fricción o motriz en la dirección y ; las dos últimas se expresan como:

$$S_{fx} = \frac{u\sqrt{u^2 + v^2}n^2}{h^{4/3}} \quad (2.9)$$

$$S_{fy} = \frac{v\sqrt{u^2 + v^2}n^2}{h^{4/3}} \quad (2.10)$$

Donde n es el coeficiente de fricción de Manning.

2.2 Ecuaciones de flujo en lámina libre en 1D

La siguiente simplificación consiste en la deducción de las ecuaciones de Saint Venant en 1D. Ecuaciones clásicas en hidráulica que muchas veces son suficientes para representar correctamente el movimiento no permanente en lámina libre en cauces naturales o artificiales, canales y tuberías, debido a su marcada unidimensionalidad. Estas ecuaciones son válidas cuando el flujo que se quiere representar presenta velocidad uniforme y superficie libre del agua horizontal en toda la sección transversal, presión hidrostática y pendiente del fondo suave.

La deducción de las ecuaciones de Saint Venant en 1D, se realiza directamente aplicando las leyes de conservación de la masa y cantidad de movimiento, a un volumen de control considerando una sección arbitraria y canal no prismático, resultando un sistema de ecuaciones en forma conservativa (Chaudhry 1993):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gI_2 + gA(S_0 - S_f) \quad (2.12)$$

Utilizando notación vectorial, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (2.13)$$

Las cuales responden a las expresiones:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ gI_2 + gA(S_0 - S_f) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

En las expresiones anteriores, A es el área de la sección mojada, Q el caudal circulante, S_0 la pendiente del terreno, S_f la pendiente de fricción o motriz, I_1 la fuerza debida a la presión del agua en una sección e I_2 la contribución de las fuerzas de presión del contorno; las tres últimas se expresan respectivamente como:

$$S_f = \frac{v^2 n^2}{R_h^{4/3}} \quad (2.15)$$

$$I_1 = \int_0^h (h - \eta) b(x, \eta) d\eta \quad (2.16)$$

$$I_2 = \int_0^h (h - \eta) \frac{\partial b(x, \eta)}{\partial x} d\eta \quad (2.17)$$

Donde n es el coeficiente de fricción de Manning, R_h el radio hidráulico. Para canales prismáticos, aunque tengan una sección cualquiera, el término I_2 es idénticamente igual a cero.

2.3 Ecuaciones de flujo en presión en 1D

Las ecuaciones de flujo variable en presión, al igual que las de flujo en lámina libre en 1D, se obtienen directamente aplicando las leyes de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento, a un volumen de control, resultando un sistema de ecuaciones en forma conservativa (Bourdarias y Gerbi 2007; León, Ghidaoui, et al. 2010):

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho Q}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \rho Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{Q^2}{A} + Ap \right) = \rho g A (S_o - S_f) \quad (2.19)$$

Utilizando notación vectorial, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (2.20)$$

Que responden a las expresiones:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho Q \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho Q \\ \rho \frac{Q^2}{A} + Ap \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho g A (S_o - S_f) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Donde A es el área mojada de la sección transversal máxima, p la presión, ρ la densidad del fluido, α la celeridad de la onda de presión y S_f la pendiente de fricción o motriz que se puede expresar en función de la fórmula de Manning o Darcy-Weisbach respectivamente, como:

$$S_f = \frac{v^2 n^2}{R_h^{4/3}} \quad (2.22)$$

$$S_f = \frac{f}{4R_h} \frac{v^2}{2g} \quad (2.23)$$

Donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning y f el factor de fricción de Darcy-Weisbach, que es función de la rugosidad relativa del conducto $k = \varepsilon/D$ (ε y D rugosidad y diámetro del conducto respectivamente) y del número de Reynolds R_e (Tabla 2.1).

La fórmula de Manning es aplicable a conductos completamente rugosos y régimen turbulento, mientras que la fórmula de Darcy-Weisbach se aplica a conductos lisos y rugosos en régimen laminar, transicional y turbulento.

Tabla 2.1 Fórmulas para el cálculo del factor de fricción de Darcy-Weisbach

Conducto	Régimen	Re	Fórmula	Autor
Liso/Rugoso	Laminar	<2,300	$f = \frac{64}{R_e}$	Hagen-Poiseuille, 1846
Liso	Transición/ Turbulento	>4,000	$\frac{1}{f} = 2 \log_{10} (R_e \sqrt{f}) - 0.8$	Prandtl-Karman, 1930
Liso/Rugoso	Transición	4,000-10,000	$\frac{1}{f} = -2 \log_{10} \left(\frac{k}{4R_h 3.71} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right)$	Colebrook-White, 1939
Rugoso	Turbulento	>10,000	$\frac{1}{f} = 2 \log_{10} \left(\frac{2R_h}{k} + 1.74 \right)$	Prandtl-Karman, 1930

Para las fórmulas donde el factor de fricción se encuentra de forma implícita, se puede utilizar la ecuación (2.24), para obtener una primera aproximación del factor de fricción con un error menor al 0.63 % (Swamee y Jain 1976). El factor de fricción se puede calcular con mayor precisión utilizando un método iterativo y como valor inicial el obtenido anteriormente. Así, el valor de la primera iteración se obtiene al sustituir el valor inicial en el lado derecho de la ecuación implícita correspondiente y con ello un nuevo valor para el factor de fricción se obtiene del lado izquierdo de dicha ecuación, este valor será el nuevo valor inicial. Este proceso puede ser repetido hasta que la diferencia en el valor del factor de fricción de las dos últimas iteraciones sea menor a un valor previamente establecido, o hasta que el valor del factor de fricción en dos iteraciones consecutivas sea similar. Otra opción es utilizar el método de Newton-Raphson.

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{k/D}{3.71} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (2.24)$$

La celeridad de la onda acústica o celeridad de la onda de presión a se puede obtener con (Ghidaoui et al. 2005; Wylie et al. 1993):

$$\frac{1}{a^2} = \frac{d\rho}{dp} + \frac{\rho}{A} \frac{dA}{dp} \quad (2.25)$$

El primer término de lado derecho representa el efecto de la compresibilidad del fluido, y el segundo el efecto de la flexibilidad del conducto sobre la velocidad de la onda de presión. Relacionando los términos del lado derecho de la ecuación anterior con las propiedades materiales del fluido y las propiedades materiales y geométricas del conducto tenemos:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\rho}{K} + \frac{\rho}{E} \frac{e}{D} \quad \text{o} \quad a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{DK}{eE}}} \quad (2.26)$$

Si el conducto es completamente rígido, la celeridad de la onda de presión en un fluido compresible se obtiene haciendo $dA/dp=0$, tal que:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\beta\rho}} \quad (2.27)$$

En cambio la celeridad de la onda de presión en un fluido incompresible con un conducto flexible se obtiene haciendo $d\rho/dp=0$, de donde:

$$a = \sqrt{\frac{Ee}{D\rho}} \quad (2.28)$$

En las expresiones anteriores D es el diámetro del conducto, E el módulo de elasticidad de Young del material del conducto, e el grosor de la pared del conducto, p la presión, ρ la densidad, β el coeficiente de compresibilidad del fluido y K el módulo de elasticidad volumétrica del fluido, que se puede expresar en función de la presión y el volumen V , como:

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \quad (2.29)$$

Cada una de las ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.20) forman un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, hiperbólico y no lineal, las cuales no tienen solución analítica, salvo para casos muy concretos, por lo que es necesario el uso de métodos numéricos para obtener su solución y constan de tres términos. El primero representa la variación temporal en un punto fijo de las variables hidráulicas: masa y cantidad de movimiento; el segundo la variación espacial de los flujos de dichas cantidades; el tercero la ganancia o pérdida de masa y cantidad de movimiento.

2.4 Ecuaciones de la onda cinemática en 1D

Cuando la velocidad y capacidad de los ordenadores era limitada o cuando el tipo de flujo o zona de estudio en cuestión así lo requiere, las ecuaciones de Saint Venant en 1D son simplificadas. Las aproximaciones más habituales en función de los términos de la ecuación de cantidad de movimiento son la onda dinámica cuasi-permanente, la onda difusiva y la onda cinemática (Chaudhry 1993).

La aproximación de la onda cinemática desprecia los términos de la aceleración local de la velocidad, los términos inerciales y los términos de presión y solamente considera el término de fricción S_f y de la pendiente del fondo S_0 por lo que, la ecuación de cantidad de movimiento queda:

$$S_o = S_f \quad (2.30)$$

Lo que significa que para todo Δt y dentro de cada intervalo Δx , la superficie libre del agua es paralela al fondo de la superficie, lo que equivale a considerar localmente movimiento uniforme. Bajos estas condiciones y si no hay efectos de refluo hacia aguas arriba (esta limitación carece de importancia en el proceso de lluvia-escurrimiento y propagación del escurrimiento en los tejados que es donde se utilizan estas ecuaciones en este trabajo). Así, las ecuaciones de la onda cinemática en 1D, para el flujo en la dirección x son (Gómez 2008a):

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = i - f \quad (2.31)$$

$$q = \alpha h^m \quad (2.32)$$

Donde h es el calado, q el caudal unitario, i la lluvia en exceso, f las pérdidas por infiltración, α y m son parámetros de la propagación de la onda que son directamente relacionados a las características del

flujo. De esta forma, si comparamos la ecuación anterior con la fórmula de Manning (2.15), obtenemos que:

$$\alpha = \frac{1}{n} S_o^{1/2} \quad (2.33)$$

$$m = 5/3 \quad (2.34)$$

2.5 Propiedades de los sistemas hiperbólicos

A fin de estudiar el carácter matemático de las ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.20), es necesario conocer algunas de sus propiedades elementales y conocer algunos conceptos que son esenciales para el análisis de las mismas y la futura implementación de métodos numéricos.

Un sistema de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden de la forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n a_{i,j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = b_i \quad (2.35)$$

También puede ser escrito de forma matricial como:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{A} \mathbf{U}_x = \mathbf{H} \quad (2.36)$$

Con

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Donde \mathbf{U} es el vector de variables dependientes, \mathbf{A} es una matriz de coeficientes que generalmente depende de \mathbf{U} , x , t y de las derivadas de \mathbf{U} con respecto a las direcciones x_i , al igual que el término independiente \mathbf{H} .

Si los coeficientes a_{ij} de la matriz \mathbf{A} , y los elementos b_i del vector \mathbf{H} son todos constantes, entonces el sistema es lineal con coeficientes constantes. Si $a_{ij} = a_{ij}(x, t)$ y $b_i = b_i(x, t)$ el sistema es lineal con coeficientes variables. El sistema es todavía lineal si \mathbf{H} depende linealmente de \mathbf{U} , y es cuasi-lineal si \mathbf{A} depende de \mathbf{U} pero no de sus derivadas. Si $\mathbf{H} = 0$ el sistema es homogéneo.

2.5.1 Valores y vectores propios en 1D

Los valores propios λ de una matriz \mathbf{A} de 2×2 , son valores propios del sistema, y son la solución del polinomio característico:

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = \det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (2.38)$$

Donde \mathbf{I} es la matriz identidad. Físicamente, los valores propios λ representan la velocidad de propagación de la información.

Los vectores propios por la derecha y por la izquierda, correspondientes a los valores propios λ_i de \mathbf{A} , respectivamente son:

$$\mathbf{R}^{(i)} = [r_1^{(i)}, r_2^{(i)}, \dots, r_n^{(i)}]^T \quad \text{tal que} \quad \mathbf{A} \mathbf{R}^{(i)} = \lambda_i \mathbf{R}^{(i)} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{L}^{(i)} = [l_1^{(i)}, l_2^{(i)}, \dots, l_n^{(i)}]^T \quad \text{tal que} \quad \mathbf{L}^{(i)} \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{L}^{(i)} \quad (2.40)$$

El sistema (2.36) es hiperbólico en el punto (x, t) , si \mathbf{A} tiene n valores propios reales $\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ y sus correspondientes vectores propios por la derecha $r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(n)}$ son linealmente independientes. El sistema es estrictamente hiperbólico si todos los valores propios $\lambda_1, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ son distintos.

Aplicando lo anterior a las ecuaciones de Saint Venant en 1D escritas en forma vectorial (2.13), éstas también se pueden escribir de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{H} \quad (2.41)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz jacobiana del vector de flujo \mathbf{F} , definida como:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \quad (2.42)$$

Y responde a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g \frac{A}{b} - \frac{Q^2}{A^2} & 2 \frac{Q}{A} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Resolviendo la ecuación (2.38) para λ , se obtienen los valores y vectores propios por la derecha de la matriz jacobiana \mathbf{A} , los cuales en este caso son:

$$\lambda_{1,2} = v \pm c \quad \mathbf{e}_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 \\ v \pm c \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Donde v es la velocidad del flujo y c es la celeridad de la onda de gravedad, definida como:

$$c = \sqrt{g \frac{A}{B}} \quad (2.45)$$

Donde B es el ancho de la superficie libre del agua.

Los valores propios son siempre reales y distintos, y los vectores propios por la derecha independientes, por lo que el sistema de ecuaciones (2.41) es hiperbólico.

En el caso de las ecuaciones de flujo en presión en 1D escritas en forma vectorial (2.20), también se pueden escribir de la forma (2.41), en la cual, la matriz jacobiana \mathbf{A} responde a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a^2 - \frac{Q^2}{\rho^2 A^2} & 2 \frac{Q}{\rho A} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Los valores y vectores propios por la derecha, son idénticos (Guinot 2001) a los de las ecuaciones de Saint Venant en 1D (2.44).

2.5.2 Valores y vectores propios en 2D

Extendiendo el concepto anterior a dos dimensiones, el sistema es hiperbólico en un dominio (x, y, t) si cumple lo siguiente:

- Todos los valores propios de una matriz $\alpha_1 \mathbf{A} + \alpha_2 \mathbf{B}$ son reales; α_1 y α_2 son números reales que cumplen $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.
- Para la matriz $\alpha_1 \mathbf{A} + \alpha_2 \mathbf{B}$ existe un sistema completo de vectores ortogonales.

Si los vectores propios son todos distintos, la segunda condición se cumple automáticamente y se dice que el sistema es estrictamente hiperbólico.

De igual forma que para el caso en 1D, las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D escritas en forma vectorial (2.7), también se pueden escribir de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} = \mathbf{H} \quad (2.47)$$

Donde \mathbf{A} y \mathbf{B} son las matrices jacobianas del vector de flujo \mathbf{F} , y responden a:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u^2 + gh & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -uv & u & v \\ -v^2 + gh & 0 & 2v \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

En este caso, la ecuación equivalente a la (2.38) es:

$$\det(\alpha_1 \mathbf{A} + \alpha_2 \mathbf{B} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (2.49)$$

Así, los valores y vectores propios de la matriz $\alpha_1 \mathbf{A} + \alpha_2 \mathbf{B}$ se obtienen al resolver la ecuación (2.39) para λ , que resulta en:

$$\lambda_{1,3} = \alpha_1 u + \alpha_2 v \pm \sqrt{gh} \quad \lambda_2 = \alpha_1 u + \alpha_2 v \quad (2.50)$$

$$e_{1,3} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \pm\sqrt{gh} \end{bmatrix} \quad e_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ -\alpha_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Dado que los vectores propios son reales y distintos, el sistema es estrictamente hiperbólico.

3 MÉTODOS Y ESQUEMAS NUMÉRICOS

Las ecuaciones que gobiernan los flujos que se tratan en este trabajo, no disponen de una solución analítica, salvo para tipos de flujo y situaciones muy específicas. Generalmente, la solución de estas ecuaciones se obtiene con un método numérico; la rama de la mecánica de fluidos que se ocupa de encontrar este tipo de soluciones mediante el ordenador se le llama Mecánica de Fluidos Computacional (CFD, acrónimo del inglés *Computational Fluid Dynamics*).

La simulación numérica utiliza métodos y algoritmos numéricos para resolver y analizar el comportamiento de los fluidos a través del ordenador, aprovechando el gran desarrollo y avance de sus capacidades en las últimas décadas, llegando a ser de uso común en la ingeniería y una aproximación significativa en la solución de problemas complejos (G. Liu y M. Liu 2003). La simulación numérica provee una herramienta alternativa de investigación y puede proporcionar resultados complementarios para agilizar y economizar los estudios a la tradicional experimentación en modelos físicos que permite realizar estudios rigurosos pero con plazos y costos de ejecución altos.

En este sentido, los métodos numéricos reemplazan el problema continuo representado por una ecuación en derivadas parciales (EDP), como las ecuaciones de aguas poco profundas, por un sistema finito de valores discretos. Estos son obtenidos discretizando el dominio de la EDP en un sistema finito de puntos, celdas o volúmenes a través de una malla.

La utilidad de cualquier modelo numérico es determinada por dos elecciones básicas: el modelo matemático empleado para describir el flujo y el esquema numérico adoptado para resolver el modelo. Las elecciones deben ser individualmente sólidas, mutuamente compatibles y manejadas por objetivos prácticos (Vasconcelos et al. 2006).

En la modelación numérica de fluidos existe una gran variedad de métodos y esquemas numéricos que se pueden clasificar en cuatro grandes grupos: el método de las características, el método de diferencias finitas, el método de elementos finitos y el método de volumen finitos (Chaudhry 1993).

Entre los métodos mencionados el de los volúmenes finitos es muy adecuado para sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, hiperbólicos y no lineales como las ecuaciones de Saint

Venient en 1D, las ecuaciones de agua poco en 2D y las ecuaciones de flujo en presión en 1D, por su capacidad de modelado de singularidades y discontinuidades (frentes de onda, resaltos hidráulicos), ya que es un método directo, y no utiliza ningún término de viscosidad artificial para suavizar la discontinuidad y estabilizar la solución. Los métodos directos o métodos que capturan el frente de onda (*shock capturing methods*) son capaces de localizar, simular y propagar las soluciones discontinuas automáticamente (Toro 1999), sin necesidad de ninguna técnica para la localización y rastreo de dicha discontinuidad, como si lo hacen los métodos de aislamiento del frente de onda (*shock fitting methods*).

Además del método de los volúmenes finitos para la resolución de los sistemas de ecuaciones (2.7), (2.13) y (2.20), en este trabajo se utilizarán, y por tanto describirán, un método de diferencias finitas para la resolución de las ecuaciones de la onda cinemática en 1D [(2.31) y (2.32)] y el método de las características. Este último, tiene un gran significado físico, ya que aprovecha las propiedades físicas de transmisión de la información en el espacio y en el tiempo, por lo tanto, se utiliza en la implementación de las condiciones de contorno.

3.1 Método de los volúmenes finitos

El método de los volúmenes finitos, fue introducido inicialmente por McDonald (1972) y MacCormack y Paullay (1972) para la solución las ecuaciones de Euler en dos dimensiones (Tu et al. 2008). El método de los volúmenes finitos trajo una revolución a los sistemas hiperbólicos no lineales con el método conservativo de primer orden de Godunov (Godunov 1959). En la formulación original del método de Godunov la información de propagación de la onda fue suministrada localmente vía soluciones exactas de las ecuaciones de gobierno sujetas a condiciones iniciales especiales, consistente de dos estados constantes separados por una discontinuidad. Este particular problema de valor inicial es llamado problema de Riemann (Toro y García-Navarro 2008).

Con estas ideas, diferentes autores fundamentaron la teoría matemática para una ecuación escalar y homogénea, posteriormente desarrollaron esquemas numéricos para resolver de manera aproximada el problema de Riemann en una dimensión; la solución de una serie de problemas de Riemann elementales llevó a la solución de una ecuación hiperbólica. Este tipo de métodos requiere conocer la solución del problema de Riemann, sin embargo conocerla de manera exacta en ocasiones es costoso computacionalmente o no existe, de manera que se utilizan soluciones aproximadas del mismo, conocidos como *Riemann solvers* (Toro 1999). Estos esquemas son de primer orden de precisión y por lo tanto disipativos por lo que muchas veces es deseable un esquema de segundo orden. Sin embargo, los

esquemas de segundo orden tienen carácter dispersivo, dando ello lugar al desarrollo de los esquemas de alta resolución (Harten y Hyman 1983).

Los métodos desarrollados para la solución de las ecuaciones de Euler se adaptaron a las ecuaciones de Saint Venant en 1D, a las ecuaciones de flujo en presión en 1D y a las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, debido en gran medida a la similitud de sus términos. Así, Glaister, (1988) fue el primero en aplicar el método de Godunov para las ecuaciones de Saint Venant en 1D utilizando el *Riemann solver* de Roe de segundo orden, válido para canales prismáticos rectangulares. Posteriormente, varios autores han presentado esquemas numéricos de alta resolución con alguna variante, primero para canales prismáticos (Alcrudo 1992; Alcrudo et al. 1992) y después para cualquier geometría (Bladé 2005; Macchione y Morelli 2003; Tseng et al. 2001). De igual forma, surgieron las primeras extensiones a 2D (Alcrudo y García-Navarro 1993; Alcrudo et al. 1992; Fraccarollo y Toro 1995; García-Navarro y Hubbard 1995), y más recientemente en conductos con flujo en presión (Bourdarias y Gerbi 2008; León et al. 2008). En Toro y García-Navarro (2008), se puede encontrar una gran variedad de esquemas numéricos en volúmenes finitos en 1D y en 2D más recientes. La principal diferencia de los esquemas numéricos tanto en 1D como en 2D radica en la forma de calcular el flujo numérico entre las fronteras de los volúmenes finitos.

Así, el método de los volúmenes finitos actualmente es uno de los métodos más comunes en el campo de CFD. La popularidad de este método es a consecuencia de su generalidad, conservatividad, conceptualmente simple, una interpretación física intuitiva y por la relativa facilidad de implementación a cualquier tipo de mallas. Además, la discretización es aplicada directamente a las ecuaciones integrales escritas para volúmenes de control pequeños o finitos. (Hirsch 2007).

El método de Godunov es un esquema conservativo que utiliza una discretización descentrada en volúmenes finitos, cuya particularidad es que el flujo numérico $F_{i\pm 1/2}^*$ entre dos celdas i e $i+1$, se obtiene de la solución de un problema de Riemann local entre dos estados constantes U_i^n y U_{i+1}^{n+1} . El problema de Riemann tiene una estructura compleja y encontrar su solución es costoso computacionalmente, por lo cual diversos autores desarrollaron métodos para encontrar una solución aproximada del problema de Riemann, conocidos como *approximate Riemann solvers*. La evaluación de la solución y las diferentes variantes dan lugar a esquemas numéricos distintos. Estos *Riemann solvers* utilizan el hecho que para aplicar el método de Godunov no necesitan saber el detalle de toda la solución del problema de Riemann, sino sólo el valor de la solución en el contorno entre dos volúmenes finitos. Uno de ellos es el *Riemann solver* de Roe (Roe 1981), que lleva a un esquema conservativo

denominado método de Godunov con el *Riemann solver* de Roe; este esquema es de primer orden de precisión.

En zonas cercanas a fuertes gradientes o donde se presentan discontinuidades de la solución, los esquemas de primer orden son disipativos (amplitud de la onda menor a la de la solución exacta), mientras que los esquemas de segundo orden son dispersivos (producen oscilaciones en la solución). Por esta razón, se necesitan esquemas de segundo orden o mayor que no presenten dispersión en las discontinuidades, tales como los esquemas TVD (*Total Variation Dimishing*). Los esquemas TVD o también llamados de alta resolución consiguen evitar estas oscilaciones manteniendo el segundo orden de precisión en prácticamente todo el dominio y que además permiten un tratamiento adecuado del término independiente. Para evitar la dispersión del esquema de segundo orden, se debe limitar el flujo numérico del mismo. Un esquema así, se puede obtener a partir de un esquema de primer orden más un esquema de segundo orden. En este trabajo se utiliza el método de Godunov con el *Riemann solver* de Roe con primer orden de precisión más un esquema de segundo orden tipo Godunov como el esquema WAF (*Weight Averaged Flux*), que es útil para el desarrollo de esquemas TVD. En la siguiente sección se describen algunos aspectos importantes relativos al desarrollo de estos esquemas numéricos, posteriormente, se presentan propiamente los esquemas numéricos para las ecuaciones de flujo en lámina libre en 1D y en 2D respectivamente.

3.1.1 Aspectos previos

En este apartado se presentan algunos conceptos y propiedades habituales que son usados comúnmente en el desarrollo de métodos numéricos. El resultado de la discretización de una EDP como la ecuación escalar homogénea (3.1) sobre una malla, son puntos discretos. En estos puntos es donde las derivadas deben ser aproximadas.

$$U_t + f(u)_x = 0 \quad (3.1)$$

Tradicionalmente, los esquemas en diferencias finitas en una dimensión, utilizan para la discretización espacial, diferencias finitas hacia adelante, hacia atrás y centradas, respectivamente como:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad \frac{df}{dx} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad \frac{df}{dx} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.2)$$

El orden de la aproximación depende de los términos utilizados en el desarrollo de la serie de Taylor para su obtención. Así, un esquema basado en diferencias finitas hacia adelante o hacia atrás será de primer orden, mientras que con diferencias finitas centradas será de segundo orden.

3.1.1.1 Esquemas descentrados

Conocer las propiedades físicas del flujo es esencial a la hora de desarrollar esquemas numéricos, ya que la discretización de estos, no puede ir en contra de las propiedades físicas de las ecuaciones que representan dicho flujo. En este sentido, es importante resaltar el papel fundamental que juegan los términos de difusión y convección de las EDP en la estabilidad del método numérico, dependiendo de la proporción entre las fuerzas convectivas y difusivas. Si la difusión domina, un esquema centrado es estable, sin embargo si la convección es predominante, lo cual es cierto para la mayoría de los casos, una discretización centrada es inestable. Una EDP con convección pura es incondicionalmente e intrínsecamente inestable, independiente del método numérico utilizado, por lo que alguna técnica de estabilización es necesaria.

En función de la naturaleza de la EDP, los esquemas numéricos se pueden clasificar en esquemas centrados y esquemas descentrados o *upwind*. Los esquemas centrados se basan en una formulación de diferencias centrales. El principio es promediar las variables conservativas a la izquierda y a la derecha con el fin de evaluar los flujos numéricos. En cambio, dentro de los esquemas descentrados existe una gran variedad de esquemas usados en la solución de ecuaciones hiperbólicas, entre ellas las ecuaciones de Saint Venant en 1D y las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, destacando los esquemas de separación de la diferencia de flujo (*flux difference splitting schemes*). Estos métodos se basan en la solución local de un problema de Riemann en ambos lados de un volumen de control (Blazek 2005).

De esta forma, con los esquemas en diferencias finitas es posible el desarrollo de diferentes esquemas numéricos explícitos. Uno de los más sencillos para resolver una ecuación escalar homogénea (3.1), consiste en utilizar una aproximación en diferencias finitas hacia adelante para las derivadas temporales y diferencias centrales en las derivadas espaciales. El esquema resultante es un esquema incondicionalmente inestable (Chaudhry 1993; Toro 1999).

Con objeto de remediar la falta de estabilidad de este tipo de esquemas, se incorporan las propiedades del fenómeno físico (esquema descentrado). Para ello, las derivadas se aproximan en diferencias finitas hacia adelante o hacia atrás, dependiendo del sentido de la propagación de la onda, resultando el esquema CIR (Toro 1999).

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\lambda^+ \Delta t}{\Delta x} (u_i^n - u_{i-1}^n) - \frac{\lambda^- \Delta t}{\Delta x} (u_{i+1}^n - u_i^n) \quad (3.3)$$

Con:

$$\lambda^+ = \frac{1}{2}(\lambda + |\lambda|) \quad \lambda^- = \frac{1}{2}(\lambda - |\lambda|) \quad (3.4)$$

Donde λ es la velocidad de la onda. El esquema CIR (acrónimo de Courant, Isaacson y Rees), es un esquema descentrado de primer orden, para una ecuación escalar, que es incondicionalmente estable si se cumple la condición de Courant.

3.1.1.2 Esquemas conservativos

El cálculo de soluciones discontinuas plantea rigurosos requerimientos sobre las ecuaciones de gobierno y los esquemas numéricos para su solución. La formulación de las ecuaciones de gobierno basadas en variables no conservativas fallan y los esquemas numéricos no conservativos no convergen a la solución correcta en la presencia de ondas de choque, en cambio, los esquemas conservativos si convergen y el resultado es la solución débil de la ecuación (Toro 1999). Así, los esquemas conservativos son la base de métodos numéricos en volúmenes finitos, que parten de las ecuaciones de conservación en forma integral para obtener algoritmos numéricos.

Cualquier ley de conservación se puede expresar en forma diferencial y en forma integral. En la forma integral la obtención de las ecuaciones es basada en las leyes físicas de conservación como relaciones integrales en volúmenes de control. La formulación integral requiere menos suavidad y condiciones de derivabilidad en la solución, permitiendo con ello, extender el estudio a soluciones con discontinuidades y desde un punto de vista de cálculo numérico, lleva de forma natural a una discretización del dominio en volúmenes finitos con ventajas considerables. Las soluciones de la forma integral son conocidas como soluciones débiles.

Si se considera una ley de conservación escalar en forma diferencial como la ecuación (3.1). Una forma de discretizarla para tener en cuenta soluciones débiles, consiste en integrarla en x y en t . Considerando el dominio $[x - \Delta x / 2, x + \Delta x / 2] \times [t, t + \Delta t]$, donde Δx y Δt son intervalos espaciales y temporales cualquiera. Así, a partir de (3.1) se obtiene:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x/2} [u_t + f(u)_x] dx dt = 0 \quad (3.5)$$

De donde:

$$\int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} [u(x, t+\Delta t) - u(x, t)] dx + \int_t^{t+\Delta t} [f(x+\Delta x/2, t) - f(x-\Delta x/2, t)] dt = 0 \quad (3.6)$$

Si se define u_i^n como el valor promedio de $u(x, t)$ en la celda i en el instante de tiempo $t = t^n = n\Delta t$, es decir:

$$u_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} u(x, t) dx \quad (3.7)$$

De la ecuación (3.6) y teniendo en cuenta (3.7), se obtiene:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{\Delta x} \int_t^{t+\Delta t} [f(x+\Delta x/2, t) - f(x-\Delta x/2, t)] dt \quad (3.8)$$

La integral de la ecuación anterior es desconocida ya que no se pueden conocer los valores de $u(x-\Delta x/2, t)$ y $u(x+\Delta x/2, t)$ en tiempos comprendidos entre t y $t+\Delta t$, por lo que hay que aproximar dicha integral como:

$$f_{1\pm 1/2}^* = \int_t^{t+\Delta t} f(x \pm \Delta x / 2, t) dt \quad (3.9)$$

La técnica de los volúmenes finitos lleva a describir un esquema numérico conservativo para la ecuación (3.1) mediante una expresión del tipo:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2}^* - f_{i-1/2}^*) \quad (3.10)$$

Donde u_i^{n+1} representa el valor que toma la variable u en la celda i en el instante de tiempo $n+1$, mientras que $f_{i\pm 1/2}^*$ se conoce por flujo numérico y depende en general de las celdas contiguas a la celda i en los instantes de tiempo n y $n+1$. Según el modo de obtención de estos valores resultan distintos esquemas numéricos.

Los esquemas conservativos son la base de los esquemas en volúmenes finitos, que parten de las ecuaciones en su forma integral para obtener esquemas numéricos. El interés proviene del teorema de Lax–Wendroff que dice que si un esquema conservativo converge, el resultado es la solución débil de la ecuación. Algunos esquemas convencionales en diferencias finitas pueden ser expresados en forma conservativa (3.10), entre ellos se encuentran los esquemas de Lax-Friedrichs y Lax-Wendroff (Toro 1999).

3.1.1.3 El problema de Riemann

El problema de Riemann es un problema de valor inicial, y consiste en encontrar la solución de una EDP, con unas condiciones iniciales. Posteriormente, se ha extendido a cualquier problema unidimensional consistente en la solución de un sistema de ecuaciones hiperbólico. Así, para un sistema de ecuaciones hiperbólico en una dimensión del tipo:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad (3.11)$$

Que también puede ser escrito como:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = 0 \quad (3.12)$$

Con $\mathbf{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ y las condiciones iniciales siguientes:

$$\mathbf{U}(x, 0) = \mathbf{U}_0(x) = \begin{cases} \mathbf{U}_L & \text{si } x < 0 \\ \mathbf{U}_R & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Donde \mathbf{U}_L y \mathbf{U}_R son dos valores constantes, las condiciones iniciales presentan una discontinuidad en $x = 0$, la cual se propagará una distancia $d = at$ en un tiempo t . Entonces, la curva característica $x = at$ separará los puntos en los que la solución vale \mathbf{U}_L de aquellos en los que vale \mathbf{U}_R . Así, el problema de Riemann tiene una solución como:

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}_0(x) = \begin{cases} \mathbf{U}_L & \text{si } x - at < 0 \\ \mathbf{U}_R & \text{si } x + at > 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

La estructura de la solución del problema de Riemann consiste de m ondas que salen del origen, una por cada valor propio λ_i (para el caso de la Figura 3.1, $m=2$). Cada onda i representa una discontinuidad que se propaga a velocidad λ_i . La solución a la izquierda de λ_1 es el valor inicial \mathbf{U}_L y a la derecha de λ_m , el valor inicial \mathbf{U}_R . La tarea es encontrar la solución entre λ_1 y λ_m . Dado que por definición los valores propios por la derecha son linealmente independientes, los estados constantes \mathbf{U}_L y \mathbf{U}_R se pueden escribir como:

$$\mathbf{U}_L = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{e}_i \quad \mathbf{U}_R = \sum_{i=1}^m \beta_i \mathbf{e}_i \quad (3.15)$$

Con α_i y β_i coeficientes constantes. Así, la solución final viene dada por:

$$\mathbf{U}(x,t) = \sum_{i=I+1}^m \alpha_i \mathbf{e}_i + \sum_{i=1}^I \beta_i \mathbf{e}_i \quad (3.16)$$

Donde $I = I(x,t)$ es el valor máximo del subíndice i para el cual $x - \lambda_i t > 0$.

En el caso de que \mathbf{A} sea una matriz de 2×2 , del origen salen dos ondas λ_1 y λ_2 (Figura 3.1); los estados constantes a la izquierda y derecha de dichas ondas \mathbf{U}_L y \mathbf{U}_R se pueden escribir como:

$$\mathbf{U}_L = \alpha_1 \mathbf{e}_1 + \alpha_2 \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{U}_R = \beta_1 \mathbf{e}_1 + \beta_2 \mathbf{e}_2 \quad (3.17)$$

Según la ecuación (3.16), la solución entre las dos ondas λ_1 y λ_2 , denominada región estrella (Figura 3.1), está dada por:

$$\mathbf{U}^* = \beta_1 \mathbf{e}_1 + \alpha_2 \mathbf{e}_2 \quad (3.18)$$

De donde se desprende que el salto en \mathbf{U} alrededor de toda la estructura de la solución del problema de Riemann para la onda λ_i es:

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{U}_R - \mathbf{U}_L = \sum_{i=1}^m (\beta_i - \alpha_i) \mathbf{e}_i \quad (3.19)$$

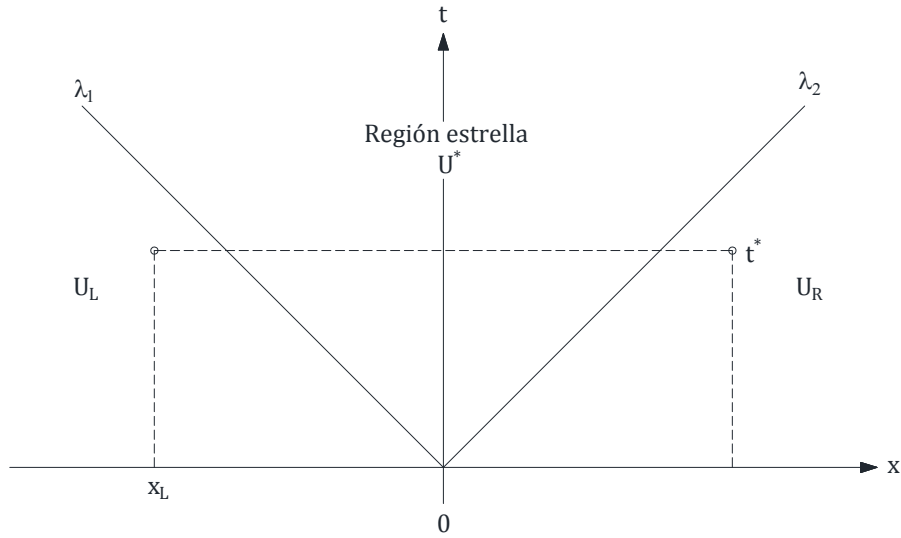


Figura 3.1 Solución del problema de Riemann para un sistema lineal de 2x2

Por otra parte, la forma integral de (3.11), en el volumen de control $[x_L, 0] \times [0, t]$ es:

$$\int_{x_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx = \int_{x_L}^0 \mathbf{U}(x, 0) dx + \int_0^t \mathbf{F}[\mathbf{U}(x_L, t)] dt - \int_0^t \mathbf{F}[\mathbf{U}(0, t)] dt \quad (3.20)$$

El estado a la izquierda de la onda S_L es constante, por lo que evaluando el lado derecho de esta ecuación, tenemos:

$$\int_{x_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx = -x_L \mathbf{U}_L + t(\mathbf{F}_L - \mathbf{F}_0) \quad (3.21)$$

$$\int_{x_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx = -x_L \mathbf{U}_L + t(\mathbf{F}_L - \mathbf{F}_{0L}) \quad (3.22)$$

Desarrollando el término del lado izquierdo de la ecuación anterior, tenemos

$$\int_{x_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx = \int_{x_L}^{tS_L} \mathbf{U}(x, t) dx + \int_{tS_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx = (tS_L - x_L) \mathbf{U}_L + \int_{tS_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx \quad (3.23)$$

Igualando estas dos últimas ecuaciones y despejando \mathbf{F}_{0L} se obtiene:

$$\mathbf{F}_{0L} = \mathbf{F}_L - S_L \mathbf{U}_L - \frac{1}{t} \int_{tS_L}^0 \mathbf{U}(x, t) dx \quad (3.24)$$

De forma similar, la forma integral de (3.11), en el volumen de control $[0, x_L] \times [0, t]$ es:

$$\mathbf{F}_{0R} = \mathbf{F}_R - S_R \mathbf{U}_R - \frac{1}{t} \int_0^{tS_R} \mathbf{U}(x, t) dx \quad (3.25)$$

Las dos ecuaciones anteriores corresponden a la solución del problema de Riemann de manera exacta. El estudio del problema de Riemann es de gran utilidad para obtener propiedades de las posibles soluciones, las cuales son fundamentales a la hora de desarrollar esquemas numéricos con aplicación a la solución de las ecuaciones de flujos tanto continuos como discontinuos, y en una o dos dimensiones.

3.1.1.4 El método de Godunov

El método de Godunov (Godunov 1959), fue implementado a sistemas no lineales conservativos a partir de la extensión del método CIR de primer orden. El método de Godunov es un esquema descentrado de primer orden de la forma (3.10), en el que los flujos numéricos se calculan en las fronteras de las celdas usando soluciones de problemas de Riemann locales, los cuales pueden ser soluciones exactas o aproximadas. El método de Godunov es un esquema conservativo, por lo tanto, para un sistema de ecuaciones como el sistema (3.11), se puede escribir en la forma:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2}^* - \mathbf{F}_{i-1/2}^*) \quad (3.26)$$

El flujo numérico \mathbf{F}^* entre dos celdas o volúmenes finitos i e $i+1$, se obtiene de la solución del problema de Riemann definido por (3.11) y las condiciones iniciales como:

$$\mathbf{U}(x_{i+1/2}, t^n) = \begin{cases} \mathbf{U}_i^n & \text{si } x < x_{i+1/2} \\ \mathbf{U}_{i+1}^n & \text{si } x > x_{i+1/2} \end{cases} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{U}(x_{i-1/2}, t^n) = \begin{cases} \mathbf{U}_{i-1}^n & \text{si } x < x_{i-1/2} \\ \mathbf{U}_i^n & \text{si } x > x_{i-1/2} \end{cases}$$

O sea:

$$\mathbf{F}_{i\pm 1/2}^{n+1} = \mathbf{F} \left[\mathbf{U} \left(x_{i\pm 1/2}, [t^n, t^{n+1}] \right) \right] \quad (3.28)$$

Donde $\mathbf{U}(x_{i\pm 1/2}, [t^n, t^{n+1}])$ es la solución del problema de Riemann local. En este intervalo de tiempo, si se cumple la condición de estabilidad de Courant, la solución del problema de Riemann es constante sobre el eje del tiempo.

3.1.1.5 El Riemann solver de Roe

Los flujos numéricos en el método de los volúmenes finitos se pueden calcular con esquemas diversos. En este trabajo se utiliza el método de Godunov y la solución del problema de Riemann se aproxima con el *Riemann solver* de Roe (Roe 1981).

Así, para el sistema de ecuaciones hiperbólico (3.12), la matriz jacobiana se define como $\mathbf{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$. Por lo tanto, el *Riemann solver* de Roe consiste en remplazar la matriz jacobiana \mathbf{A} por una matriz jacobiana constante $\tilde{\mathbf{A}}$, función de los datos del problema de Riemann local, es decir, $\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}}(U_L, U_R)$, por lo que el sistema de ecuaciones hiperbólico (3.12), se transforma en:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = 0 \quad (3.29)$$

La matriz jacobiana $\tilde{\mathbf{A}}$, debe cumplir con la hiperbolicidad del sistema, consistencia con la matriz jacobiana exacta y la conservatividad alrededor de discontinuidades (Toro 1999). Conocida la matriz jacobiana $\tilde{\mathbf{A}}$ y sus respectivos valores y vectores propios ($\tilde{\alpha}_i$ y \tilde{e}_i), la solución del problema de Riemann aproximado $\bar{\mathbf{U}}_{1+1/2}(x, t)$ evaluada en $x/t = 0$, es dado por:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i+1}(0) = \mathbf{U}_i^n + \sum_{\tilde{\lambda}_i \leq 0} \tilde{\alpha}_i \tilde{e}_i \quad (3.30)$$

o

$$\bar{\mathbf{U}}_{i+1}(0) = \mathbf{U}_{i+1}^n - \sum_{\tilde{\lambda}_i \geq 0} \tilde{\alpha}_i \tilde{e}_i \quad (3.31)$$

Combinado las dos expresiones anteriores, se obtiene:

$$\bar{\mathbf{U}}_{i+1}(0) = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_i^n + \mathbf{U}_{i+1}^n) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \text{signo}(\tilde{\lambda}_i) \tilde{\alpha}_i \tilde{e}_i \quad (3.32)$$

El sistema de ecuaciones hiperbólico (3.12) fue sustituido por el sistema de ecuaciones (3.29), por lo tanto puede ser visto como:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{F}(\bar{U})_x = 0 \quad (3.33)$$

Con la función de flujo:

$$\bar{F}(\bar{U}) = \tilde{A} \bar{U} \quad (3.34)$$

Así, el sistema (3.33), define otro problema de Riemann llamado aproximado. Aplicando los resultados obtenidos en la ecuación (3.24) para el lado izquierdo, tenemos:

$$\bar{F}_{0L} = \bar{F}_L - S_L U_L - \frac{1}{t} \int_{tS_L}^0 \bar{U}(x, t) dx \quad (3.35)$$

El Riemann *solver* de Roe, considera que la solución exacta de $U_{i+1/2}(x, t)$ se aproxima por $\bar{U}_{i+1/2}(x, t)$.

Por lo que la integral en (3.35), es:

$$\int_{tS_L}^0 \bar{U}_{i+1/2}(x, t) dx = t \left[\bar{F}(\bar{U}_L) - \bar{F}(\bar{U}_{i+1/2}(0)) \right] - S_L U_L \quad (3.36)$$

De esta forma, sustituyendo la expresión anterior, en (3.35), y considerando un volumen finito i , se obtiene:

$$F_{i+1/2}^* = \bar{F}[\bar{U}_{i+1/2}(0)] + F(U_i) + \bar{F}(U_i) \quad (3.37)$$

Finalmente, empleando los resultados de $\bar{U}_{i+1}(0)$ dados por (3.30) o (3.31) junto a la definición del flujo(3.34), el flujo numérico se obtiene como:

$$F_{i+1/2} = F_i + \sum_{\tilde{\lambda}_i \leq 0} \tilde{\alpha}_i \tilde{\lambda}_i \tilde{e}_i \quad (3.38)$$

De forma similar, para el lado derecho del problema de Riemann, tenemos:

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \mathbf{F}_{i+1} - \sum_{\tilde{\lambda}_i \geq 0} \tilde{\alpha}_i \tilde{\lambda}_i \tilde{\mathbf{e}}_i \quad (3.39)$$

Combinando, las expresiones anteriores, se obtiene el flujo numérico para el método de Godunov con el Riemann *solver* de Roe, como:

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \tilde{\alpha}_j |\tilde{\lambda}_j| \tilde{\mathbf{e}}_j \quad (3.40)$$

3.1.2 Discretización espacial

La aplicación de un método numérico conlleva la discretización espacial del dominio en puntos, celdas o elementos de cálculo (Figura 3.2). Cada elemento representa un volumen de control o volumen finito. La unión de estos elementos forma una malla, la cual puede ser estructurada (Figura 3.2b) o no estructurada (Figura 3.2c). En las mallas estructuradas, cada elemento de la misma está inequívocamente identificado por los índices i , j y k en coordenadas cartesianas, por su parte, en las mallas no estructuradas los elementos no tienen un orden particular. Los elementos de una malla estructurada en 2D por lo general son cuadriláteros, en cambio en una no estructurada pueden ser triángulos, cuadriláteros o una combinación de éstos (Blazek 2005). Las mallas no estructuradas tienen la ventaja de adaptarse a geometrías complejas como las que presentan la batimetría y fronteras de estudios hidráulicos, sin embargo, requieren de una estructura de datos compleja y unos requerimientos de memoria mayores.

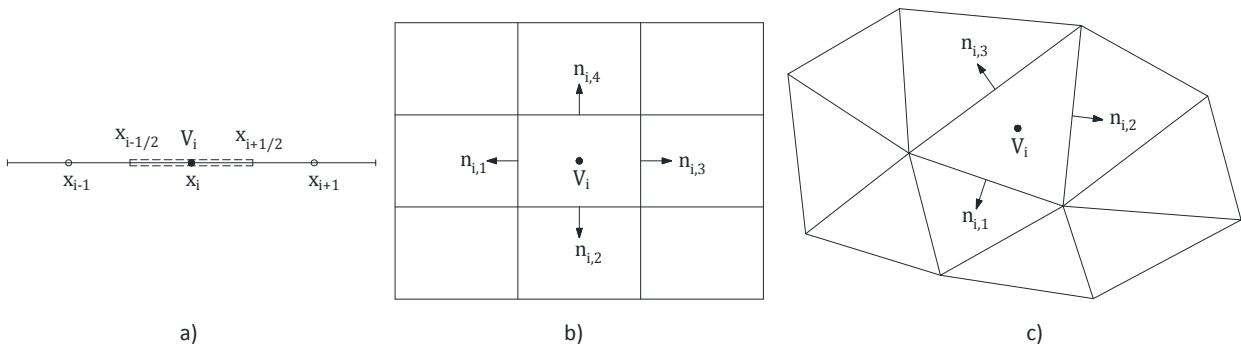


Figura 3.2 Tipos de malla: a) Malla en una dimensión, b) malla estructurada en dos dimensiones y c) malla no estructurada en dos dimensiones

Para la generación o construcción de los volúmenes finitos en 2D, existen diferentes metodologías para definir la forma y posición del volumen de control con respecto a la malla. La más sencilla consiste en

utilizar la discretización espacial y ubicar el nodo de la celda o volumen finito en el centroide de cada elemento, conocida como generación de volúmenes finitos tipo celda (Figura 3.3b). Los volúmenes finitos tipo celda tienen la ventaja de que se utiliza la discretización inicial como malla, pero tiene el inconveniente de que los valores de las variables se almacenan en el centro de la celda, lo que le resta claridad a la hora de imponer condiciones de contorno. Otras opciones son la generación de volúmenes finitos tipo vértice (Figura 3.3c) o arista (Figura 3.3d), en la cual el nodo se ubica en el vértice y en el punto medio de la arista respectivamente. Posteriormente, con la ayuda de las medianas, se construye una nueva malla de volúmenes finitos en torno a estos nodos. Estas dos últimas tienen el inconveniente de que se requiere la construcción de una nueva malla, en cambio, resulta más sencilla e intuitiva la imposición de las condiciones de frontera, ya que los nodos de las celdas de la frontera están localizados en el contorno. Adicionalmente, los volúmenes tipo vértice tienen la desventaja de que en dominios irregulares, los elementos frontera pueden tener asociado dos vectores normales, estos problemas son evitados con los volúmenes tipo arista, pero estos últimos tienen el inconveniente de que las variables no se almacenan ni en el centro ni en los vértices de la malla inicial (Godlewski y Raviart 1996).

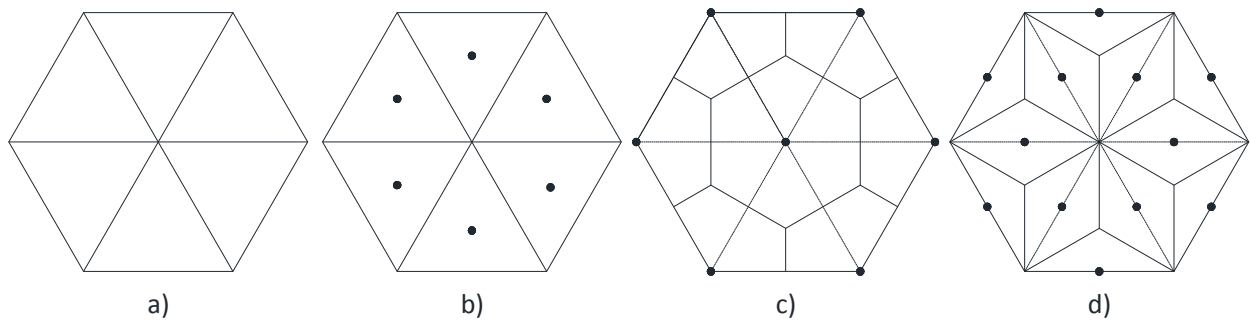


Figura 3.3 Generación de mallas. a) Malla triangular original, b) volúmenes finitos tipo celda, c) volúmenes finitos tipo vértice y d) volúmenes finitos tipo arista

En la discretización en volúmenes finitos para el caso unidimensional (Figura 3.4a), el dominio de estudio de longitud L se divide en n celdas o volúmenes finitos de tamaño irregular, como:

$$x_{i-1/2} = (i-1)\Delta x \leq x \leq i\Delta x = x_{i+1/2} \quad (3.41)$$

Los valores extremos $x_{i-1/2}$ y $x_{i+1/2}$ de la celda i definen la posición de la frontera de la celda, en la cual el flujo numérico debe ser especificado. El tamaño de la celda es:

$$\Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} \quad (3.42)$$

En el caso bidimensional (Figura 3.4b), el dominio físico se descompone en polígonos, que ahora son los volúmenes finitos. Cada volumen tiene una superficie o contorno formado por los lados que lo encierran y viene definido por sus vértices. Los vértices pueden estar distribuidos irregularmente, formando una malla no estructurada, o formar parte de una malla estructurada (para cuadriláteros siempre habrá cuatro lados concurrentes en cada vértice, y para triángulos tres). En la Figura 3.4b se representa un volumen finito V_i en forma de cuadrilátero en un dominio bidimensional. Su superficie o contorno son los cuatro lados, cada uno de ellos con un vector normal exterior $n_{i,nl}$.

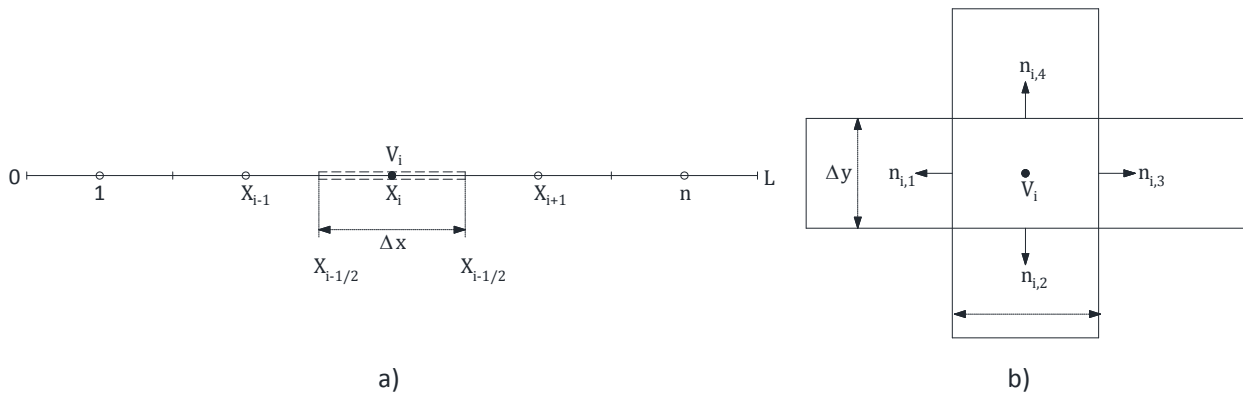


Figura 3.4 Discretización en volúmenes finitos: a) en 1D y b) en 2D

3.1.3 Esquema numérico en 1D

Las ecuaciones de Saint Venant en 1D o las ecuaciones de flujo en presión en 1D, se pueden escribir en forma vectorial como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (3.43)$$

Donde \mathbf{U} , \mathbf{F} y \mathbf{H} responden a (2.14) y (2.21) respectivamente.

La forma integral de la ecuación (3.43) para un dominio $[x - \Delta x / 2, x + \Delta x / 2] \times [t, t + \Delta t]$, se obtiene:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} \right] dx dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} [\mathbf{H}] dx dt \quad (3.44)$$

De donde:

$$\begin{aligned}
 & \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} [U(x, t + \Delta t) - U(x, t)] dx + \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} [F(U(x + \Delta x/2, t)) - F(U(x - \Delta x/2, t))] dt = \\
 & = \int_t^{t+\Delta t} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} H(x, t) dx dt
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

De la expresión anterior y considerando la ecuación (3.7), tenemos:

$$\begin{aligned}
 U_i^n &= \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} [U(x, t)] dx \\
 U_i^{n+1} &= \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} [U(x, t + \Delta x)] dx
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

La integral de los términos convectivos (segunda integral), es desconocida, por lo que es necesario aproximarla de alguna manera. Así, definiendo un flujo numérico F^* en las interceldas a ambos lados de la celda i , se puede escribir un esquema numérico de la forma:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^* - F_{i-1/2}^*) + \frac{\Delta t}{\Delta x} H_i^* \tag{3.47}$$

Donde U_i^n y U_i^{n+1} son los valores medios del vector U en la celda i en el instante de tiempo t^n y t^{n+1} respectivamente, $F_{i\pm 1/2}^*$ es el flujo numérico en las interceldas, y H_i^* un valor representativo del promedio del término fuente H en la celda i . $F_{i\pm 1/2}^*$ y H_i^* en general dependen de las celdas contiguas a la celda i en los instantes de tiempo t^n y t^{n+1} .

3.1.3.1 Discretización de la derivada temporal

Una discretización de primer orden de la derivada temporal de la ecuación (2.7) o la ecuación (2.13), resulta en:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Delta V \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} \tag{3.48}$$

Donde \mathbf{U}_i^n , \mathbf{U}_i^{n+1} son los valores medios de las variables conservativas en el volumen finito i , en 1D y en 2D para el instante de tiempo n y $n+1$ respectivamente. El término ΔV en una discretización en 1D, representa una longitud, mientras que en una discretización en 2D, representa un área.

3.1.3.2 Discretización del vector de flujo

En este apartado se presenta el esquema numérico con precisión de alta resolución correspondiente al vector de flujo como es el caso de los esquemas TVD. Un esquema TVD se puede escribir como un esquema de primer orden (esquema de Godunov con el *Riemann solver* de Roe) más un esquema de segundo orden (esquema WAF tipo Godunov) imponiendo restricciones a los coeficientes para asegurar que se cumpla el teorema de Harten (Toro 1999). Tales restricciones se imponen a través de una función de limitación del flujo para asegurar la variación total decreciente. De esta forma, considerando la variabilidad espacial del vector de flujo en geometrías irregulares y la corrección de entropía (Harten y Hyman 1983) para evitar discontinuidades no físicas en el caso de tener una onda transcrítica, el esquema se puede escribir como (Bladé 2005):

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{i+1/2}^* = & \frac{1}{2}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{i+1}) - \frac{1}{2} \left[\sum_{j=i}^2 \tilde{\alpha}_j \varphi_j \tilde{\mathbf{e}}_j + \sum_{j=i}^2 \tilde{\gamma}_j \text{signo}(\tilde{\lambda}_j) \tilde{\mathbf{e}}_j \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left[\sum_{j=i}^2 \psi \tilde{\alpha}_j \varphi_j (1 - |\nu_j|) \tilde{\mathbf{e}}_j + \sum_{j=i}^2 \psi \tilde{\gamma}_j \text{signo}(\tilde{\lambda}_j) (1 - |\nu_j|) \tilde{\mathbf{e}}_j \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

Donde:

$$\nu_j = \lambda_j \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.50)$$

Los coeficientes constantes o las llamadas fuerzas de cada onda $\tilde{\alpha}_{1,2}$, los valores y vectores propios $\tilde{\lambda}_{1,2}$ y $\tilde{\mathbf{e}}_{1,2}$ de la matriz jacobiana definida como $\mathbf{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$, se escriben respectivamente como:

$$\tilde{\alpha}_{1,2} = \frac{(\tilde{c} \mp \tilde{u}) \Delta A \pm \Delta Q}{2\tilde{c}} \quad (3.51)$$

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \tilde{u} \pm \tilde{c} \quad (3.52)$$

$$\tilde{e}_{1,2} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} \pm \tilde{c} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Donde:

$$\Delta A = A_{i+1} - A_i \quad (3.54)$$

$$\Delta Q = Q_{i+1} - Q_i \quad (3.55)$$

$$\tilde{u} = \frac{\frac{Q_i}{\sqrt{A_i}} + \frac{Q_{i+1}}{\sqrt{A_{i+1}}}}{\left(\sqrt{A_i} + \sqrt{A_{i+1}}\right)} \quad (3.56)$$

La corrección de entropía de Harten e Hyman φ_j , según Toro (1999), es:

$$\varphi_j = \begin{cases} |\tilde{\lambda}_j| & \text{si } |\tilde{\lambda}_j| \geq \varepsilon_j \\ \varepsilon_j & \text{si } |\tilde{\lambda}_j| < \varepsilon_j \end{cases} \quad (3.57)$$

Donde:

$$\varepsilon_{j,i+1/2} = \max \left[0, \left(\tilde{\lambda}_{j,i+1/2} - \tilde{\lambda}_{j,i} \right), \left(\tilde{\lambda}_{j,i+1} - \tilde{\lambda}_{j,i+1/2} \right) \right] \quad (3.58)$$

Algunas formulaciones utilizadas para la celeridad \tilde{c} no reproducen el salto de las fuerzas de presión, por lo que en este trabajo se utiliza una expresión que mantiene el significado físico de la celeridad, entendido como la variación de las fuerzas de presión en cada sección transversal con respecto a la variación del área de flujo en cada sección (Bladé et al., 2008):

$$\tilde{c}^2 = \begin{cases} g \frac{(I_{i+1} - I_i) - (\Delta I_1|_{\tilde{A}})_{i+1/2}}{A_{i+1} - A_i} & \text{si } A_i \neq A_{i+1} \\ \frac{(c_i^2 + c_{i+1}^2)}{2}; g \frac{\tilde{A}}{\tilde{B}}; g \frac{\Delta I}{\Delta A} & \text{si } A_i = A_{i+1} \end{cases} \quad (3.59)$$

Cuando $A_i = A_{i+1}$, en este trabajo se emplea la segunda opción.

Donde:

$$\tilde{A} = \frac{2A_i A_{i+1}}{A_i + A_{i+1}} \quad (3.60)$$

$$\tilde{B} = \frac{B_i + B_{i+1}}{2} \quad (3.61)$$

La variación de las fuerzas de presión $(\Delta I_1|_{\tilde{A}})_{i+1/2}$ en volúmenes finitos para un área constante $\tilde{A}_{i+1/2}$ es:

$$(\Delta I_1|_{\tilde{A}})_{i+1/2} = (I_1|_{\tilde{A}})_{i+1} - (I_1|_{\tilde{A}})_i \quad (3.62)$$

Donde $(I_1|_{\tilde{A}})_i$ y $(I_1|_{\tilde{A}})_{i+1}$ son las fuerzas de presión en el volumen finito i e $i+1$ para un valor del área \tilde{A} . $\tilde{\gamma}_{1,2}$ resultan de la descomposición con base en los vectores propios, y se definen como:

$$\tilde{\gamma}_1 = \frac{1}{2\tilde{C}} g \Delta (I_1|_{\tilde{A}}) \quad (3.63)$$

$$\tilde{\gamma}_2 = -\tilde{\gamma}_1$$

ψ_j es la función de limitación, las cuales según diferentes autores son (Tabla 3.1):

Donde r_j es un indicador del salto que sufre la solución a través de una onda en el contorno *upwind* del elemento de volumen respecto del mismo salto en el otro contorno. Una posible expresión para r_j es el cociente entre las componentes que permiten escribir el salto en función de los valores propios:

$$(r_j)_{i+1/2} = \frac{(\tilde{\alpha}_j)_{i+1/2-s}}{(\tilde{\alpha}_j)_{i+1/2}} \quad (3.64)$$

Otra posibilidad es el cociente entre contribuciones de la onda j y el término que hace que el esquema numérico sea de segundo orden, ya que estas son precisamente las que provocan las oscilaciones espurias (Alcrudo 1992), por lo que es el utilizado en este trabajo:

$$(r_j)_{i+1/2} = \frac{[\tilde{\alpha}_j \phi_j (1 - |v_j|)]_{i+1/2-s}}{[\tilde{\alpha}_j \phi_j (1 - |v_j|)]_{i+1/2}} \quad (3.65)$$

Tabla 3.1 Funciones de limitación

Autor	Función de limitación
Van Leer	$\psi_j = \begin{cases} 0 & \text{si } r_j \leq 0 \\ \frac{2r_j}{1+r_j} & \text{si } r_j \geq 0 \end{cases}$
Minmod	$\psi_j = \max[0, \min(r_j, 1)]$
Superbee	$\psi_j = \max[0, \min(2r_j, 1), \min(r_j, 2)]$
Van Alba	$\psi_j = \begin{cases} 0 & \text{si } r_j \leq 0 \\ \frac{r_j(1+r_j)}{1+r_j^2} & \text{si } r_j \geq 0 \end{cases}$
Ultrabee	$\psi_j = \begin{cases} 0 & r_j \leq 0 \\ \frac{2r_j}{ v } & \text{si } 0 \leq r_j \leq \frac{ v }{1- v } \\ \frac{2}{1- v } & r_j \geq \frac{ v }{1- v } \end{cases}$

3.1.3.3 Discretización del término independiente en 1D

El efecto de la fricción y la pendiente del fondo son determinantes en flujos de aguas, por lo que se debe asegurar un correcto tratamiento del mismo, esto es, utilizar una discretización acorde a la empleada en el vector de flujo, en este caso una discretización descentrada. En este sentido, se ha demostrado que la pendiente del fondo tiene un equilibrio con el vector de flujo, no ocurriendo lo mismo con los términos de fricción (Hubbard y García-Navarro 2000). Los trabajos relacionados con el equilibrio del término independiente y el vector de flujo primeramente se dieron en canales con fondo horizontal y ancho variable (Glaister 1988), posteriormente extendidos a geometrías irregulares en 1D y en 2D con primer orden de precisión (Vásquez-Cendón 1999) y posteriormente extendiéndose a segundo orden de precisión y esquema TVD (Hubbard y García-Navarro 2000). El término de fricción ha sido tratado de forma centrada (Hubbard y García-Navarro 2000) y también de forma descentrada (Vásquez-Cendón

1999), obteniéndose resultados satisfactorios. En este trabajo se utilizará un esquema centrado para el término de fricción y un esquema descentrado para la pendiente del fondo.

Por lo tanto, el término independiente de las ecuaciones de flujo en 1D, representado por \mathbf{H} , en la ecuación (2.14) y (2.21) conviene descomponerlo respectivamente como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^1 + \mathbf{H}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ gI_2 + gAS_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -S_f \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^1 + \mathbf{H}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho gI_2 + \rho gAS_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -S_f \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

En la ecuación (3.47), \mathbf{H}_i^* es la expresión numérica del término independiente \mathbf{H} y representa el término independiente integrado en todo el volumen finito, por lo tanto con (3.66) se tiene:

$$\mathbf{H}_i^* = \mathbf{H}_i^{*1} + \mathbf{H}_i^{*2} \quad (3.68)$$

El término \mathbf{H}_i^{*2} que incluye los términos de fricción (cuando este valor es importante en algunas ocasiones puede crear problemas de estabilidad) se discretiza de forma centrada, quedando:

$$\mathbf{H}_i^{*2} = \Delta x_i \mathbf{H}_i^{2,n} \quad (3.69)$$

Como se mencionó anteriormente, el termino \mathbf{H}_i^{*1} que incluye la pendiente del fondo debe discretizarse de forma descentrada de acuerdo con el esquema numérico empleado con el vector de flujo, y para satisfacer la propiedad de conservación exacta puede ser dividido en dos contribuciones en las fronteras del volumen finito, descompuesto sobre los vectores propios de la matriz jacobiana $\mathbf{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ de la siguiente manera (Bladé 2005):

$$\mathbf{H}_i^{1*} = \mathbf{H}_{i-1/2}^{1*} + \mathbf{H}_{i+1/2}^{1*} \quad (3.70)$$

Donde:

$$\mathbf{H}_{i\pm 1/2}^{1*} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^2 \tilde{\beta} \left[1 \mp \text{signo}(\lambda_j) \left(1 - \psi_j \left(1 - |v_j| \right) \right) \right] \tilde{\mathbf{e}}_j \right]_{i\pm 1/2} \quad (3.71)$$

Con:

$$\tilde{\beta}_1 = \frac{1}{2\tilde{c}} g\tilde{A}(\Delta z + \Delta h) + \frac{1}{2\tilde{c}} g\Delta I_1 \quad (3.72)$$

$$\tilde{\beta}_2 = \tilde{\beta}_1$$

$$\Delta h = h_{1+1} - h_1 \quad (3.73)$$

$$\Delta I_1 = I_{1+1} - I_1 \quad (3.74)$$

$$\Delta z = z_{1+1} - z_1 \quad (3.75)$$

Para flujo en lámina libre Δh representa un incremento de calado, mientras que para flujo en presión representa un incremento de carga de presión.

Otra manera de escribir el esquema numérico (3.47) de forma compacta es:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\mathbf{F}_{i+1/2}^* - \mathbf{F}_{i-1/2}^* + \mathbf{H}_{i-1/2}^{1*} + \mathbf{H}_{i+1/2}^{1*} \right) + \Delta t \mathbf{H}_i^{2,n} \quad (3.76)$$

3.1.4 Esquema numérico en 2D

Las ecuaciones de flujo en lámina libre en 2D, se pueden escribir en forma vectorial como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (3.77)$$

Donde \mathbf{U} , \mathbf{F} y \mathbf{H} responden a (2.8).

La expresión integral de la ecuación (3.77) para un volumen V cualquiera es:

$$\int_V \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} dV + \int_V \nabla \mathbf{F} dV = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.78)$$

Aplicando el teorema de Gauss a la integral de flujo convectivo (segunda integral) se tiene:

$$\int_V \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} dV + \oint_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds = \int_V \mathbf{H} dV \quad (3.79)$$

Donde S es la superficie que encierra a V y \mathbf{n} es el vector unitario normal a S .

Como en el caso unidimensional, definiendo un tensor de flujo numérico \mathbf{F}^* , que es el flujo numérico normal a S , la integral del flujo sobre la frontera del volumen V que aparece en el segundo término de la ecuación (3.79), se puede aproximar como la suma del producto de dicho tensor por el vector normal a S , como:

$$\oint_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds = \sum_{l=1}^{n_i} (\mathbf{F}_{i,w_l}^*) l_{i,w_l} \quad (3.80)$$

Donde l_i es la longitud de la pared W_l del elemento i , n_{i,w_l} es la normal exterior a la pared W_l del elemento i , n_i el número de lados del elemento i .

También es fundamental la discretización del término $\mathbf{H}_{i,j}$, que representa la integral del término independiente en el volumen finito $V_{i,j}$.

Si la integral del término independiente de la ecuación (3.79) se denota con \mathbf{H}_i y representa el valor promedio en el elemento i , de forma general la ecuación (3.79) se puede escribir como:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \sum_{l=1}^{N_i} (\mathbf{F}_{i,w_l}^* n_{i,w_l}) l_{i,w_l} + \frac{\Delta t}{V_i} \mathbf{H}_i \quad (3.81)$$

El problema bidimensional se resuelve considerando el flujo numérico a través de cada una de las cuatro paredes de cada elemento de volumen, y este flujo se puede calcular, como si en la dirección normal a cada pared hubiera un problema de Riemann en una dimensión con dos estados constantes a cada lado, definidos por los valores promedio de las variables en los elementos de volumen contiguos a dicha pared.

3.1.4.1 Discretización del vector de flujo

En volúmenes finitos el esquema WAF-TVD para el sistema de ecuaciones (2.7) en 2D, considerando la corrección de entropía (Harten y Hyman 1983) para asegurar un correcto tratamiento de las ondas de depresión transcíticas para el contorno i -ésimo del elemento i , expresado como un esquema de primer orden más unas correcciones de segundo orden, se concreta en (Bladé 2005):

$$\mathbf{F}_{i,w_i}^* n_{i,w_i} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_j) n_{i,w_i} - \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^3 \tilde{\alpha}_k \varphi_k \tilde{\mathbf{e}}_k \right)_{i,j} + \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^3 \psi_k \tilde{\alpha}_k \varphi_k (1 - |\nu_k|) \tilde{\mathbf{e}}_k \right)_{i,j} \quad (3.82)$$

Donde la corrección de entropía de Harten e Hyman φ_j , se define según las ecuaciones (3.57) y (3.58), los coeficientes constantes o las llamadas fuerzas de cada onda $\tilde{\alpha}_{1,2,3}$, los valores y vectores propios $\tilde{\lambda}_{1,2,3}$ y $\tilde{\mathbf{e}}_{1,2,3}$ de la matriz jacobiana definida como $\mathbf{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$, se escriben respectivamente como:

$$\tilde{\alpha}_{1,3} = \frac{\Delta h_{i,j}}{2} \pm \frac{1}{2\tilde{c}} \left[\Delta(hu)_{ij} n_x + \Delta(hv)_{ij} n_y - (\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y) \Delta h_{ij} \right] \quad (3.83)$$

$$\tilde{\alpha}_2 = \frac{1}{\tilde{c}} \left[(\Delta(hv)_{ij} - \tilde{v} \Delta h_{ij}) n_x - (\Delta(hu)_{ij} - \tilde{u} \Delta h_{ij}) n_y \right]$$

$$\tilde{\lambda}_1 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y + \tilde{c}$$

$$\tilde{\lambda}_2 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y \quad (3.84)$$

$$\tilde{\lambda}_3 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y - \tilde{c}$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{1,3} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} \pm \tilde{c}n_x \\ \tilde{u} \pm \tilde{c}n_y \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{e}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tilde{c}n_y \\ -\tilde{c}n_x \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Donde:

$$\tilde{u} = \frac{\sqrt{h_i u_i} + \sqrt{h_j u_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} \quad (3.86)$$

$$\tilde{v} = \frac{\sqrt{h_i v_i} + \sqrt{h_j v_j}}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_j}} \quad (3.87)$$

$$\tilde{c} = \sqrt{g \frac{h_i + h_j}{2}} \quad (3.88)$$

La función de limitación del flujo ψ_k responde a las expresiones presentadas en Tabla 3.1 y r_k indica el salto que sufre la componente k de la solución en un contorno de un elemento respecto del salto en el contorno (del mismo elemento o no) situado en la dirección *upwind*, y se puede representar como:

$$(r_k)_{i,j} = \frac{[\tilde{\alpha}_k \varphi_k (1 - |\nu_k|)]_{m,n}}{[\tilde{\alpha}_k \varphi_k (1 - |\nu_k|)]_{i,j}} \quad (3.89)$$

Donde m es el elemento *upwind* de i y n el elemento *upwind* de j . La dirección *upwind* la indica la normal al contorno, el sentido y el signo de $\tilde{\lambda}_k$.

3.1.4.2 Discretización del término independiente en 2D

Tradicionalmente, un esquema centrado debería utilizarse para discretizar los términos fuente, ya que no presentan los problemas de estabilidad que aparecen en el vector de flujo convectivo. Sin embargo, un esquema descentrado de la pendiente da mejores resultados (Vázquez-Cendón 1999), además de evitar oscilaciones no físicas en la solución (Bermúdez y Vázquez-Cendón 1994). De esta forma, se debe producir un equilibrio entre el vector de flujo y el término independiente para la parte del mismo que representa la pendiente de fondo, pero puede obviarse para los términos de fricción (Brufau y García-Navarro 2000). En función de lo anterior, el término independiente de las ecuaciones de agua en lámina libre en 2D representado por \mathbf{H} en la ecuación (2.8) se puede descomponer como (Bladé 2005):

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^1 + \mathbf{H}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ ghS_{0_x} \\ ghS_{0_y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -ghS_{f_x} \\ -ghS_{f_y} \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

En la ecuación (3.81) \mathbf{H}_i^* , representa la integral del término independiente en todo el volumen finito, por lo que en concordancia con (3.90), se tiene:

$$\mathbf{H}_i^* = \mathbf{H}_i^{*1} + \mathbf{H}_i^{*2} \quad (3.91)$$

De esta forma, el término \mathbf{H}_i^{*2} se discretiza de forma centrada (cuando el valor de este término es grande lo cual ocurre con poca frecuencia, puede crear problemas de estabilidad), como:

$$\mathbf{H}_i^{*2} = V_i \mathbf{H}_i^{2,n} \quad (3.92)$$

En el caso de \mathbf{H}_i^{*1} , se utiliza una discretización descentrada de acuerdo con el esquema numérico utilizado en el vector de flujo convectivo, resultando:

$$\mathbf{H}_{i,w_l}^{*1} = \frac{1}{2} l_{i,w_l} \left[\sum_{k=1}^3 \tilde{\beta}_k \left[1 - \text{signo}(\tilde{\lambda}_k) (1 - \psi_k \langle 1 - |\nu_k| \rangle) \right] \tilde{\mathbf{e}}_k \right]_{i,j} \quad (3.93)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_1 &= -\frac{\tilde{c}}{2} (\Delta z)_{i,j} \\ \tilde{\beta}_2 &= 0 \\ \tilde{\beta}_3 &= -\tilde{\beta}_1 \end{aligned} \quad (3.94)$$

La expresión compacta del esquema numérico (3.81) es:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \left[\sum_{l=1}^{N_i} (\mathbf{F}_{i,w_l}^* n_{i,w_l})_{i,w_l} + \sum_{l=1}^{N_i} \mathbf{H}_{i,w_l}^{*1} \right] + \Delta t \mathbf{H}_i^{2,n} \quad (3.95)$$

3.1.5 Estabilidad numérica

Los esquemas numéricos como los anteriores son esquemas explícitos que tienen un coste computacional pequeño en cada paso de tiempo, pero para ser estables necesitan trabajar con incrementos de tiempo también pequeños y deben cumplir con la condición de estabilidad de Courant (Chaudhry 1993). La condición significa que ninguna onda presente en el dominio viaja más de una distancia Δx en un tiempo Δt . Así, para los esquemas numéricos en una y dos dimensiones, respectivamente se tiene que:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|u \pm c|} \quad (3.96)$$

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{l_{i,w_i}}{\sqrt{2} |\sqrt{u^2 + v^2} + c|} \right) \quad (3.97)$$

Las cuales, también se pueden escribir respectivamente como:

$$CFL = \frac{|u \pm c| \Delta t}{\Delta x} \leq 1.0 \quad (3.98)$$

$$CFL \leq \max \left(\frac{|\sqrt{u^2 + v^2} + c| \Delta t}{l_{i,w_i}} \right) \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.99)$$

3.1.6 Condiciones iniciales y de contorno

Para resolver una ecuación diferencial, son indispensables unas condiciones iniciales y unas condiciones de contorno. Las primeras son para indicarnos las condiciones de las variables al inicio de los cálculos, generalmente área y caudal para el caso de flujo en 1D, calado y velocidades en la dirección x y y en el caso de flujo en 2D. Las segundas, indican las condiciones del flujo en los límites del sistema físico, ya que estos tienen un tamaño finito. Las condiciones de contorno las identificaremos como externas, porque se puede considerar que están fuera de nuestra área de cálculo, además, para diferenciarlas de las condiciones de contorno internas, de las cuales hablaremos más adelante.

3.1.6.1 Condiciones iniciales

Para determinar las condiciones iniciales en un dominio de cálculo, generalmente se debe de indicar el valor de las variables hidráulicas en cada celda o volumen finito del espacio de cálculo. La opción más simple, es considerar que el área de estudio está seca, es decir $A=0$, $Q=0$ para el caso en 1D; $h=0$, $u=0$ y $v=0$ para el caso en 2D, pero en muchos casos reales esto no es así.

En el caso de flujo en 1D, se emplea el método paso a paso (Chaudhry 1993) para calcular la curva de remanso correspondiente. En el caso de flujo en 2D, no existe un método similar, por lo que se suele utilizar agua en reposo, es decir, se asigna un calado y una velocidad nula.

3.1.6.2 Condiciones de contorno externas

Para las condiciones de contorno externas, el proceso no es tan sencillo como en el caso de la condición inicial. Para ello, se utiliza la teoría de las características en 1D y la teoría de las bicaracterísticas en 2D (Bladé 2005), para determinar el número de condiciones de contorno que se deben imponer en función del régimen de flujo (lento o rápido).

Una vez definido el número de condiciones de contorno a imponer, estrictamente desde el punto de vista matemático, para conocer el valor de las variables hidráulicas en los contornos se debería resolver la ecuación de la curva característica correspondiente (positiva o negativa) en función del régimen del flujo (lento o rápido), simultáneamente con la condición de contorno impuesta. Lo anterior, implica resolver para cada contorno y para cada instante de tiempo un sistema ecuaciones no lineales a través de un método iterativo, como el de Newton-Raphson.

Los esquemas numéricos utilizados en este trabajo son explícitos y por tanto sujetos a la condición de estabilidad de Courant, lo que implica que en función del tamaño del volumen finito, calados y velocidades, por lo general se tienen pasos de tiempo pequeños, por lo que resolver un sistema de ecuaciones no lineales como el descrito anteriormente en cada contorno y en cada paso de tiempo, consume gran cantidad de recursos de cómputo. Por tal motivo, en este trabajo las condiciones de contorno se implementaran creando volúmenes finitos frontera o ficticios fuera del dominio de cálculo, especificando las variables hidráulicas en los mismos, y posteriormente calculando los flujo numéricos correspondientes (Toro 2001). Las variables hidráulicas en los volumen finitos frontera se puede especificar como un calado/nivel, o velocidad/caudal variables a través del tiempo o una combinación de las mismas.

3.1.6.3 Condiciones de contorno de pared

Las condiciones de contorno de pared generalmente son empleadas para paredes sólidas que se encuentran delimitando el dominio del flujo. En este sentido, algunas precauciones se deben tener para asegurar que la condición de contorno impuesta sea consistente con el esquema numérico y las características físicas del flujo.

Para paredes fijas es común considerar una condición sin deslizamiento (*no-slip*), lo que significa que las velocidades son nulas en las fronteras sólidas. Lo anterior implica que el flujo está en reposo en las paredes.

Otra opción en este sentido, es considerar la opción de libre deslizamiento (*free slip*), lo cual implica que la dirección de la velocidad del flujo es paralela a la pared.

3.1.7 Condición de secado-mojado

Una condición de secado mojado ocurre cuando un frente de onda avanza sobre un fondo seco o sobre un nivel de agua muy pequeño. Físicamente, en estos casos las fuerzas de gravedad dominan sobre las fuerzas de tensión superficial, en caso contrario, el agua tiende a aislarse en pequeños volúmenes de agua. Integrar una condición de secado-mojado en un modelo numérico, por un lado puede acarrear la aparición de calados negativos e inestabilidades y por el otro, problemas de conservación de masa. Los frentes de secado-mojado están presentes en redes de alcantarillado pluvial y son muy comunes en dominios espaciales en 2D por cambios del nivel de la superficie libre del agua.

Para considerar este proceso, numéricamente consiste en definir un umbral de secado-mojado a través de un calado mínimo. La diferencia entre los distintos métodos recae, en como detectar si un elemento está seco o mojado. Varias aproximaciones han sido desarrolladas para detectar frentes de secado-mojado y manejar este fenómeno ya sea con información de volúmenes finitos vecinos (Bradford y Sanders 2002) o modificando las diferencias de nivel del fondo (Brufau et al. 2004). En los esquemas en 1D y en 2D descritos, se emplea una aproximación similar a las anteriores, que consiste en definir elementos secos no mojables, secos mojables y elementos mojados en función de un umbral de secado-mojado e información de elementos vecinos (Bladé 2005). Los elementos mojados tienen un calado mayor al umbral de secado-mojado, en caso contrario se consideran secos. Un elemento seco mojado conecta con un elemento mojado, en caso contrario es seco no mojado.

Así, en un elemento mojado se emplean los esquemas numéricos tal cual fueron definidos, los elementos restantes no participan en el cálculo, y la velocidad en estos últimos se considera nula. En un elemento seco no mojado, el nivel del agua únicamente puede variar por la lluvia o por la infiltración, mientras que en un elemento mojado, además, se permite la entrada de agua proveniente de un elemento mojado.

3.2 Método de las características

El método de las características originalmente fue un método gráfico desarrollado para la integración de ecuaciones diferenciales parciales. Posteriormente, este método fue usado para el análisis de la propagación de frentes de ondas y el estudio de problemas de flujo no permanente. Además, el concepto de las curvas características es de gran utilidad para entender la propagación de las ondas y el

desarrollo de las condiciones de contorno para esquemas numéricos explícitos. A continuación se presenta el desarrollo del método siguiendo a Chaudhry (1993).

Reescribiendo las ecuaciones de continuidad (2.11) y de cantidad de movimiento (2.12) en forma divergente o conservativa en su forma no conservativa, respectivamente se tiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A}{B} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (3.101)$$

Multiplicando la ecuación por un multiplicador desconocido λ y sumándola a la ecuación y reordenando términos, queda:

$$\left[\frac{\partial v}{\partial t} + \left(v + \lambda \frac{A}{B} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \lambda \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \left(v + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = g(S_0 - S_f) \quad (3.102)$$

Escribiendo los términos entre corchetes como derivadas totales y si definimos el multiplicador desconocido λ , tal que:

$$v + \lambda \frac{A}{B} = \frac{dx}{dt} = v + \frac{g}{\lambda} \quad (3.103)$$

o

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{g \frac{B}{A}} \quad (3.104)$$

Con lo que:

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.105)$$

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (3.106)$$

Sabiendo que la celeridad de una onda de gravedad es $c = \sqrt{g A/B}$ y definiendo $\lambda = g/c$ podemos escribir la ecuación (3.102), como:

$$\frac{Dv}{Dt} + \frac{g}{c} \frac{Dh}{Dt} = g[S_0 - S_f] \quad (3.107)$$

Si y sólo si:

$$\frac{dx}{dt} = v + c \quad (3.108)$$

De forma similar, definiendo $\lambda = -g/c$ podemos escribir la ecuación (3.102), como:

$$\frac{Dv}{Dt} - \frac{g}{c} \frac{Dh}{Dt} = g[S_0 - S_f] \quad (3.109)$$

Si y sólo si:

$$\frac{dx}{dt} = v - c \quad (3.110)$$

La ecuación (3.108), dibuja una curva en el plano $x-t$ (Figura 3.5), que se denomina curva característica positiva (C^+). De forma similar, la ecuación (3.110), representa una curva característica negativa (C^-). En otras palabras, la ecuación (3.107) es válida a lo largo de la característica positiva AP, y la ecuación (3.109) es válida a lo largo de la característica negativa BP. Estas dos ecuaciones se denominan ecuaciones de compatibilidad. El método de las características, permite a través de simples manipulaciones algebraicas, eliminar la variable espacial x , de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento, que son ecuaciones diferenciales parciales y convertirlas en ecuaciones diferenciales ordinarias.

Multiplicando las ecuaciones (3.107) y (3.109) por dt e integrando a lo largo de las curvas características AP y BP, se obtiene:

$$\int_A^P dv + \int_A^P \frac{g}{c} dy = g \int_A^P (S_0 - S_f) \quad (3.111)$$

$$\int_B^P dv - \int_B^P \frac{g}{c} dy = g \int_B^P (S_0 - S_f) \quad (3.112)$$

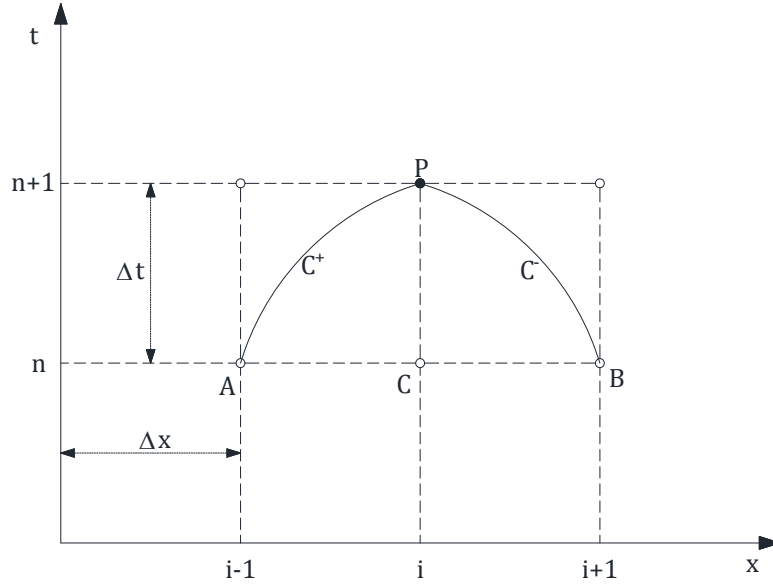


Figura 3.5 Curvas características positiva y negativa

Para evaluar estas integrales, se debe conocer c y S_f a lo largo de las características, las cuales dependen de h y v . Sin embargo h y v son las incógnitas que queremos determinar. Por lo tanto, se asume que los valores de c y S_f , se calculan usando los valores de h y v en los puntos A y B , y son válidos a lo largo de las características AP y BP respectivamente. Basado en esta aproximación, las ecuaciones (3.111) y (3.112) se pueden escribir como:

$$v_P - v_A + \left(\frac{g}{c} \right)_A (h_P - h_A) = g(S_0 - S_f)_A (t_P - t_A) \quad (3.113)$$

$$v_P - v_B + \left(\frac{g}{c} \right)_B (h_P - h_B) = g(S_0 - S_f)_B (t_P - t_B) \quad (3.114)$$

De esta forma conociendo el valor de las variables en los puntos A y B , entonces sus valores en el punto P se pueden determinar resolviendo las ecuaciones (3.113) y (3.114) simultáneamente.

3.2.1 Esquema de intervalos específicos

Para conocer el valor de h y v en el punto P , es necesario conocer los valores de h y v en los puntos A y B (Figura 3.6). Por otro lado, las curvas características no necesariamente tienen que pasar por los

puntos de cálculo A y B cuando se especifica el tamaño del intervalo temporal y espacial como es el caso del método de los intervalos específicos, en su lugar pasan por los puntos R y S . Por lo que para conocer las variable h y v en el punto P , los valores de h y v se deben de conocer en el punto R y S , por lo que son necesarias interpolaciones en el tiempo o en el espacio de los puntos conocidos A , B y C .

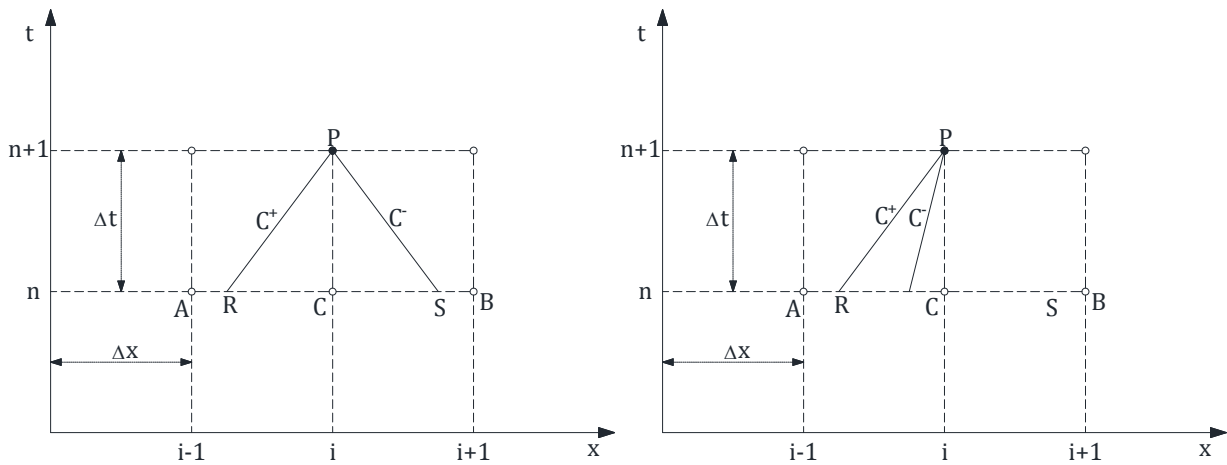


Figura 3.6 Esquema de interpolación para flujo en régimen subcrítico (izquierda) y régimen supercrítico (derecha)

De la Figura 3.6, interpolando linealmente se puede escribir:

$$\frac{v_C - v_R}{v_C - v_A} = \frac{x_C - x_R}{x_C - x_A} = \frac{x_P - x_R}{x_C - x_A} = \frac{(v_R - c_R)\Delta t}{\Delta x} \quad (3.115)$$

y

$$\frac{c_C - c_R}{c_C - c_A} = \frac{(v_R - c_R)\Delta t}{\Delta x} \quad (3.116)$$

Manipulando algebraicamente estas dos ecuaciones, se obtiene:

$$v_R = \frac{v_C - \frac{\Delta t}{\Delta x}(c_A v_C - c_C v_A)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x}(v_C - v_A + c_C - c_A)} \quad (3.117)$$

$$c_R = \frac{c_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} v_R (c_C - c_A)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_C - c_A)} \quad (3.118)$$

$$h_R = h_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_R + c_R) (h_C - h_A) \quad (3.119)$$

En el caso de flujo subcrítico, el punto S se encuentra entre C y B . Procediendo de forma similar tenemos:

$$v_S = \frac{v_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_B v_C - c_C v_B)}{1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_C - v_B + c_C - c_B)} \quad (3.120)$$

$$c_S = \frac{c_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} v_S (c_C - c_B)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_C - c_B)} \quad (3.121)$$

$$h_S = h_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_S + c_S) (h_C - h_B) \quad (3.122)$$

En cambio, para flujo supercrítico el punto S , se encuentra igual que el punto R entre los puntos A y C . Procediendo de forma similar se obtiene:

$$v_S = \frac{v_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_B v_C - c_C v_B)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_C - v_B - c_C + c_B)} \quad (3.123)$$

$$c_S = \frac{c_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} v_S (c_C - c_B)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (c_C - c_B)} \quad (3.124)$$

$$h_S = h_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} (v_S - c_S) (h_C - h_B) \quad (3.125)$$

3.3 Método de la onda cinemática en 1D

El método de la onda cinemática es una buena aproximación para representar fenómenos físicos que ocurren sobre superficies naturales con delgadas capas de suelo y baja capacidad de infiltración o en superficies impermeables en áreas urbanas, es también conocido como flujo Hortoniano. De esta forma, en este apartado se describe el proceso lluvia-escurrimiento y propagación del escurrimiento según el procedimiento empleado por el *Hydrologic Engineering Center* del *US Army Corps of Engineers* (HEC-1 1990).

Así, sustituyendo la ecuación de flujo (2.32) en la ecuación de continuidad (2.31), se obtiene:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \alpha m h^{m-1} \frac{\partial h}{\partial x} = i - f \quad (3.126)$$

Donde h es el calado, q el caudal unitario, i la precipitación en exceso, f las pérdidas por infiltración, α y m son parámetros de la propagación de la onda que son directamente relacionados a las características del flujo definidos por las ecuaciones (2.33) y (2.34), respectivamente.

La cual ecuación anterior tiene solamente una variable dependiente, por lo tanto puede ser resuelta para dar una relación para el calado h en términos del espacio x , del tiempo t , de la intensidad de lluvia en exceso i y de las pérdidas por infiltración f .

Las derivadas parciales son aproximadas utilizando el método de diferencias finitas explícitas hacia atrás (Figura 3.7), como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial x} &\approx \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_i^{n-1} - h_{i-1}^{n-1}}{\Delta x} \\ \frac{\partial h}{\partial t} &\approx \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h_i^n - h_i^{n-1}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.127)$$

Si se asume que la intensidad de lluvia y las pérdidas por infiltración son constantes dentro de cada paso de tiempo Δt , además, se considera que al término de calado como un promedio entre los puntos C y D , posteriormente, siguiendo el esquema en diferencias finitas, sustituyendo en la ecuación (3.126) y despejando, tenemos:

$$h_i^n = (i - f)\Delta t + h_i^{n-1} - \alpha m \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{h_i^{n-1} + h_{i-1}^{j-1}}{2} \right)^{m-1} (h_i^{n-1} - h_{i-1}^{n-1}) \quad (3.128)$$

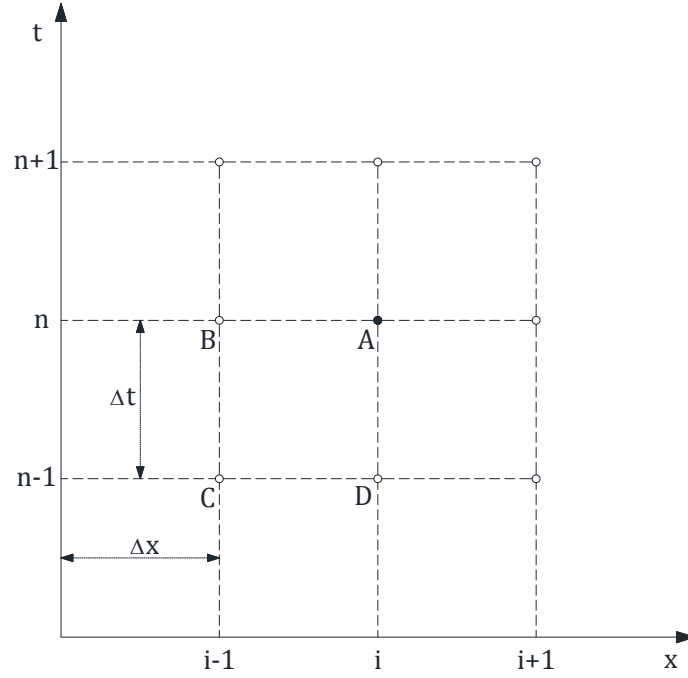


Figura 3.7 Malla de cálculo para la solución de las ecuaciones de la onda cinemática en 1D con un esquema en diferencias finitas

Una vez conocido h_i^n , el caudal correspondiente q_i^n se calcula con la ecuación de flujo (2.32), como:

$$q_i^n = \alpha h_i^m \quad (3.129)$$

Debido a que la entrada del valor de la intensidad de lluvia se hace mediante una serie de instantes de tiempo, cuando se realiza el procedimiento de cálculo el paso de tiempo no necesariamente coincide con el instante de tiempo de los datos de la intensidad de lluvia, en este caso, el valor de la intensidad de lluvia se obtiene interpolando linealmente entre los valores dados, lo que equivaldría a decir, que la intensidad de lluvia es un promedio entre los puntos A y D .

El incremento de tiempo Δt empleado corresponde al Δt más restrictivo resultado de la condición de estabilidad de Courant de los esquemas numéricos en 1D y en 2D [ecuaciones (3.96) y (3.97) respectivamente]; si con el empleo del método de la onda cinemática en 1D se obtiene un Δt menor al anterior, implicaría realizar todos cálculos de los esquemas numéricos en 1D y en 2D nuevamente, lo que llevaría a un incremento excesivo en el tiempo de cálculo.

Para evitar cálculos adicionales innecesarios, cuando las ondas se propagan más rápidamente a través del espacio y del tiempo que la aproximación numérica, esto es $c > \Delta x / \Delta t$, se emplea la forma conservativa de las ecuaciones. La celeridad de la onda cinemática c , es $5/3$ veces la velocidad del flujo en el extremo aguas abajo, lo que implica que las perturbaciones se propagan en dirección del flujo.

De esta forma, las derivadas espaciales son evaluadas entre los puntos B y A en lugar de C y D , y las derivadas temporales son evaluadas entre los puntos B y C , en lugar de A y D como:

$$\frac{\partial q}{\partial x} \approx \frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h_{i-1}^n - h_{i-1}^{n-1}}{\Delta t}$$
(3.130)

Sustituyendo en la ecuación de continuidad y despejando, obtenemos:

$$q_i^n = q_{i-1}^n + (i - f)\Delta x - \frac{\Delta x}{\Delta t} (h_{i-1}^n - h_{i-1}^{n-1})$$
(3.131)

De igual forma, de la ecuación de flujo (2.32), se tiene:

$$h_i^n = \left(\frac{q_i^n}{\alpha} \right)^{m-1}$$
(3.132)

Debido a la eliminación de los términos de presión e inerciales, para resolver las ecuaciones de la onda cinemática en 1D, solamente es necesaria una condición de contorno aguas arriba, además, el valor de estos términos es insignificante cuando el flujo es similar al que se presenta en los tejados. De esta forma, para evaluar la exactitud del método descrito se puede emplear el número cinemático k , definido como:

$$k = \frac{S_0 L}{h_L F_{R_L}^2}$$
(3.133)

Donde S_0 es la pendiente del plano, L la longitud del plano, h_L y F_{R_L} el calado y número de Froude en el extremo aguas abajo del plano. Así, la exactitud del método de la onda cinemática en 1D es buena si

el número cinemático es mayor que 20, y razonable si es mayor que 10. Además, se requiere que el número de Froude en el extremo aguas abajo sean mayor o igual que 5.

3.4 Método de Newton-Raphson

Al utilizar algunos métodos numéricos para la resolución de las ecuaciones de flujo en 1D, surge la necesidad de resolver un sistema de ecuaciones no lineales. Estas ecuaciones no lineales pueden surgir sobre todo en la imposición de las condiciones de contorno. En nuestro caso, esto sucede en la imposición de las condiciones de contorno internas, al resolver la unión de conductos, donde nos encontramos con la ecuación de continuidad, la ecuación de la energía y las ecuaciones correspondientes a las curvas características positiva y negativa.

Así, si se desea resolver un sistema de i ecuaciones no lineales f_i , con k incógnitas (x_1, x_2, \dots, x_k) , la solución consiste de un conjunto de valores x_i que simultáneamente hacen que todas las ecuaciones sean igual a cero (Chapra 2005).

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_k) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_k) &= 0 \\ &\vdots \\ f_i(x_1, x_2, \dots, x_k) &= 0 \end{aligned} \quad (3.134)$$

Basándose en la versión multidimensional del método de Newton-Raphson y desarrollando la serie de Taylor de múltiples variables con aproximación de primer orden, para la i -ésima ecuación del sistema se obtiene:

$$f_i^{n+1} = f_i^n + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_1} (x_1^{n+1} - x_1^n) + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_2} (x_2^{n+1} - x_2^n) + \dots + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_k} (x_k^{n+1} - x_k^n) \quad (3.135)$$

Haciendo $f_i^{n+1} = 0$ y $\Delta x_i^{n+1} = x_i^{n+1} - x_i^n$, tenemos:

$$0 = f_i^n + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_1} \Delta x_1^{n+1} + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_2} \Delta x_2^{n+1} + \dots + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_k} \Delta x_k^{n+1} \quad (3.136)$$

Que también se puede escribir de la forma siguiente:

$$\frac{\partial f_i^n}{\partial x_1} \Delta x_1^{n+1} + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_2} \Delta x_2^{n+1} + \dots + \frac{\partial f_i^n}{\partial x_k} \Delta x_k^{n+1} = -f_i^n \quad (3.137)$$

Generalizando para las i ecuaciones no lineales f_i , y escribiendo de forma compacta, se obtiene:

$$J \cdot \Delta x_i^{n+1} = -f_i^{n+1} \quad (3.138)$$

Donde J es la matriz Jacobiana que responde a:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_i}{\partial x_1} & \frac{\partial f_i}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

Una vez resuelto el sistema (3.138) y conocido Δx_i^{n+1} , el valor del vector de incógnitas se obtiene como:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \Delta x_i^{n+1} \quad (3.140)$$

La aplicación del método anterior requiere de una buena aproximación inicial para asegurar la convergencia y calcular los valores iniciales de la matriz jacobiana para posteriormente resolver el sistema de ecuaciones lineales correspondiente. Este proceso iterativo termina cuando el vector de avance Δx_i^{n+1} es menor a un cierto valor fijado previamente.

4 FLUJO MIXTO EN CONDUCTOS CERRADOS

El rol tradicional de una red de alcantarillado ha sido principalmente la conducción de aguas pluviales y aguas residuales para prevenir la inundación de la superficie urbana. La gran mayoría de los colectores pluviales de una red de alcantarillado son diseñados para operar con flujo en lámina libre, considerando caudales para eventos de precipitación asociados a un periodo de retorno de diseño ($T_{R_{diseño}}$). Cuando la capacidad de uno o más colectores es excedida por un evento de precipitación ($T_R > T_{R_{diseño}}$) o por cambios bruscos en la condiciones de contorno, el tipo de flujo puede cambiar de lámina libre a flujo en presión.

La ocurrencia simultánea de flujo en lámina libre y flujo en presión en un mismo conducto se conoce comúnmente como flujo mixto. Este fenómeno se puede encontrar frecuentemente, descontando los colectores pluviales, en túneles y conductos de obras de toma de centrales hidroeléctricas, llenado/vaciado de conductos, colectores de almacenamiento, etc.

El proceso de transición de flujo en lámina libre a flujo en presión puede ser inducido entre otras causas, por la variación de caudales de entrada, bloqueo o reducción de la capacidad del conducto, sumersión de la salida del conducto, operación de elementos de control (compuertas, vertederos, etc.), fallo de estaciones de bombeo, presencia de pozos de caída y falta de aire (Bourdarias y Gerbi 2007; Li y McCorquodale 1999), y puede producir una variación importante de los calados, cargas de presión, velocidades, entrada o expulsión de aire. El resultado de todo ello, puede provocar daños en la infraestructura, levantamiento y expulsión de tapas de los pozos de registro, salida de agua y la posibilidad de inundación de la superficie urbana (Li y McCorquodale 1999).

Los frentes de onda generados en la transición de flujo en lámina libre a flujo en presión pueden ser de dos tipos: gradual, que consiste de un frente de onda en lámina libre con condiciones de flujo en lámina libre en ambos lados del frente (Figura 4.1a) y brusco, que es un frente de onda a tubo lleno con condiciones de flujo en lámina libre delante y flujo en presión atrás del mismo (Figura 4.1b). Además, estos frentes de onda de presión se pueden clasificar como (Song et al. 1983): interfase positiva (el frente de onda de presión se mueve hacia el flujo en lámina libre), interfase negativa (el frente de onda

de presión se mueve hacia el flujo en presión), interfase con cambio de dirección (el frente de onda se mueve de una interfase positiva hacia una interfase negativa o viceversa).



Figura 4.1 Flujo mixto en un conducto: transición gradual (izquierda) y transición brusca (derecha)

Los colectores de una red de alcantarillado son sometidos a ciertas e inestabilidades que representan un reto primero de entender y después de modelar. Estas transiciones se clasifican en (Yen 1986):

- Inestabilidades de fondo seco. Ocurre cuando el frente de onda avanza sobre fondo seco o sobre capa de agua muy delgada, lo cual, numéricamente puede resultar en calados negativos.
- Inestabilidad de régimen supercrítico a régimen subcrítico. Ocurre durante un cambio de régimen rápido a régimen lento, el resultado es un resalto hidráulico. Esta inestabilidad es relevante ya que la dirección de la propagación de las ondas es diferente en cada tipo de flujo; además puede producir flujo en presión.
- Inestabilidad de flujo en lámina libre-flujo en presión. Esta inestabilidad se produce por diferentes mecanismos entre ellos: la subida rápida del nivel de agua (debida a cambios bruscos en la condiciones de contorno y por la presencia de aire atrapado), inestabilidad de Helmholtz (se genera cuando el calado tiende a 0.8 veces el diámetro y la diferencia entre la velocidad de las capas de agua y de aire alcanza un cierto valor), inestabilidad geométrica en conductos con sección transversal convergente (ocurre cuando un flujo en régimen permanente, el caudal máximo se presenta para un calado menor al calado máximo. Ello se debe a que cuando el calado aumenta, el perímetro mojado y por lo tanto la fuerza de resistencia al flujo, se incrementa mucho más rápido que las fuerza inerciales), y presión negativa (debida a la pobre ventilación).
- Inestabilidad de flujo en presión. Se produce cuando un transitorio de presión (*water hammer*), con picos de presión alta, puede provocar la salida de agua a la superficie en forma de géiser.
- Inestabilidad de ondas rodadas. Se produce con flujo en régimen rápido y altos números de Froude. Se debe a que el fluido cerca de la superficie libre se mueve mucho más rápido que el fluido cerca del fondo.

Debido al gran interés por el fenómeno de flujo mixto, se han realizado varias investigaciones experimentales (Capart et al. 1997; Cardle et al. 1989; Fuamba 2002; Li y McCorquodale 1999; Trajkovic et al. 1999; Vasconcelos y Wright 2005; Wiggert 1972) y de campo (Q. Guo y Song 1990; Ji 1998; Noto y

Tucciarelli 2001) a lo largo de los años, en primer lugar para entender y conocer las características de la ocurrencia de flujo mixto y, en segundo lugar, para validar y calibrar modelos numéricos. Li y McCorquodale (1999), Fuamba (2002) y Bousso et al. (2012) hicieron una revisión del estado del arte y describen entre otras las primeras investigaciones tanto experimentales como numéricas que han tratado sobre la transición de flujo en lámina libre a flujo en presión.

Los esfuerzos para modelar de forma adecuada la ocurrencia de flujo mixto en conductos han llevado a la aparición de diferentes aproximaciones. Estas aproximaciones se pueden clasificar de acuerdo con la estrategia de solución, al número de ecuaciones, y al efecto del aire (Aragón-Hernández et al. 2011; Bousso et al. 2013).

En función de la estrategia de solución, para modelar las discontinuidades en la interfase de los dos tipos de flujo, las aproximaciones se pueden clasificar en:

- Métodos de aislamiento del frente de onda (*shock fitting or interphase tracking methods*). Métodos directos (*shock capturing methods*). Son muy recomendables, ya que capturan directamente dichas discontinuidades.

En función del número de ecuaciones los métodos se clasifican en:

- Modelos de una única ecuación. Emplean ecuaciones de flujo en lámina libre. Los modelos de una única ecuación se basan en las ecuaciones de Saint Venant en 1D, por lo que requieren de una aproximación para considerar flujo en presión; el más conocido y utilizado es el método de la ranura de Preissmann. Más recientemente fue propuesto el método TPA (acrónimo del inglés, *Two-component Pressure Approach*). Ambos son modelos que encajan dentro de los métodos directos.
- Modelos de dos ecuaciones. Utilizan una ecuación para el flujo en lámina libre y otra ecuación para el flujo en presión.

Finalmente, en función del efecto del aire, los modelos se clasifican en:

- Modelos de una fase. Un único fluido o una mezcla homogénea de agua-aire. Este grupo a su vez se clasifican en modelos que consideran flujo incompresible (densidad y celeridad de la onda de presión constantes) y compresible (densidad y celeridad de la onda de presión variables).
- Modelos de dos fases. Considera una fase para el agua (una única fase para el flujo en lámina libre y una fase equivalente para el flujo en presión) y una fase correspondiente al aire (aire sobre la

superficie o aire atrapado). La fase de aire se calcula con la ecuación de continuidad y con la ecuación de cantidad de movimiento, lo cual implica agregar una capa de transición entre los dos fluidos. Un caso particular es el método de la columna rígida, modelo de dos fases con dos fluidos distintos (agua y aire).

El método de la ranura de Preissmann fue implementado por primera vez por Cunge y Wegner (1964) al estudiar flujo en presión, posteriormente varios autores (Aragón-Hernández et al. 2009; Capart et al. 1997; García-Navarro et al. 1994; Ji 1998; Kerger et al. 2011; León et al. 2009; Song et al. 1983; Trajkovic et al. 1999) han desarrollado modelos numéricos basados en este método para simular flujo mixto. Preissmann (1961) fue quien reconoció la similitud de la forma entre canales abiertos y conductos cerrados y propuso que una ranura hipotética se agregara a la clave de los conductos cerrados, tal que, el flujo en lámina libre y flujo en presión pudiera ser analizado mediante las ecuaciones de Saint Venant (Li y McCorquodale 1999).

Cuando se emplea el método de la ranura de Preissmann, para resolver las ecuaciones de flujo pueden aparecer cuatro problemas principales asociados con la aproximación misma y el esquema numérico empleado:

- La incapacidad para describir flujos en presión subatmosférica.
- Inconsistencias en el balance de masa y momento asociados con el ancho de la ranura.
- Inestabilidades asociadas con el pobre desempeño del esquema numérico cuando el flujo cambia rápidamente de flujo en lámina libre a flujo en presión.
- Inexactitud en la propagación de transitorios hidráulicos asociados con el ancho de la ranura (León et al. 2009).

Para superar estas limitaciones León et al. (2009) y Barnett (2010), propusieron una modificación al método de la ranura de Preissmann introduciendo una transición geométrica gradual entre el conducto y la ranura, desde 0.95 a 1.5 veces el diámetro del conducto. Esta modificación permite que exista continuidad en la velocidad de la onda en lámina libre y en presión en función del ancho de la ranura, en cambio, produce un aumento del área de la sección, tanto en el conducto como en la ranura que conlleva a un almacenamiento extra no real en dicha transición. Recientemente Kerger et al. (2011) extendieron el método para modelar flujos con presiones subatmosféricas y aire atrapado acoplado a un modelo matemático de equilibrio homogéneo.

El método TPA propuesto Vasconcelos et al. (2006), se formula modificando las ecuaciones de Saint Venant en 1D para permitir flujo en presión (presión subatmosférica inclusive), asumiendo un comportamiento elástico de la pared del conducto, lo que permite una relación directa entre el almacenamiento adicional ganado por el flujo en presión y la carga de presión resultante. El término debido a la presión de la ecuación de momento se compone por la presión hidrostática del flujo en lámina libre y la carga de presión del flujo en presión. Una de las limitaciones de esta aproximación es la presencia de oscilaciones cerca de la interfase del flujo en lámina libre y flujo en presión. Para mantener estas oscilaciones en valores pequeños, se pueden usar valores bajos de la celeridad de la onda de presión, pero esto puede comprometer la aproximación de la simulación (León et al. 2009).

Los modelos de dos ecuaciones, en función de la estrategia de solución se clasifican en:

- Modelos con las ecuaciones completas resueltos con el método de las características.
- Métodos de la columna rígida.
- Modelos con las ecuaciones completas, resueltos con el método de los volúmenes finitos.

Para tratar las discontinuidades presentes en la interfase entre los dos tipos de flujo (flujo en lámina libre y flujo en presión) en los modelos de dos ecuaciones que emplean las ecuaciones completas, se pueden tratar a través de métodos de aislamiento del frente de onda o métodos directos. Los métodos de aislamiento del frente de onda tratan cada tipo de flujo de forma separada, y el frente de onda procesado de forma especial. Así, el flujo en lámina libre o flujo en presión es resuelto usando las ecuaciones y métodos de discretización apropiados para el régimen en particular (generalmente el método de las características o el método de la columna rígida), y la interfase es considerada como una condición interna de frontera móvil, lo cual adiciona dos variables desconocidas: la posición y velocidad de la interfase (Djordjevic et al. 2005; Li y McCorquodale 1999; Vasconcelos et al. 2006). La localización del frente de presión es determinada en cada paso de tiempo resolviendo un sistema de ecuaciones no lineales basadas en las ecuaciones de continuidad y momento alrededor del frente de presión (Vasconcelos et al. 2006). En cambio, los métodos directos capturan automáticamente discontinuidades en la solución de ondas de choque y sus interacciones, en cualquier régimen de flujo como una parte integral del dominio de cálculo (Toro 2001).

Uno de los primeros modelos de dos ecuaciones y clasificado como método de aislamiento del frente de onda para modelar flujo mixto fue desarrollado por Wiggert (1972); el flujo en lámina libre fue resuelto con el método de las características, mientras que el flujo en presión tratado como flujo pistón con la teoría de la columna rígida. Posteriormente, la mayoría de los modelos emplearon el método de las

características para resolver ambos tipos de flujo (Cardle y Song 1988; Fuamba 2002; Gómez y Achiaga 2001; Q. Guo y Song 1990; Politano et al. 2007; Song et al. 1983; Wiggert 1972). Generalmente, estos modelos asumen una interfase vertical. Para superar esta limitación Politano et al. (2007) propusieron un modelo numérico para calcular las condiciones de flujo incluso cuando la energía es insuficiente, esto es, la transición de flujo en lámina libre a flujo en presión es gradual y la interfase es inclinada. La simulación de flujo mixto con estos modelos es más compleja, pero es posible calcular flujo en presión subatmosférica. Sin embargo, estos modelos presentan algunas limitaciones, en primer lugar se necesita mantener un frente de onda a tubo lleno, incluso si tiene lugar una transición suave, en segundo, el método de las características aplicado al flujo en lámina libre no puede predecir la propagación de frentes de onda sin excesiva difusión numérica y pueden ocurrir errores importantes al no conservarse la masa (León et al. 2009; Politano et al. 2007; Vasconcelos et al. 2006).

La base de los modelos de dos ecuaciones basados en el principio de la columna rígida aplicado al flujo en presión para estudiar el efecto del aire atrapado, fue propuesta por Hamam y McCorquodale (1982). El modelo asume que una burbuja hipotética de aire estacionaria se comprime y expande entre dos columnas rígidas y la velocidad del agua es no permanente uniforme. Li y McCorquodale (1999) extendieron esta aproximación para permitir la propagación de la burbuja de aire atrapado.

Los modelos de columna rígida (Hamam y McCorquodale 1982; Li y McCorquodale 1999; Zhou et al. 2002) utilizan una ecuación diferencial a partir del equilibrio de momento de una columna rígida aplicada a la fase de agua (flujo incompresible) y ecuaciones de continuidad y momento para considerar la fase de aire y el proceso de transición de flujo de lámina libre a flujo en presión. El uso de estos modelos puede ser restrictivo, en primer lugar porque se tiene que asumir la ocurrencia de un frente de onda a tubo lleno y en segundo, la interacción entre el frente de onda en presión y otros frentes de onda presentes en el sistema no puede ser descrito en detalle (Vasconcelos et al. 2006).

Los modelos de dos ecuaciones clasificados como métodos directos emplean el método de los volúmenes finitos. En este sentido, destaca el modelo propuesto por Bourdarias y Gerbi (2007); es un modelo escrito en forma conservativa a partir de las ecuaciones de flujo en lámina libre y flujo en presión, acoplado a través del término de presión con gradiente discontinuo. Posteriormente León et al. (2010) desarrollan el modelo ITM (acrónimo del inglés, *Illinois Transient Model*), un modelo multipropósito para el cálculo de flujos que van desde fondo seco, flujo en lámina libre, flujo mixto, flujo en presión, flujo en presión subatmosférica y aire atrapado.

La literatura técnica indica que la transición de flujo en lámina libre a flujo en presión es un fenómeno altamente dinámico, incluso ante cambios lentos en las condiciones de contorno (Song et al. 1983), por lo que modelar flujo mixto actualmente aún es un reto ya que implica que el modelo numérico utilizado sea capaz de simular correctamente todos los procesos involucrados, como son frentes de onda suaves y bruscos (Wright et al. 2008), flujo en régimen lento y rápido (Djordjevic et al. 2005), interfase de flujo positiva y negativa (Song et al. 1983), interfase con cambio de dirección, es decir de positiva a negativa o viceversa (León, Ghidaoui, et al. 2010), presiones subatmosféricas. Los métodos directos son una opción para modelar flujo mixto, porque permiten capturar discontinuidades en la solución automáticamente (Toro 2001), conservan la masa y por tanto predicen mejor la velocidad de la onda de presión, lo que es de fundamental importancia, porque dicta el tiempo en el cual ocurre la entrada en presión y requieren menos tiempo de ejecución que el método de las características (León et al. 2006).

Por las razones antes mencionadas, a continuación se describe el desarrollo de cuatro modelos numéricos en 1D para modelar flujo mixto, que emplean métodos directos para tratar con las discontinuidades. Debido al empleo de métodos directos, no hay necesidad de rastrear la propagación del movimiento de la interfase entre el flujo en lámina libre y el flujo en presión (Li y McCorquodale 1999; Vasconcelos et al. 2006). La discontinuidad en la interfase de ambos flujos puede ser “capturada” como ondas de choque o frentes de onda con los métodos directos (Toro 2001).

Los modelos en cuestión son dos modelos de una única ecuación, el método de la ranura de Preissmann y el método TPA; el método TPA sirve de partida para el desarrollo de dos modelos de dos ecuaciones (ecuaciones de flujo en lámina libre y ecuaciones de flujo en presión); uno que considera flujo incompresible en presión (densidad constante) y otro, flujo compresible en presión (densidad variable).

4.1 Modelos de una ecuación

En esta sección se describen dos modelos de una ecuación, el método de la ranura de Preissmann y el método TPA. El método de la ranura de Preissmann se ha modificado haciendo una transición geométrica gradual para poder utilizarlo en el caso de entradas en carga de presión bruscas y para considerar presión negativa.

4.1.1 Método de la ranura de Preissmann

El método de la ranura de Preissmann consiste en implementar una ranura hipotética de ancho T_s en la clave de los conductos cerrados (Figura 4.2b), proporcionando la presión hidrostática extra mientras que

se permite el uso de las ecuaciones de flujo en lámina libre para ambos tipos de flujo (flujo en lámina libre y flujo en presión). El ancho de la ranura se calcula bajo la consideración de que la celeridad de la onda de gravedad c es igual a la celeridad de la onda de presión a (Capart et al. 1999; García-Navarro et al. 1994; León et al. 2009; Politano et al. 2007; Preissmann 1961).

Esencialmente, esta aproximación explota la similitud de la ecuación de onda del flujo en lámina libre y flujo en presión. Así, a partir de la definición de la celeridad de la onda en lámina libre, tenemos:

$$c = \sqrt{g \frac{A}{B}} \quad (4.1)$$

Despejando el ancho de la superficie libre del agua de la expresión anterior, que al emplear el método de la ranura de Preissmann se simboliza con T_s (Figura 4.2b), utilizando el área del colector a tubo lleno o denominada área máxima A_{\max} y empleando la celeridad de la onda de presión a , se obtiene:

$$T_s = \frac{g A_{\max}}{a^2} \quad (4.2)$$

Cuando en un colector ocurre flujo en presión, el calado calculado es la carga de presión. Así, con el método de la ranura de Preissmann clásico, el área en presión es $A_p = A - A_{\max}$ y la carga debida a la presión h_p se obtiene como:

$$h_p = \frac{A_p}{T_s} \quad (4.3)$$

Esta aproximación ha sido usada para la modelación de transiciones graduales (suave) de flujo mixto con éxito y para transiciones bruscas (rápida) con pobre o sin éxito. El pobre éxito en la modelación es principalmente a consecuencia de problemas de inestabilidad si la onda de presión es demasiado brusca, lo cual puede causar que la simulación aborte incluso para anchos de la ranura del 10 % del diámetro (León et al. 2009). En principio al implementar una transición geométrica de este tipo o similar, la ranura no debe aumentar el perímetro mojado ni el radio hidráulico del conducto en presión (Chaudhry 1987).

Para mitigar los problemas relacionados con las inestabilidades numéricas debidas a los esquemas numéricos cuando el flujo cambia rápidamente de flujo en lámina libre a flujo en presión, se plantea el uso de una transición geométrica gradual entre el conducto y el ancho de la ranura de Preissmann

(Barnett 2010; León et al. 2009). Barnett (2010) sugiere una transición geométrica gradual de tipo exponencial, la cual ha sido modifican ligeramente, resultando:

$$w = T_s e^{k(1.5h_{\max} - h)} \quad (4.4)$$

Donde h es el calado o carga de presión, h_{\max} es el calado máximo, w el ancho de la ranura en la zona de la transición geométrica, k un parámetro que determina la forma de la transición; valores más pequeños corresponden a transiciones más elongadas. Se propone que la transición geométrica gradual sea a partir de una carga de presión de $h = 0.98 * h_{\max}$ para conductos con sección transversal convergente en su parte superior y de $h = 1.00 * h_{\max}$ para otro tipo de secciones transversales, ambos hasta un calado de $h = 1.5 * h_{\max}$.

El ancho de la superficie libre de un conducto con sección trasversal circular para $h = 0.98 * h_{\max}$ es de $B = 0.14h_{\max}$. Así, para garantizar que el ancho de la ranura en la zona de transición sea igual al ancho de la superficie libre en $h = 0.98 * h_{\max}$, el valor del parámetro k se puede obtener como:

$$k = -\frac{1.9809}{h_{\max}^{1.018}} \ln T_s - \frac{2.8828}{h_{\max}^{1.629}} \quad (4.5)$$

Este mismo valor del parámetro k , se pueden emplear para determinar la forma de la transición geométrica gradual de conductos con otro tipo de secciones transversal, a partir de $h = h_{\max}$.

La principal limitación de este método es que asume flujo a superficie libre en todo el sistema, por consiguiente si la carga piezométrica cae por debajo de la corona del conducto, se desarrolla flujo en lámina libre y por tanto es incapaz de simular flujo en presión negativa (León et al. 2009; León, Ghidaoui, et al. 2010; Li y McCorquodale 1999; Politano et al. 2007; Vasconcelos et al. 2006). Con el fin de simular flujo en presión subatmosférica Kerger et al. (2011) ampliaron este concepto y desarrollaron la ranura de Preissmann negativa que consiste en extender la ranura por debajo de la corona del conducto (Figura 4.2c). De esta forma, cuando el flujo está en presión, para cada valor de calado menor al calado máximo existen dos valores de área: uno para superficie libre y otro para flujo en presión negativa. El valor seleccionado dependerá de las condiciones de aireación.

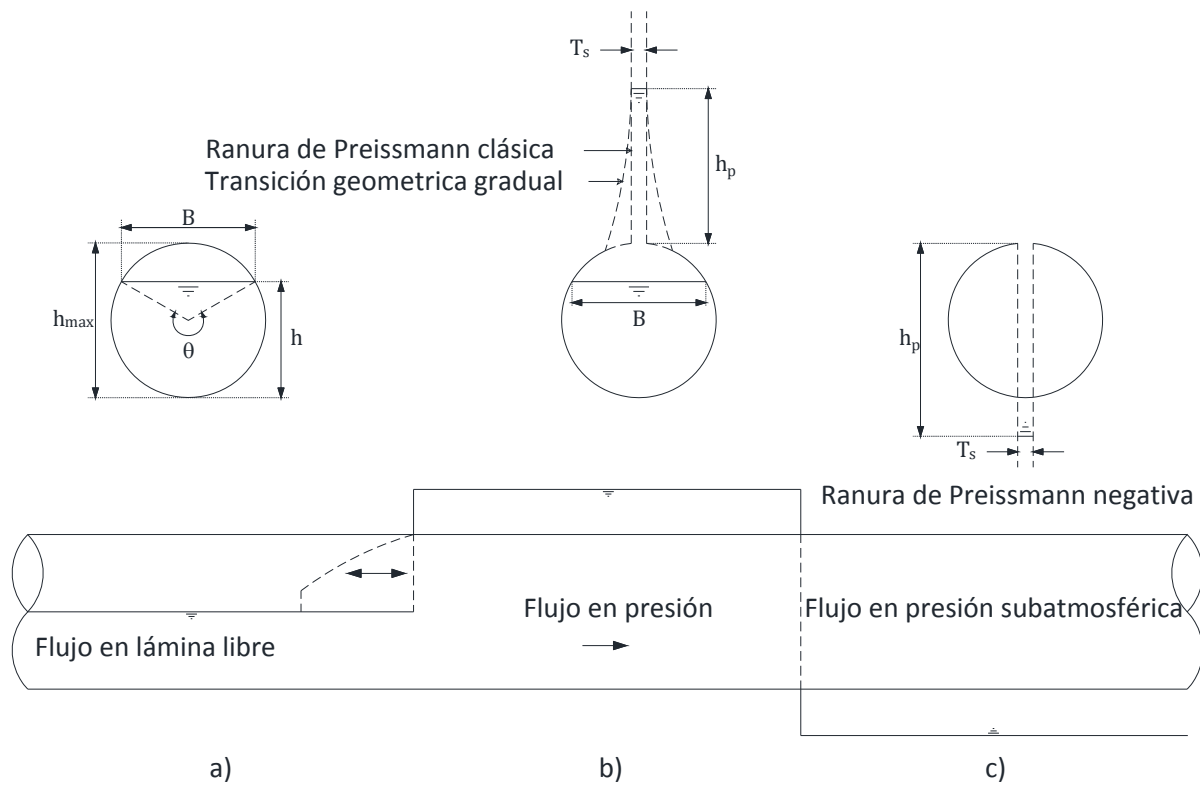


Figura 4.2 Método de la ranura de Preissmann. a) Flujo en lámina libre, b) flujo en presión y c) flujo en presión negativa

Por otro lado, el método de la ranura de Preissmann es numéricamente inestable cuando el ancho de la ranura es pequeña, necesaria para representar grandes niveles de agua o una celeridad de onda en presión importante (Politano et al. 2007; Yen 1978); tales inestabilidades pueden ser removidas haciendo ranuras más anchas. Sin embargo, cambiar el ancho de la ranura destruye la equivalencia con la celeridad de la onda mencionada anteriormente. El ancho de la ranura es un parámetro significativo, y una elección óptima determinará la calidad de los resultados.

4.1.2 Método TPA

Debido a los accidentes topográficos, falta de ventilación adecuada o transitorios hidráulicos que se pueden presentar en un conducto con flujo en presión, la carga de presión generalmente positiva puede cambiar a presión negativa. Así, cuando en la zona presurizada del conducto la carga piezométrica es menor a la clave del conducto, la carga de presión pasa de positiva a negativa y el método de la ranura de Preissmann clásico calcula flujo en lámina libre. Para superar esta limitación Vasconcelos et al. (2006) propusieron el método TPA.

El método TPA consiste de dos aproximaciones, una relacionada con la presión hidrostática y otra debida a la carga de presión. En esta última componente, se asume flujo incompresible y un

comportamiento elástico del conducto y se deriva a partir la expresión general de la velocidad de la onda de presión (Wylie et al. 1993):

$$a^2 = \frac{\frac{\Delta p}{\rho}}{\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho}} \quad (4.6)$$

Asumiendo flujo incompresible, la variación de la densidad es cero ($\Delta \rho = 0$), y se obtiene la componente debida a la presión que considera la variación de la sección transversal ΔA debido a la elasticidad del conducto como:

$$h_s = \frac{a^2}{g} \frac{\Delta A}{A} \quad (4.7)$$

La variación de la sección transversal es dada por $\Delta A = A - A_{\max}$. Donde A_{\max} es el área del conducto a tubo lleno o área máxima. Considerar que el conducto tiene un comportamiento elástico, permite una relación directa entre el almacenamiento adicional ganado por el flujo en presión y la carga de presión resultante.

Así, la componente de la carga de presión h_s modifica el término debido a la carga de presión de las ecuaciones de las ecuaciones de Saint Venant en 1D (2.11) y (2.12), que para considerar flujo en presión, quedan como:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Q^2}{A} + gA(h_c + h_s) \right] = gA(S_o - S_f) \quad (4.9)$$

Donde h_s obedece a la ecuación (4.7) y h_c es la distancia entre la superficie libre y el centro de gravedad de la sección transversal del área mojada. La introducción de h_s en la ecuación de momento, implica un aumento en el término de presión igual a $a^2 \Delta A$.

Utilizando notación vectorial, estas ecuaciones quedan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (4.10)$$

Que responden a las expresiones:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA(h_c - h_s) \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_0 - S_f) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

4.2 Modelos de dos ecuaciones

Los modelos de una ecuación para considerar flujo en presión necesitan de alguna aproximación. Así el método de la ranura de Preissmann, emplea una ranura en la parte superior y el método TPA, se vale de la elasticidad de la tubería. Ambos métodos tienen aplicabilidad cuando en un conducto ocurren entradas de presión con transición suave. Cuando la transición es brusca, con el valor de la celeridad de la onda de presión grande, pueden aparecer oscilaciones no físicas, en los instantes de tiempo posterior a la entrada en carga, e incluso en ciertas condiciones detener el cálculo. Para mantener estas oscilaciones con valores pequeños, se puede emplear una transición geométrica gradual (Barnett 2010; León et al. 2009) o filtrar numéricamente las oscilaciones (Vasconcelos y Wright 2009), pero con el riesgo de comprometer el principio de conservación de masa.

Para evitar alguno de los problemas relacionados con los modelos de un ecuación, para considerar el flujo en presión empleando únicamente las ecuaciones de flujo en lámina libre, se plantea el uso de modelos de dos ecuaciones, esto es, utilizar una ecuación para cada tipo de flujo, en este caso, las ecuaciones de flujo en lámina libre en 1D y las ecuaciones de flujo en presión en 1D. Así, las ecuaciones para flujo en lámina libre responden a las ecuaciones de Saint Venant en 1D, ecuaciones (2.11) y (2.12), mientras que las ecuaciones de flujo en presión en 1D se describen en los siguientes apartados.

4.2.1 Flujo incompresible en presión

Comparando las ecuaciones de flujo en lámina libre (2.11) y (2.12) con las ecuaciones de flujo en presión (2.18) y (2.19), observamos que son muy similares y la principal diferencia proviene del término debido a la presión en las ecuaciones de cantidad de movimiento [ecuaciones (2.12) y (2.19)]. Esto permite acoplar un único sistema de ecuaciones a través de este término con gradiente discontinuo considerando la densidad constante (Bourdarias y Gerbi 2007). El almacenamiento a consecuencia de la

carga de presión se asume considerando un comportamiento elástico del conducto, a través de un cambio en el área de su sección transversal. De esta forma, las ecuaciones para flujo incompresible (densidad constante) en presión quedan:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + a^2 (A - A_{\max}) \right) = gA (S_o - S_f) \quad (4.13)$$

Donde:

$$S_f = \frac{v^2 n^2}{R_h^{2/3} |A_{\max}|} \quad (4.14)$$

Utilizando notación vectorial:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} = \mathbf{H} \quad (4.15)$$

Que responden a las expresiones:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + a^2 (A - A_{\max}) \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ gA (S_o - S_f) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Este método es idéntico al método TPA, y su desarrollo se justifica al servir de partida para el desarrollo e implementación de un método de dos ecuaciones empleando las ecuaciones de flujo compresible en presión (densidad variable). Este método se describe en la siguiente sección.

4.2.2 Flujo compresible en presión

En la sección anterior, se propone un modelo para simular flujo mixto con las ecuaciones de flujo en lámina libre y flujo incompresible en presión donde el almacenamiento debido a la presión se considera suponiendo que el material del conducto es elástico, es decir, se permite un aumento en el área de la sección del conducto. Esto último en ocasiones puede no ser tan real, sobre todo para flujo en

colectores, por lo que se considera de interés implementar un modelo en el que dicho almacenamiento también sea considerado por la variación de la densidad del agua. Este modelo responde completamente al sistema de ecuaciones para flujo en lámina libre (2.14) y para flujo en presión (2.21).

El sistema de ecuaciones de flujo en presión (2.21) no forma un sistema cerrado, debido a que el flujo se describe con tres variables desconocidas (p , Q y ρ), y sólo se dispone de dos ecuaciones. Para cerrar el sistema se emplea la ecuación de Boussinesq que relaciona la presión p y la densidad ρ como (Bourdarias y Gerbi 2007; León, Ghidaoui, et al. 2010):

$$p = p_{atm} + a^2 (\rho - \rho_w) \quad (4.17)$$

Donde p_{atm} es la presión atmosférica y ρ_w la densidad del agua. Estos valores en el cambio de flujo de lámina libre a flujo en presión o viceversa, son idénticos.

4.3 Flujo en presión subatmosférica o negativa

Cuando un conducto entra en presión, generalmente la carga de presión es positiva (carga de presión mayor a la presión atmosférica), pero debido a las condiciones del flujo pueden aparecer zonas de baja presión que pueden dar lugar incluso a valores negativos. En el cálculo de flujo con presiones positivas y negativas es fundamental conocer si hay contacto con la atmosfera, es decir, si existe ventilación, ya que esto afectará el cálculo de la carga de presión en la ecuación de momento.

Así, con el cálculo del valor del área A_i^{n+1} de la celda o volumen finito i en un instante de tiempo $n+1$ y el valor del área A_{i-1}^n y A_{i+1}^n de los volúmenes finitos adyacentes $i-1$ e $i+1$, respectivamente en un instante de tiempo n , es posible determinar si la carga de presión de una celda o volumen finito es positiva o negativa. Si en el volumen finito i en el instante de tiempo t el flujo está en lámina libre, en el instante de tiempo $n+1$ solamente puede estar en lámina libre o en presión positiva y se puede determinar directamente por el valor de A_i^{n+1} . En cambio, si el volumen finito i en el instante de tiempo n el flujo está en presión, en el instante de tiempo $n+1$, si $A_i^{n+1} < A_{max}$ el flujo estará en lámina libre si y sólo si al menos un volumen finito adyacente ($i-1$ o $i+1$) en el instante de tiempo t estaba en lámina libre ($A_{i-1}^n < A_{max}$ o $A_{i+1}^n < A_{max}$), en caso contrario, estará en presión negativa; si $A_i^{n+1} > A_{max}$ el flujo continúa en presión positiva.

Si se considera el estado $E=0$, para un volumen finito con flujo en lámina libre y con $E=1$ para un volumen finito con flujo en presión, un criterio para conocer el estado E_i^{n+1} a partir del estado E_{i-1}^n y E_{i+1}^n según la Figura 4.3 es (Bourdarias y Gerbi 2007):

$$\begin{aligned}
 & \text{Si } E_i^n = 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si } A_i^{n+1} < A_{\max} & E_i^{n+1} = 0 \\ \text{si } A_i^{n+1} \geq A_{\max} & E_i^{n+1} = 1 \end{array} \right. \\
 & \text{Si } E_i^n = 1 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{si } A_i^{n+1} \geq A_{\max} & E_i^{n+1} = 1 \\ \text{si } A_i^{n+1} < A_{\max} & E_i^{n+1} = E_{i-1}^n E_{i+1}^n \end{array} \right.
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

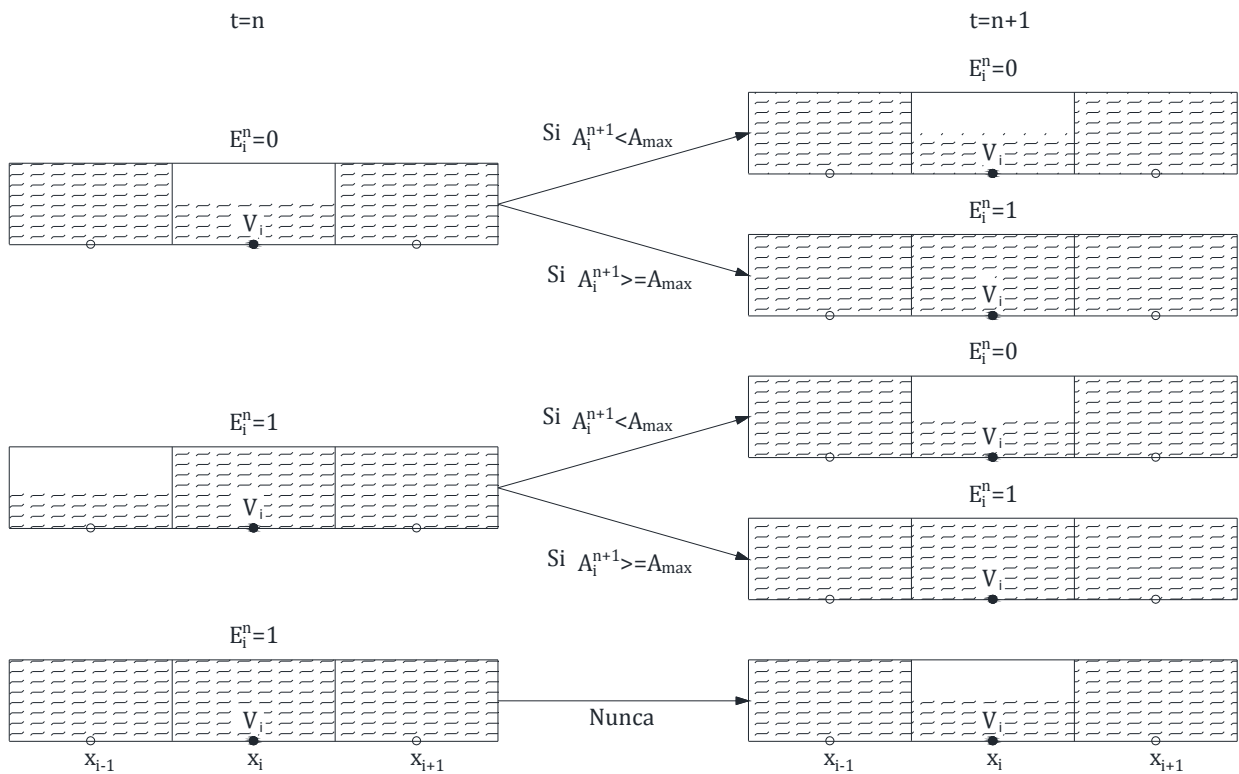


Figura 4.3 Esquema para actualizar el estado de un volumen finito en el instante de tiempo $n + 1$

El procedimiento anterior se puede emplear para el cálculo de presiones negativas con los modelos de una ecuación (método de la ranura de Preissmann o el método TPA) y con cualquiera de los dos modelos de dos ecuaciones. Así, desde el punto de vista hidráulico, la presencia ya sea de flujo en lámina libre, flujo en presión o flujo en presión subatmosférica en un conducto está estrechamente relacionada con el área hidráulica y la carga de presión en una sección transversal. Para ilustrar lo

anterior, en la Figura 4.4 y Figura 4.5 se muestra el comportamiento de la carga de presión y de la celeridad con respecto al valor del área mojada respectivamente, para un conducto con sección transversal de forma circular.

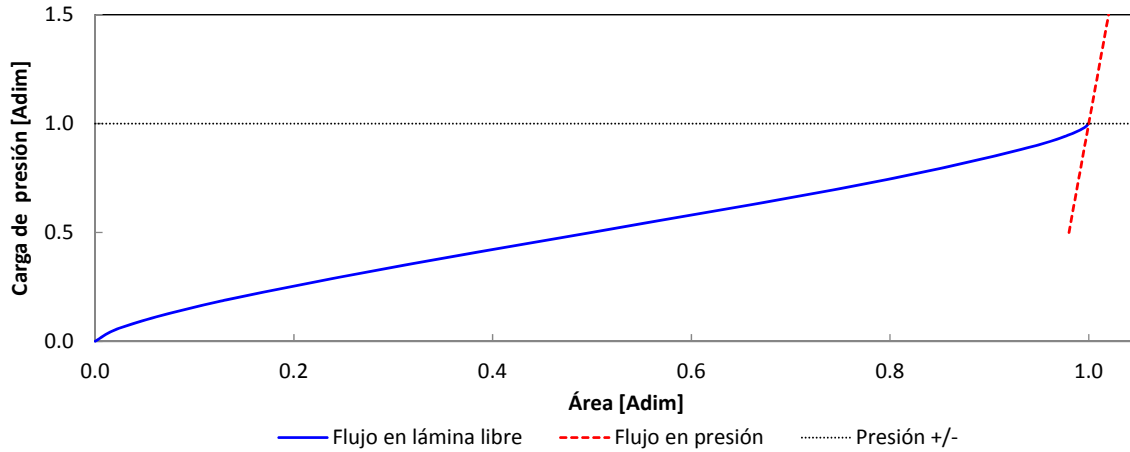


Figura 4.4 Calado y carga de presión en función del área mojada

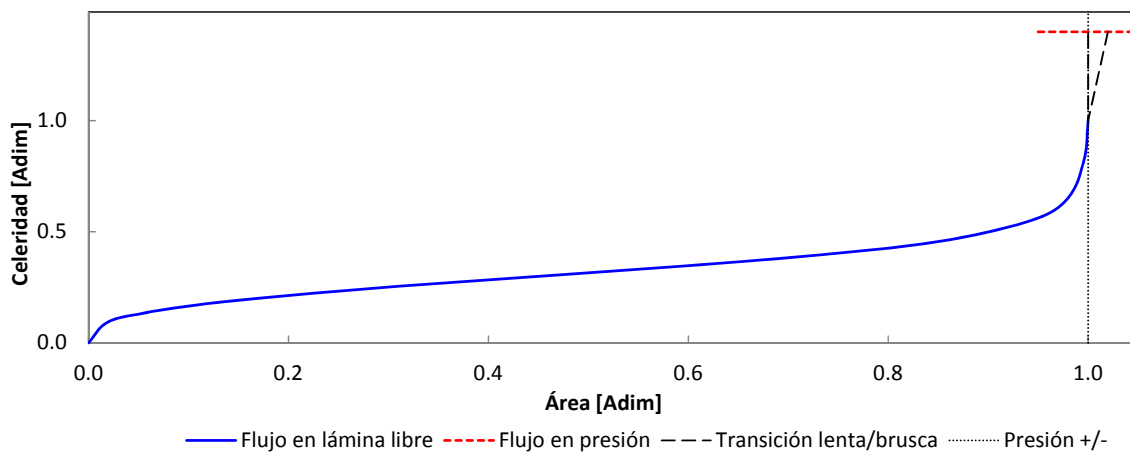


Figura 4.5 Celeridad de la onda de gravedad y de la onda de presión en función del área mojada

En la Figura 4.4 se observa que partir de que el valor del área es mayor al área máxima, un pequeño incremento o decremento de área genera grandes cargas de presión positiva o negativa respectivamente, mientras que en la Figura 4.5 provoca un salto en el valor de la celeridad. Este salto en la celeridad, a su vez, hace que exista una discontinuidad en el término debido a la presión en la ecuación de momento de las ecuaciones de Saint Venant en 1D, que se utilizan en los métodos de una ecuación para modelar flujo mixto. Ello provoca que con valores grandes de la celeridad de la onda de presión, dichos métodos puedan fallar. Una posible solución sería una transición gradual del valor de la celeridad, esto es, entre la celeridad de la onda de gravedad (flujo en lámina libre) y la celeridad de la onda de presión (flujo en presión); esto es lo que se intenta reproducir, al emplear una transición geométrica gradual.

4.4 Funcionamiento, desempeño y validación

En esta sección se realiza una evaluación del funcionamiento, desempeño y validación exhaustiva del modelo de conductos, correspondiente al modelo numérico de flujo mixto implementado, con casos de referencia, soluciones analíticas, resultados de otros modelos numéricos, y ensayos de laboratorio existentes en la literatura técnica. Como ya se comentó en su momento en el modelo numérico de flujo mixto se dispone básicamente de tres aproximaciones que son el método de la ranura de Preissmann (modelo de una ecuación) y dos modelos de dos ecuaciones (ecuaciones de flujo en lámina libre y ecuaciones de flujo en presión): uno considera flujo incompresible en presión (densidad constante) o método TPA (modelo de una ecuación) y otro, flujo compresible en presión (densidad variable).

En primer lugar se valida el modelo numérico para el cálculo de flujo en lámina libre en 1D, con casos básicos de referencia, como el cálculo de curvas de remanso; además se verifica que el modelo realice los cambios de régimen de forma correcta; se estudian también casos que involucren fenómenos que se pueden encontrar en problemas prácticos de ingeniería, como la propagación hidráulica. Los aspectos que se estudian son de relevancia ya pueden aparecer en cualquier red de alcantarillado.

Posteriormente, se emplean el modelo numérico de flujo mixto para modelar flujo en presión a través del problema del cierre de una válvula, ejercicio muy utilizado para analizar transitorios hidráulicos en una tubería completamente en presión. Con este mismo ejercicio, se realiza un ejemplo sencillo, simplemente para demostrar que los métodos implementados son capaces de calcular flujo en presión negativa. El flujo de una tubería completamente presurizada y el flujo en presión negativa en cierta forma escapan los objetivos de este trabajo, por lo que no se estudian en profundidad, pero se deja constancia, que los modelos desarrollados son capaces de reproducir estos fenómenos.

Finalmente, el modelo de flujo mixto se emplea para reproducir casos que incluyen flujo en lámina libre y flujo en presión de forma simultánea en un conducto (flujo mixto); se emplean casos con entrada en carga desde el extremo aguas abajo, que son los ensayos más comunes tanto en la literatura técnica como en la realidad. La entrada en carga desde el extremo aguas arriba y por ambos extremos de forma simultánea ha sido poco estudiada de forma experimental como numérica, siendo también relevante. En el laboratorio de hidráulica del DEHMA (acrónimo del catalán, *Departament d'Enginyeria Hidràulica Marítima i Ambiental*), ETSECCPB (acrónimo del catalán, *Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona*), UPC (acrónimo del catalán, *Universitat Politècnica de Catalunya*), se han realizado una serie de ensayos como los mencionados anteriormente, los cuales son utilizados para tratar de reproducirlos numéricamente.

Además, en algunos casos se analiza la influencia en los resultados de algunos parámetros, entre ellos, el número de volúmenes finitos, celeridad de la onda de presión, orden del esquema y el método de cálculo de flujo mixto implementado. Cuando se realizan cálculos de flujo mixto, salvo que se indique lo contrario, se emplea el modelo de dos ecuaciones que considera flujo incompresible en presión (densidad constante) o método TPA.

4.4.1 Flujo en lámina libre

En esta sección se valida el modelo numérico de flujo en lámina libre en 1D. Este modelo se emplea para el cálculo de curvas de remanso, cambios de régimen y propagación hidráulica, ya que muy común encontrar este tipo de flujos en cualquier conducto y en redes de alcantarillado.

Como se comentó en su momento, las condiciones iniciales se obtienen a partir del cálculo de una curva de remanso, en esta sección se hace lo mismo, pero, para que realmente se pruebe que el modelo tiende a la solución en régimen permanente, las condiciones iniciales se calculan con un caudal nulo.

4.4.1.1 Curvas de remanso

En este apartado se utiliza el modelo numérico, para calcular flujo en régimen permanente en un canal prismático con pendiente constante, con lo cual, se intenta demostrar que el modelo es capaz de converger a la curva de remanso correcta y con esto verificar la adecuada interpretación de la fricción del fondo dada por la fórmula de Manning. Se emplea un canal con sección transversal de forma rectangular con un ancho de 1 m, una longitud de 250 m, y un coeficiente de fricción de Manning de $0.015 \text{ s/m}^{1/3}$. El canal se discretiza en celdas con un tamaño de 0.25 m. La condición inicial es un caudal nulo y un calado de 0.742 m. Como condición de contorno en el extremo aguas arriba se impone un caudal de $2 \text{ m}^3/\text{s}$. El calado crítico para estas condiciones es de 0.742 m.

Flujo subcrítico

Para obtener un flujo con estas características, se utiliza una pendiente de 0.005. El calado normal para estas condiciones es de 0.904 m. Además, como condición de contorno en el extremo aguas abajo, por ser flujo subcrítico y para obtener una curva de remanso tipo M1, se debe emplear un calado mayor al calado normal, en este caso se emplea un calado de 1.2 m. Para generar una curva M2, es necesario emplear un calado menor al calado normal, en este caso, el propio calado crítico que corresponde a 0.742 m. Así, los resultados obtenidos se pueden ver en la Figura 4.6.

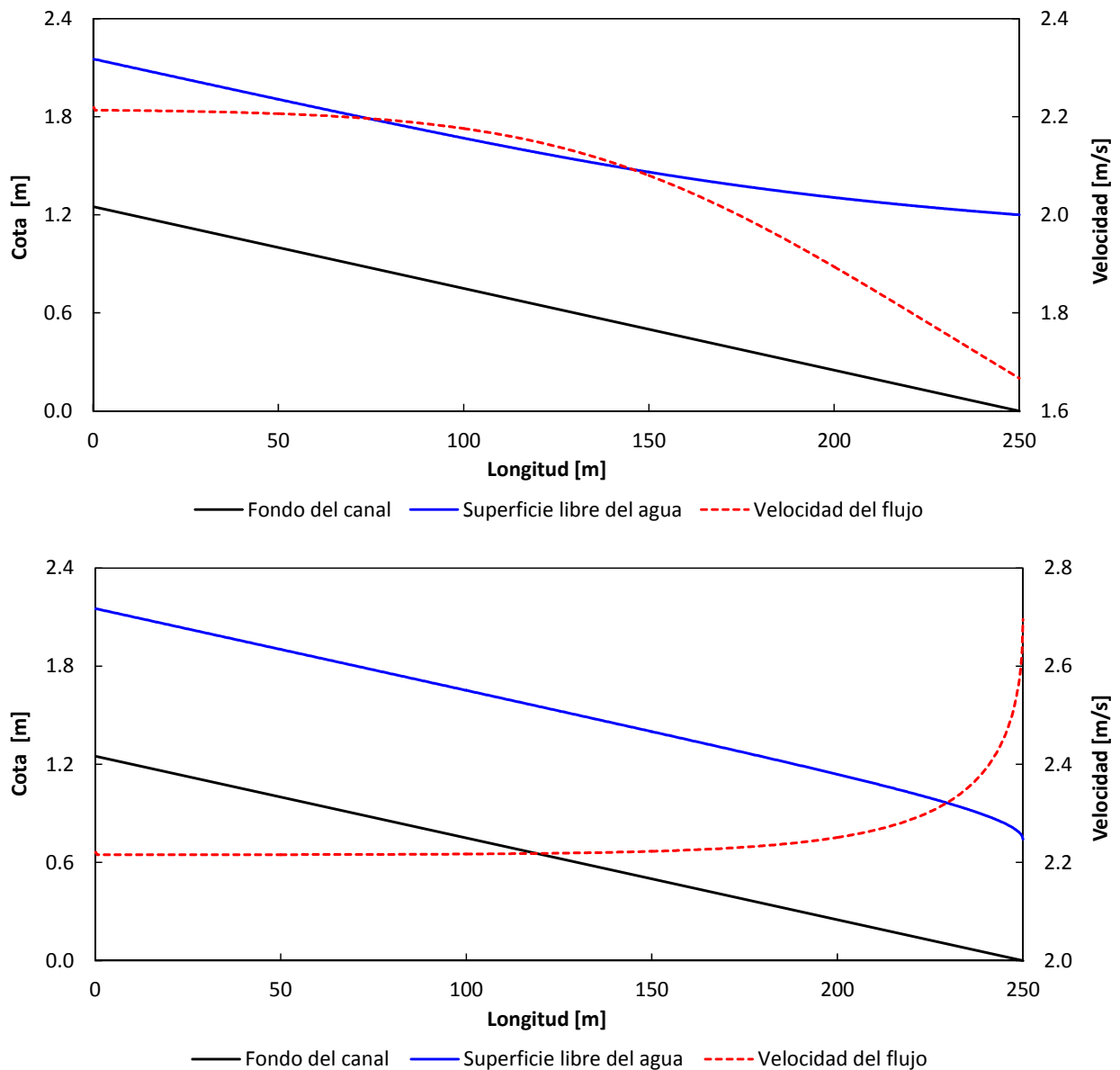


Figura 4.6 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para las curvas de remanso tipo M1 (arriba) y M2 (abajo). Flujo subcrítico

Flujo supercrítico

Para reproducir un flujo supercrítico se utiliza una pendiente de 0.01. Para estas condiciones se tiene un calado normal de 0.686 m. Adicionalmente, como condición de contorno en el extremo aguas arriba para generar una curva de remanso tipo S2, se utiliza un calado mayor al calado normal, en este caso el calado crítico, que es de 0.742 m. Para formar una curva tipo S3 se debe emplear un calado menor al calado normal, en este caso se usa un calado de 0.600 m. Así, los resultados obtenidos se pueden ver en la Figura 4.7.

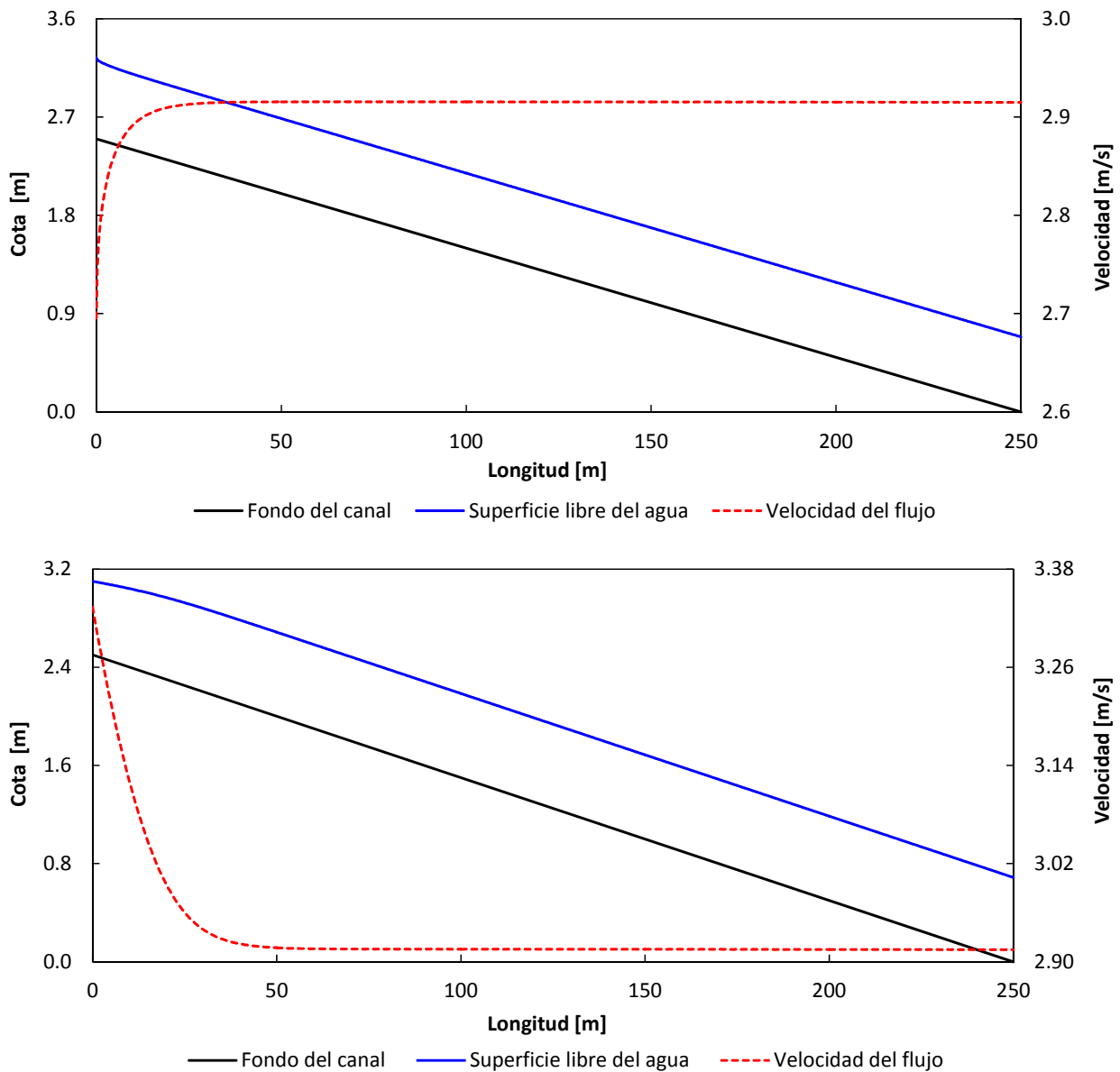


Figura 4.7 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para las curvas de remanso tipo S2 (arriba) y S3 (abajo). Flujo supercrítico

4.4.1.2 Cambios de régimen

Con este tipo de cálculos se pretende evaluar el funcionamiento del modelo numérico cuando las condiciones hidráulicas producen cambio de régimen o régimen transcrito. Para tal efecto, se considera un canal prismático horizontal con una sobrelevación suave del fondo con forma parabólica y flujo en régimen permanente. El canal tiene una sección transversal de forma rectangular con un ancho de 1 m, una longitud de 25 m y sin rugosidad. La cota del fondo del canal viene dada por:

$$z(x) = \begin{cases} 0.2 - 0.05(x-10)^2 & \text{si } 8 \text{ m} < x < 12 \text{ m} \\ 0 & \text{si } 8 \text{ m} > x > 12 \text{ m} \end{cases} \quad (4.19)$$

Utilizando las condiciones de contorno apropiadas, se consigue que el flujo sobre el obstáculo tenga régimen lento o régimen transcrito (de lento a rápido o de rápido a lento a través de un resalto hidráulico). Como condición inicial se utiliza un caudal de referencia y un calado en el extremo aguas abajo. El canal se discretiza en celdas con un tamaño de 0.10 m. A continuación se explica y muestran los resultados obtenidos de cada caso analizado.

Flujo en régimen lento

Como condición de contorno aguas arriba se utiliza un caudal de 4.42 m³/s y un calado de 2 m como condición de contorno en el extremo aguas abajo. El calado crítico es de 1.258 m. La superficie libre del agua y velocidad del flujo se muestran en la Figura 4.8.

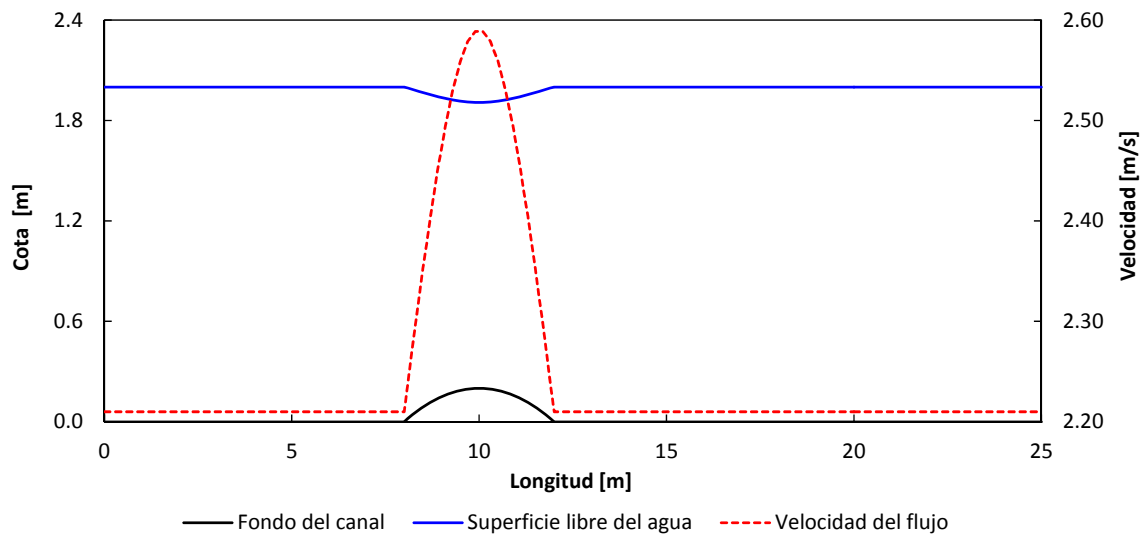


Figura 4.8 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen lento

Flujo con régimen transcrito. Lento-rápido

Bajo esta condición hidráulica, el flujo antes de la sobreelevación presenta régimen lento, al paso por el obstáculo el flujo cambia de régimen lento a régimen rápido provocando con ello la presencia de un calado crítico. La condición de contorno en el extremo aguas arriba es un caudal constante de 1.53 m³/s; en el extremo aguas abajo mientras el flujo tiene régimen subcrítico se utiliza un calado de 0.66 m, en caso contrario, con flujo en régimen rápido, no es necesario fijar alguna condición. El calado crítico para estas condiciones es de 0.620. Los resultados en forma de superficie libre del agua y velocidad se observan en la Figura 4.9.

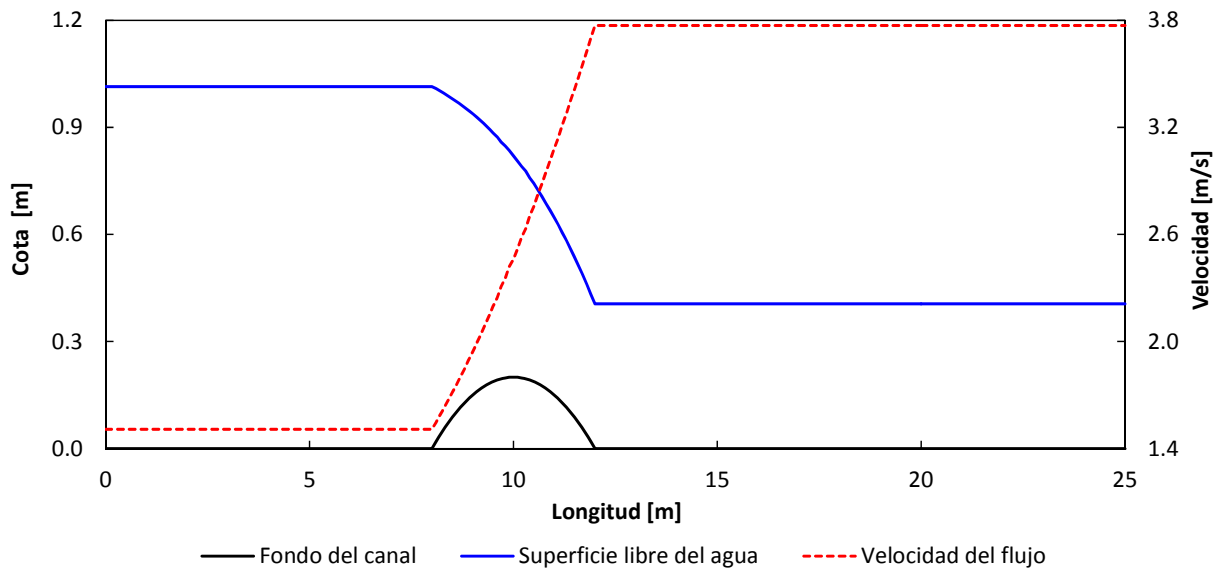


Figura 4.9 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen transcrítico (de lento a rápido)

Flujo con régimen transcrítico. Lento-rápido-lento con resalto hidráulico

Como en el caso anterior, el flujo presenta régimen subcrítico antes del obstáculo, la presencia de la sobreelevación provoca un cambio de régimen (de lento a rápido), obligando la presencia de un calado crítico. Debido a la condición de contorno aguas abajo (calado mayor al crítico), existe otro cambio de régimen, de rápido a lento a través de un resalto hidráulico. La condición de contorno aguas arriba es un caudal de $0.18 \text{ m}^3/\text{s}$ y aguas abajo un calado de 0.33 m. El calado crítico para esta condición es de 0.149 m. Los resultados obtenidos presentan en la Figura 4.10.

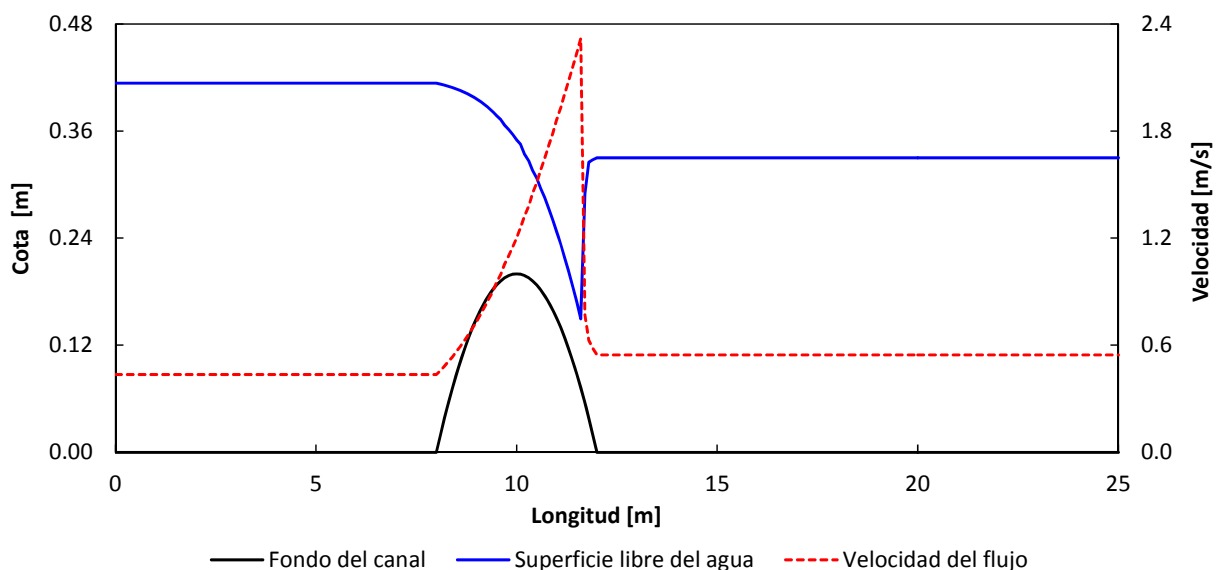


Figura 4.10 Superficie libre del agua y velocidad del flujo. Flujo sobre un obstáculo en régimen transcrítico (lento-rápido-lento con resalto hidráulico)

4.4.1.3 Propagación hidráulica

La propagación hidráulica en tramos de ríos o conductos cerrados es muy utilizada en la ingeniería práctica para determinar la atenuación y traslación de un hidrograma. Por tal motivo en este trabajo, el modelo numérico para calcular flujo en lámina libre se utilizará para modelar dos casos de interés. El primer caso, corresponde a un colector ensayado en laboratorio, mientras que el segundo es un colector con unas dimensiones importantes, cuyos resultados se comparan con los resultados obtenidos con otros modelos y esquemas numéricos diferentes. Además, en el segundo caso se analizará la sensibilidad de los resultados al número de celdas en la discretización del mismo.

Experimento de Ackers y Harrison (1964)

Los experimentos de Ackers y Harrison (1964) sobre la propagación de flujo en lámina libre fueron llevados a cabo en un colector circular con diámetro de 0.0762 m. Los datos originales del experimento no están disponibles, pero si los escalados a un diámetro de 0.3048 m bajo semejanza de Froude ($\lambda_g = 4$).

Siguiendo a León *et al.* (2006) y a Sanders y Bradford (2011), los datos escalados de laboratorio son una tubería con una longitud de 304.8 m, un diámetro de 0.3048 m, una pendiente de 0.001 y un coeficiente de fricción de Manning de 0.0115 s/m^{1/3} para el caudal base y de 0.0116 s/m^{1/3} para el caudal punta. El ensayo inicia con flujo permanente con un caudal base de 0.004984 m³/s y un calado normal en el extremo aguas abajo de 0.0768 m. En el extremo aguas arriba se impone un hidrograma de forma trapezoidal simétrico. El hidrograma se caracteriza por un caudal punta de 0.018689 m³/s durante 12 s, y 60 s en las ramas ascendente y descendente. En el extremo aguas abajo, se considera caída libre para forzar la existencia de flujo en régimen crítico. Los calados fueron medidos en x=8.66 m y x=77.94. El colector se discretiza en 348 celdas.

En la Figura 4.11 se observan los calados medidos en x=8.66 m y x=77.94 m y calculados en los volúmenes finitos más próximos (x=9.024 m y x=78.205 m).

La figura muestra que el modelo predice adecuadamente el limnigrama en el punto localizado en x=77.94 m, el calado en la rama ascendente correspondiente al punto x= 8.66 m, sin embargo, en la rama descendente, existen algunas diferencias. Las diferencias mostradas fueron reportadas también por otros autores (León *et al.* 2006; Sanders y Bradford 2011) que modelaron este experimento. Según León *et al.* (2006) con base en otros autores, las diferencias son consecuencia de posibles problemas de escala y al hecho de que el experimento incluye flujos en la región de transición entre flujo laminar y

completamente turbulento. Lo anterior causa que el coeficiente sea una función del número de Reynolds.

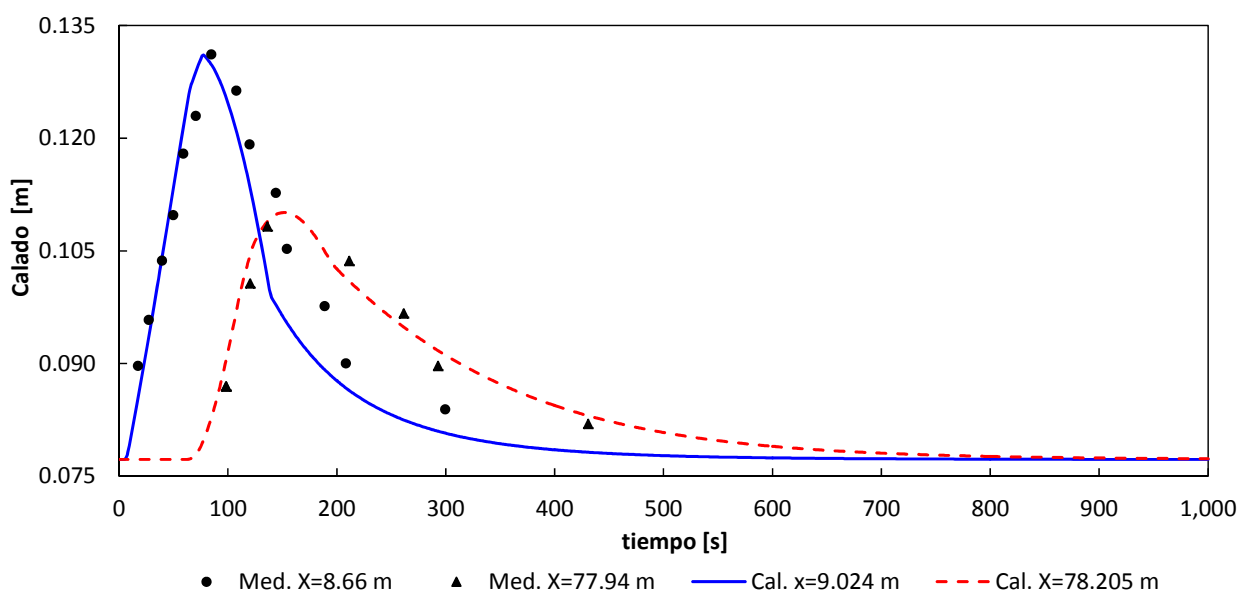


Figura 4.11 Calados medidos en $x=8.66$ m y $x=77.94$ m, y calados calculados en los puntos más próximos ($x=9.024$ m y $x=78.205$ m)

Experimento de Abbott, et al. (1982)

Finalmente, como segundo caso, se considera un colector de 9,150 m de longitud, un diámetro de 1.82 m, una pendiente de 0.001 y un coeficiente de fricción de Manning de $0.0125 \text{ s/m}^{1/3}$. La condición inicial es un caudal de $0.80 \text{ m}^3/\text{s}$ y un calado crítico en el extremo aguas abajo. La condición de contorno en el extremo aguas arriba es un hidrograma de forma triangular con un caudal base de $0.80 \text{ m}^3/\text{s}$, un tiempo base de 4,800 s y un caudal punta de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ (Figura 4.12); en el extremo aguas abajo se considera caída libre. El colector se discretiza con 1000 celdas.

En la Figura 4.12, se presentan los resultados obtenidos con el modelo numérico antes citado, los cuales se comparan con los resultados obtenidos por Abbott et al. (1982) empleando el método de las características y los calculados por Noto y Tucciarelli, (2001) con HydroWorks. Como se puede apreciar, los resultados obtenidos con el modelo numérico son muy similares a los obtenidos por Noto y Tucciarelli, (2001) en cuanto a la forma y caudal punta. Con respecto a los resultados de Abbott et al. (1982), la diferencia del caudal del caudal pico es de 3.3 %, prácticamente despreciable. Con ambos autores existe una pequeña diferencia en la rama descendente del hidrograma. HydroWorks es un programa comercial que emplea un esquema en diferencias finitas (HW 1997).

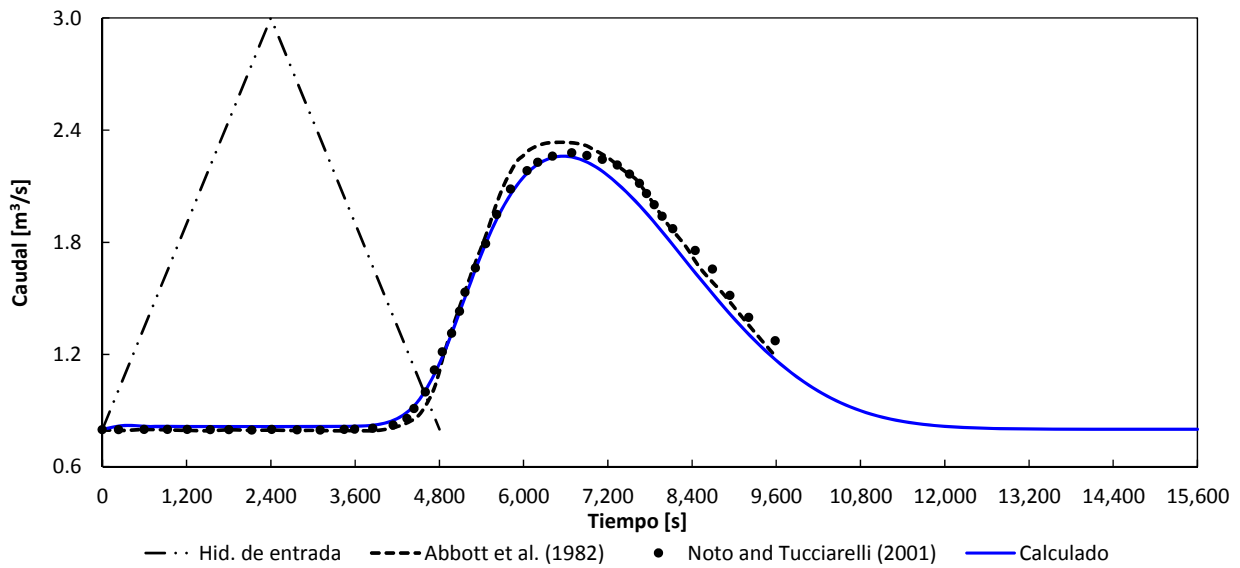


Figura 4.12 Hidrograma de entrada y comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector

Adicionalmente, se aprovecha este caso para analizar la sensibilidad en los resultados al número de celdas o volúmenes finitos que se utiliza para la discretización del colector. Esto es de gran importancia, en la modelación numérica ya que a mayor número de celdas la solución tiende a la solución exacta, pero ello incrementa el tiempo de cálculo. Así en la Figura 4.13, se presentan los resultados para la discretización del colector con 25, 50, 100, 250, 500 y 1000 celdas y en la Figura 4.14, el tiempo de cálculo (eje principal) y el paso de tiempo (eje secundario) para cada discretización empleada.

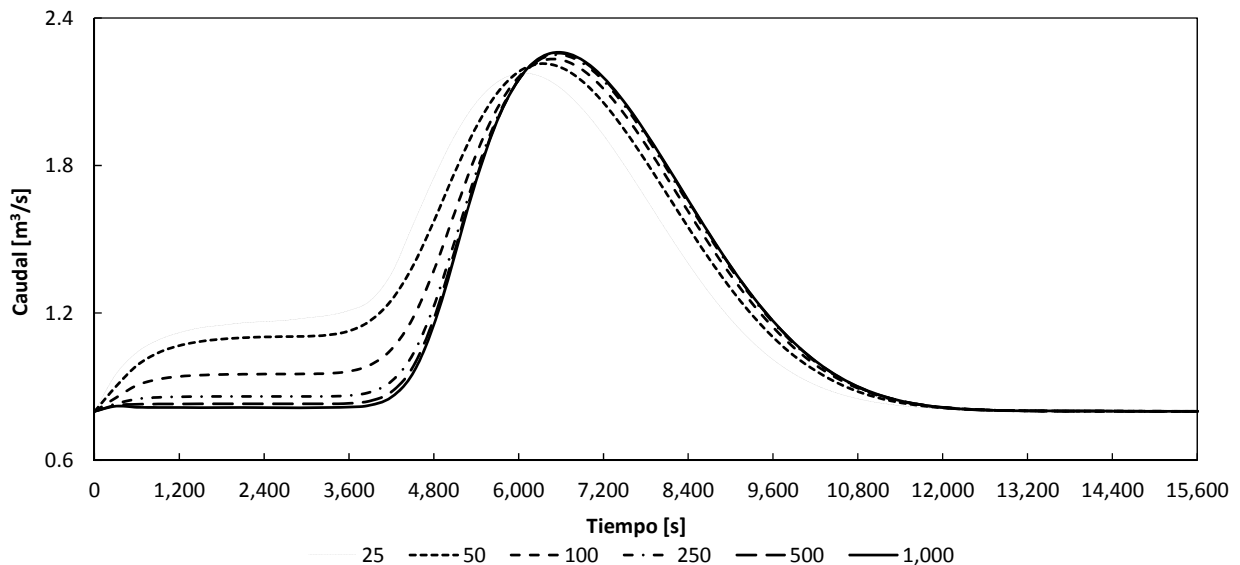


Figura 4.13 Sensibilidad del hidrograma de salida del colector al número de celdas

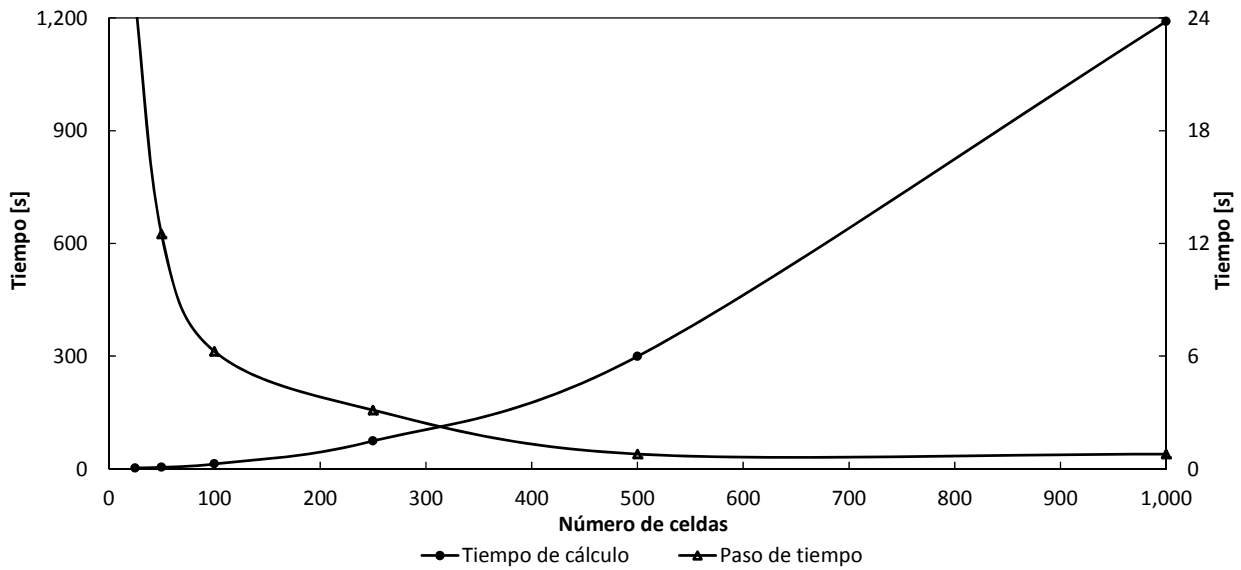


Figura 4.14 Tiempo de cálculo (eje principal) y paso de tiempo (eje secundario) en función del número de celdas

Como se esperaba, a mayor número de celdas, la solución tiende a una hipotética solución exacta, pero el tiempo se dispara de forma exponencial, debido a la disminución del paso de tiempo. En la modelación numérica de redes de alcantarillado, es importante tener en cuenta lo anterior, sobre todo, cuando los colectores involucrados acumulen una longitud importante. La entrada en carga de un solo colector implica un aumento de la celeridad de la onda de presión, y con ello, una disminución del paso de tiempo y por ende un aumento en el tiempo total de cálculo.

4.4.2 Flujo en presión. Cierre gradual de una válvula

Para validar el modelo en el cálculo de flujo en presión, se considera el caso del problema del cierre gradual de una válvula en una tubería propuesto por Wylie et al. (1993). El cierre de una válvula en un conducto con flujo permanente en presión genera un transitorio de presión. Para ello, se considera una tubería horizontal con una longitud de 600 m, un diámetro de 0.50 m, un coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach de 0.015 y una celeridad de la onda de presión de 1,200 m/s. En el extremo aguas arriba de la tubería hay un almacenamiento que proporciona una carga piezométrica H_R constante de 150 m. En el extremo aguas abajo se sitúa una válvula, cuya ley de cierre se representa con la ecuación (4.20). El caudal en el extremo aguas abajo de la tubería, se obtiene con la ecuación de un orificio y un coeficiente de descarga de 0.046 (Figura 4.24).

$$\tau = 1 - \left(\frac{t}{2.1} \right)^{0.75} \quad (4.20)$$

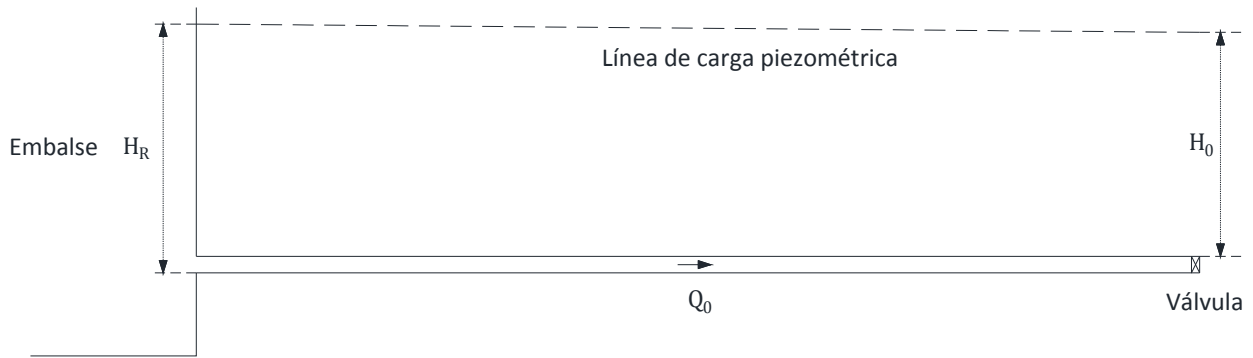


Figura 4.15 Esquema de la tubería con una válvula en el extremo aguas abajo

La tubería se discretiza en celdas de 10 m. En la Figura 4.25 se muestra una comparación numérica del caudal en la salida del embalse y de la carga piezométrica en la válvula, con los resultados obtenidos por Wylie et al. (1993) empleando el método de las características y los obtenidos en este trabajo. Ambas variables se normalizan con el caudal y la carga piezométrica correspondiente al estado permanente en los puntos respectivos. Adicionalmente, se muestra la ley de cierre de la válvula.

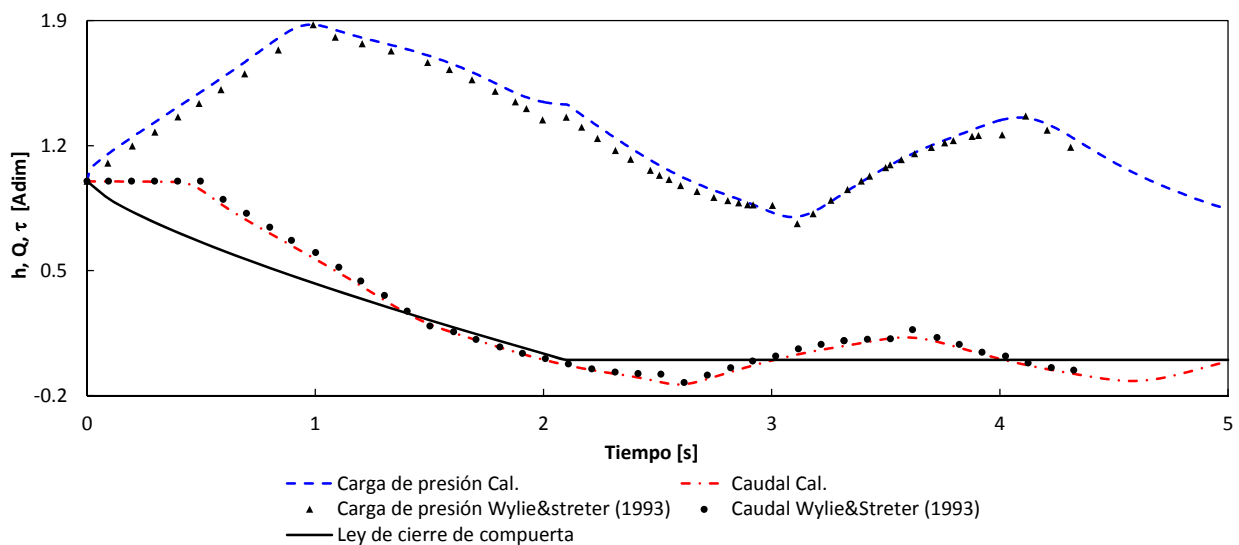


Figura 4.16 Comparación numérica del caudal y la carga de presión (ambos normalizados con los valores correspondientes al estado permanente) y ley de cierre de la válvula

Este mismo caso se aprovecha para realizar una comparación de los modelos disponibles para el cálculo de flujo mixto, estos se aplican a este mismo caso. En lo que sigue el modelo I corresponde al método de la ranura de Preissmann, el II al modelo de dos ecuaciones que considera flujo incompresible en presión (densidad constante) o método TPA, el III al modelo de dos ecuaciones que considera flujo compresible en presión (densidad variable).

Así, de los resultados obtenidos, en la Figura 4.17 se puede ver una comparación numérica de los modelos de flujo mixto empleado para el caudal en salida del embalse (eje principal) y la carga hidráulica en la válvula (eje secundario). Se observa, que lo resultados son prácticamente idénticos.

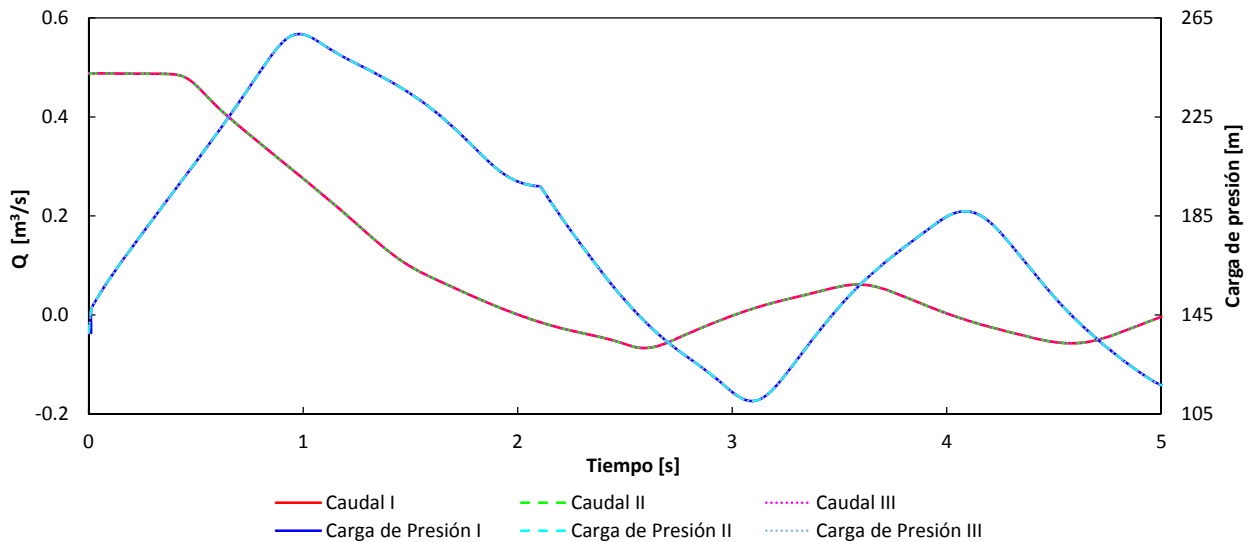


Figura 4.17 Caudal en la salida del embalse (eje principal) y carga de presión en la válvula (eje secundario)

Como información adicional, de uno de los modelos se presenta el caudal en la salida del embalse y la carga piezométrica en la válvula hasta que el sistema alcanza el estado de reposo. Se observa, que el caudal en la salida del embalse alcanza un valor nulo y la carga piezométrica en la válvula tiende a la carga del embalse, lo que indica que los esquemas empleados son capaces de reproducir este tipo de fenómenos.

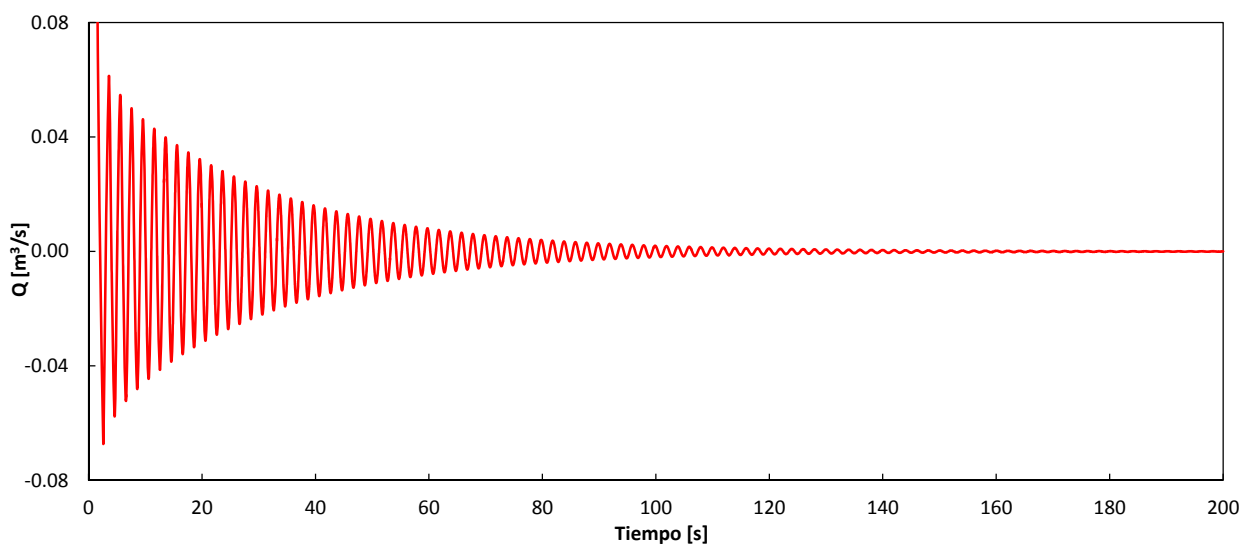


Figura 4.18 Caudal en la salida del embalse, en el extremo aguas arriba de la tubería

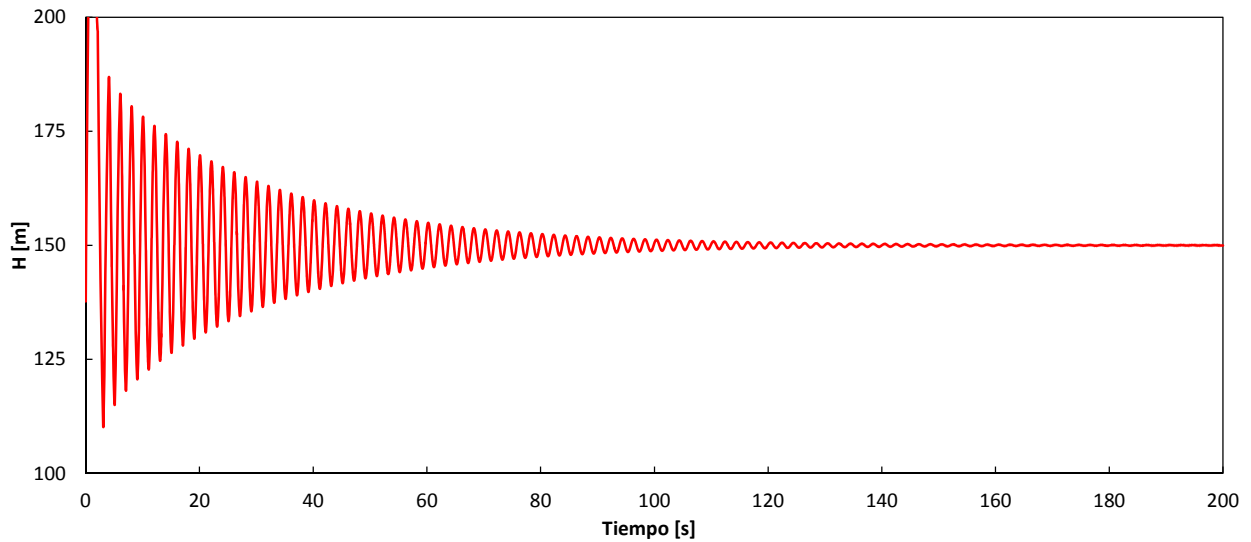


Figura 4.19 Carga piezométrica en la válvula, en el extremo aguas abajo de la tubería

4.4.3 Flujo en presión negativa. Cierre brusco de una válvula

Con este caso se pretende simplemente mostrar que los modelos para el cálculo de flujo mixto son capaces de modelar presiones subatmosféricas. Para ello, se considera nuevamente el caso del problema del cierre de una válvula en una tubería completamente a presión propuesto por Wylie et al. (1993) que se reprodujo en el apartado anterior. En el caso original, la ley de cierre de la válvula corresponde a un cierre gradual, con la cual, las presiones que se producen son siempre positivas. Para que ocurran presiones negativas es necesario que se produzca un cierre brusco (cierre prácticamente instantáneo). De esta forma, una ley de cierre brusco obedece a:

$$\text{Si } \begin{cases} 0 < t < 1.69 & \tau = 0.15 \\ t \geq 1.69 & \tau = 1 - \left(\frac{t}{2.1} \right)^{0.75} \end{cases} \quad (4.21)$$

Para la modelación se emplean los mismos datos. Así, en la Figura 4.20 se muestra el caudal en la salida del embalse y en la Figura 4.21 la carga de presión (eje principal) y la carga de presión en la válvula (eje secundario) con los diferentes métodos de cálculo de flujo mixto.

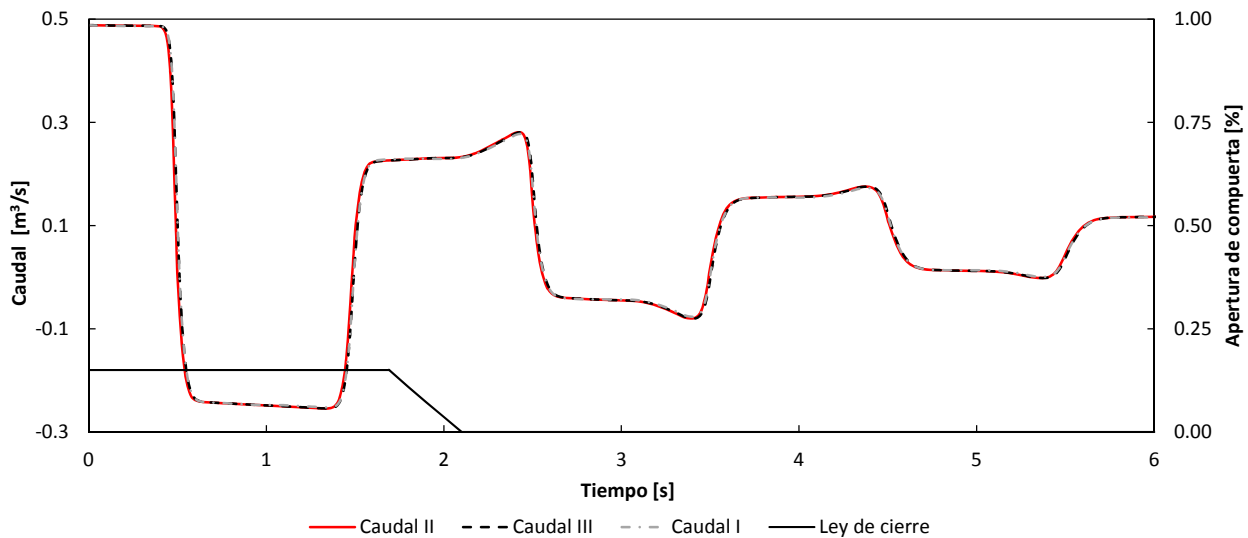


Figura 4.20 Caudal en la salida del embalse con los diferentes métodos empleados para el cálculo de flujo mixto (eje principal) y ley de cierre de la válvula (eje secundario)

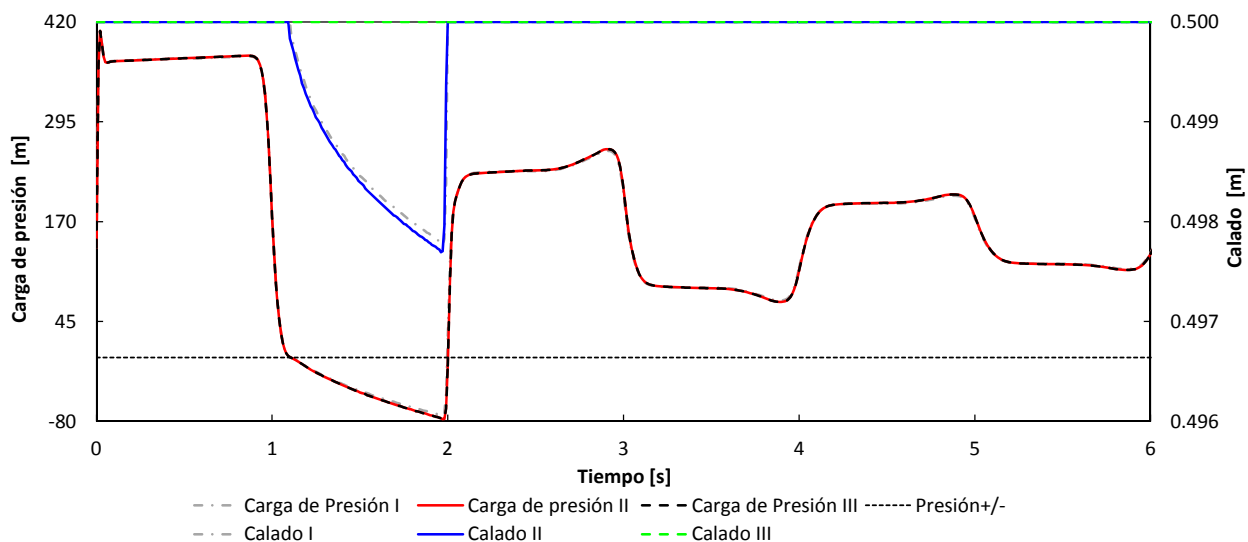


Figura 4.21 Carga de presión (eje principal) y calado (eje secundario) en la válvula con los diferentes modelos empleados para el cálculo de flujo mixto

Los resultados obtenidos son similares con los tres métodos empleados. En esta última gráfica, se observa que cuando el calado es menor al diámetro, dado que el flujo está en presión y no existe contacto del flujo con la atmosfera, es físicamente imposible que se produzca flujo en lámina libre, en cambio, se presenta flujo en presión negativa. Además, en los métodos I y II, para considerar presión negativa, al obtenerse un área menor al área máxima o a tubo lleno, se observa una disminución en los calados, en cambio, con el método III (método de dos ecuaciones con flujo compresible), esta disminución se da a través de la densidad del fluido (variable no graficada, pero que tiene un comportamiento similar a los calados).

Este mismo caso se reprodujo para aplicar el esquema de primer orden y el esquema de alta resolución. De igual forma los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.22 y Figura 4.23. De ellas, podemos observar ciertas diferencias, evidenciando que en el esquema de primer orden los resultados son disipativos. Cuando la carga de presión es negativa con el esquema de primer orden se obtienen valores menores.

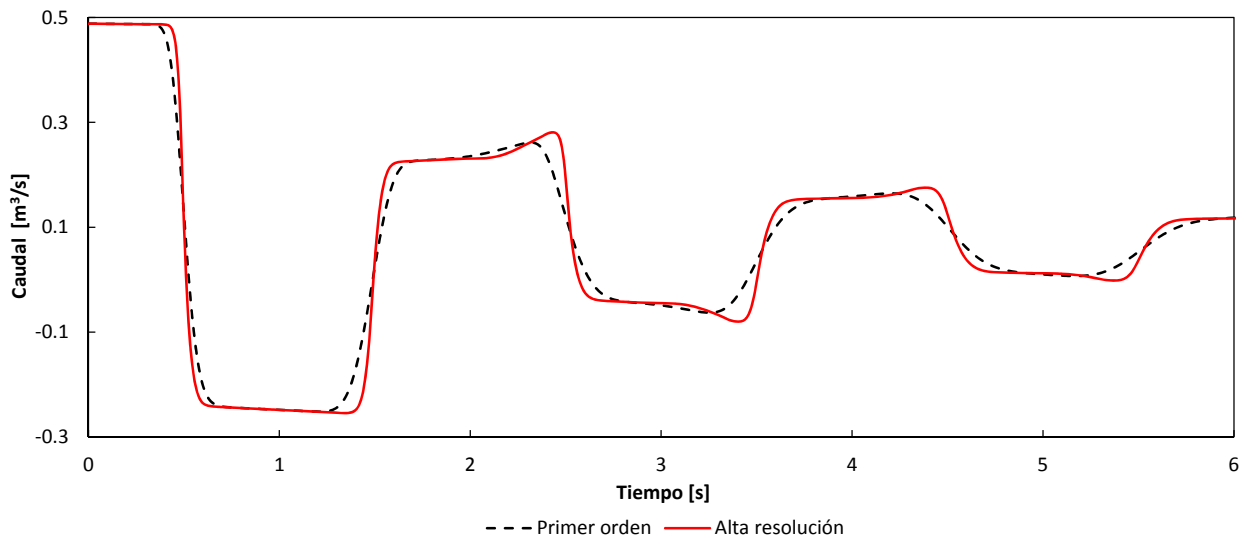


Figura 4.22 Comparación numérica del caudal en la salida del embalse. Esquemas de primer orden y de alta resolución

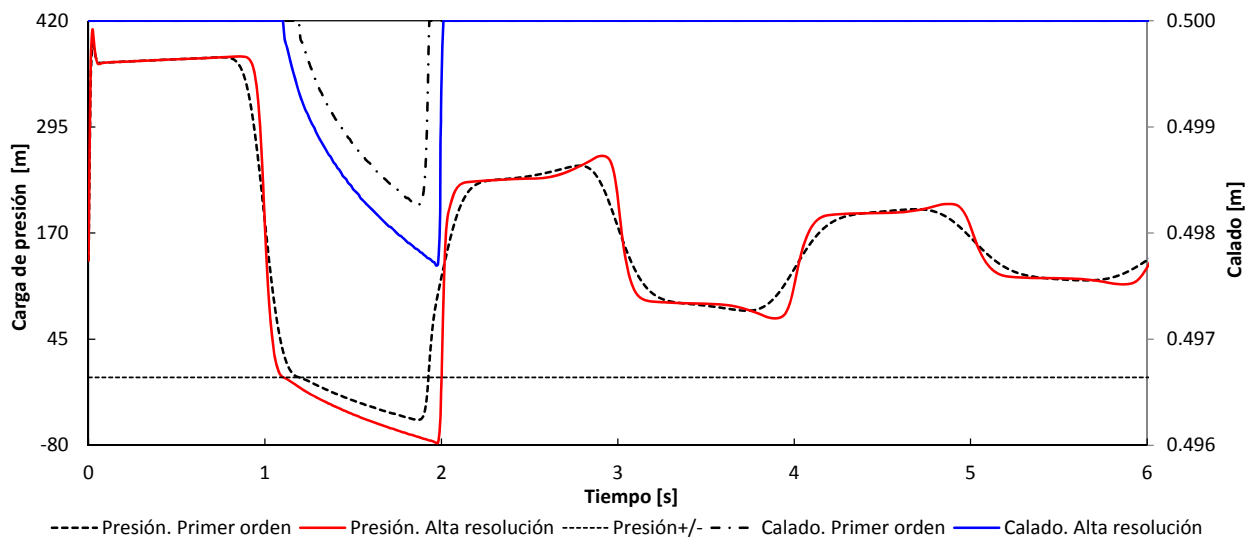


Figura 4.23 Comparación numérica de la carga de presión (eje principal) y calado (eje secundario) en la válvula. Esquemas de primer orden y de alta resolución

4.4.4 Flujo mixto

El flujo en lámina y flujo en presión (flujo mixto) en un solo conducto es bastante común en las redes de alcantarillado. El fenómeno de flujo mixto se puede producir por la entrada en carga desde el extremo

aguas abajo, por la entrada en la carga desde el extremo aguas arriba y por la entrada en carga por ambos extremos simultáneamente. En esta sección se emplea el modelo de flujo mixto y las diferentes aproximaciones para reproducir este tipo de fenómenos.

4.4.4.1 Entrada en carga desde el extremo aguas abajo

La mayoría de los experimentos de flujo mixto existentes en la literatura la entrada en carga se produce desde el extremo aguas abajo. En esta sección se presentan algunos de ellos.

Experimento de Capart et al. (1997)

El modelo experimental de Capart et al. (1997) consiste de una tubería de 12.74 m de longitud y un diámetro interior de 0.145 m. La tubería consiste de tres partes con pendientes de 0.01954 (0 m-3.48 m), 0.01704 (3.48 m-9.23 m) y 0.01255 (9.23 m-12.74 m) respectivamente. El coeficiente de rugosidad de Manning medido experimentalmente es de $0.009 \text{ s/m}^{1/3}$. A consecuencia de la elevada pendiente de la tubería, el flujo en lámina libre aguas arriba es casi siempre supercrítico, mientras que aguas abajo el régimen de flujo depende del nivel de agua en el depósito ubicado en el extremo aguas abajo. Se pueden obtener variaciones rápidas de este nivel de agua operando un vertedero ajustable localizado en la salida del depósito.

Como condición de contorno en el extremo aguas arriba se impone un caudal de entrada constante de $0.00421 \text{ m}^3/\text{s}$ y el nivel de agua en el depósito ubicado aguas abajo se mantiene por debajo del fondo de la tubería. El experimento se inicia con un flujo permanente supercrítico, por lo que la condición de contorno adicional es el calado crítico correspondiente; en el extremo aguas abajo no es necesaria alguna condición de contorno. El vertedero ajustable del extremo aguas abajo se eleva suprimiendo la salida de agua del depósito de aguas abajo. A medida que el nivel de agua en el extremo aguas abajo sube, se forma un resalto hidráulico dentro de la tubería y migra hacia aguas arriba. Cuando el resalto hidráulico llega cerca de la entrada en el extremo aguas arriba, la compuerta del extremo de aguas abajo se baja abruptamente. Esto lleva a una súbita disminución del nivel de agua en el extremo aguas abajo. Un rápido transitorio en forma de una onda negativa regresa el flujo a sus condiciones iniciales. La carga de presión medida en el punto C8 (nivel de la superficie libre del agua medida en el depósito del extremo aguas abajo), cuyos datos fueron extraídos de las figuras 9 y 10 del documento de Capart et al. (1997), se utiliza como condición de contorno en el extremo aguas abajo. La variación en el tiempo de la carga de presión se midió en los puntos C3 ($x=3.06 \text{ m}$), C4 ($x=5.50 \text{ m}$) y C6 ($x=7.64 \text{ m}$).

Para realizar los cálculos se emplearon celdas con un tamaño de 0.10 m y una celeridad de la onda de 5 m/s. En la Figura 4.24, se presentan las cargas de presión medidas en los puntos correspondientes y

calculadas en los volúmenes finitos más próximos ($x=3.10$ m, $x=5.50$ m y $x=7.60$ m). Como se puede apreciar, los resultados calculados son similares a los medidos, poniendo de manifiesto que tanto la carga hidráulica como la velocidad del frente de onda se calculan con muy buena aproximación. Las diferencias en las llegadas del frente de onda a los puntos de medida ($x=3.06$ m y $x=7.64$ m) se pueden deber a que la carga de presión calculada corresponde a puntos próximos ($x=3.10$ m y $x=7.60$ m), en cambio, en el punto $x=5.50$ m donde el punto calculado corresponde al punto medido, la llegada se captura adecuadamente.

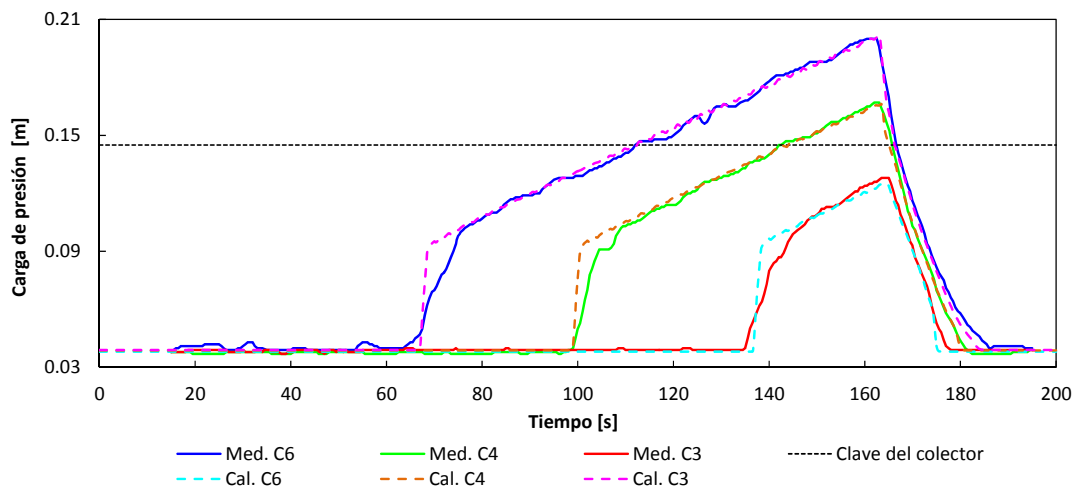


Figura 4.24 Carga de presión medida en C3 ($x=3.06$ m), C4 ($x=5.50$ m) y C5 ($x=7.64$ m) y, calculada en los puntos más próximos ($x=3.10$ m, $x=5.50$ m y $x=7.60$ m)

En la Figura 4.25, se presentan los resultados numéricos de la formación del resalto hidráulico y su desplazamiento hacia aguas arriba (proceso de la entrada en carga), como consecuencia del cierre de la compuerta. En cambio, en la Figura 4.26 se presenta el proceso de despresurización en forma de una onda negativa que se desplaza hacia aguas abajo, a consecuencia de la reapertura de la compuerta. Los resultados (no presentados) son congruentes con los resultados obtenidos por Capart et al. (1997).

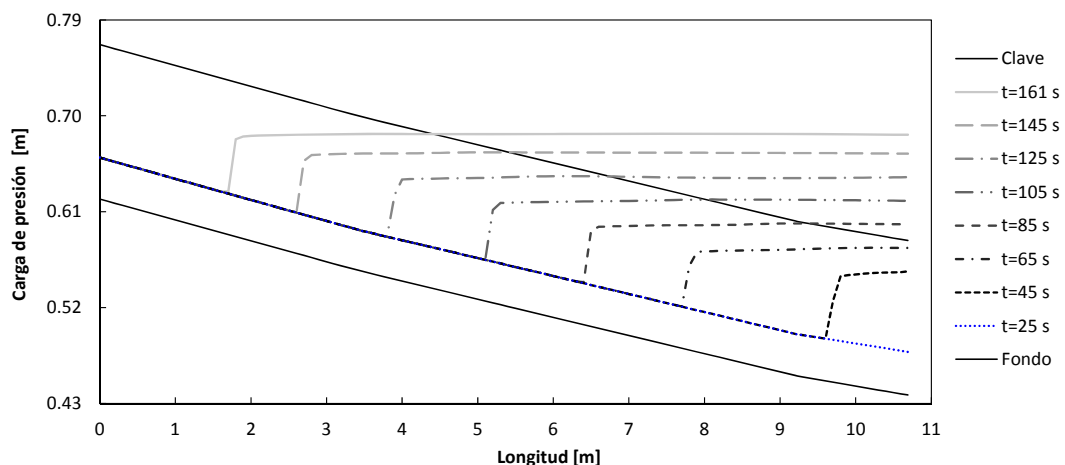


Figura 4.25 Formación y desplazamiento del resalto hidráulico (entrada en carga)

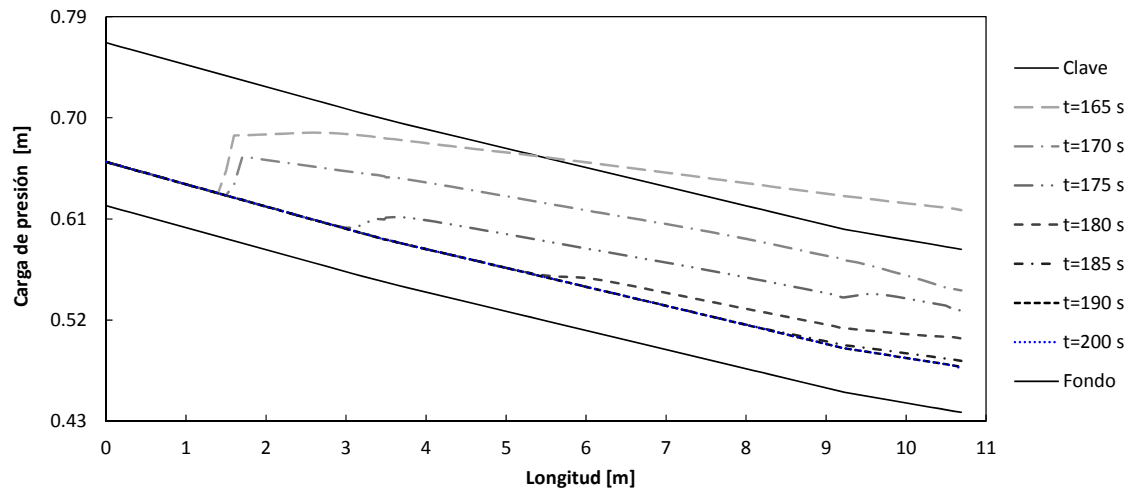


Figura 4.26 Proceso de despresurización

Para comparar la actuación de los diferentes modelos para el cálculo de flujo mixto, estos se aplican a este mismo caso. En la Figura 4.27 se observa la comparación numérico-experimental realizada en el punto C4 ($x=5.50$ m) entre los datos medidos y calculados por los modelos de flujo mixto empleados. En ella, no se observan diferencias aparentes entre los tres métodos.

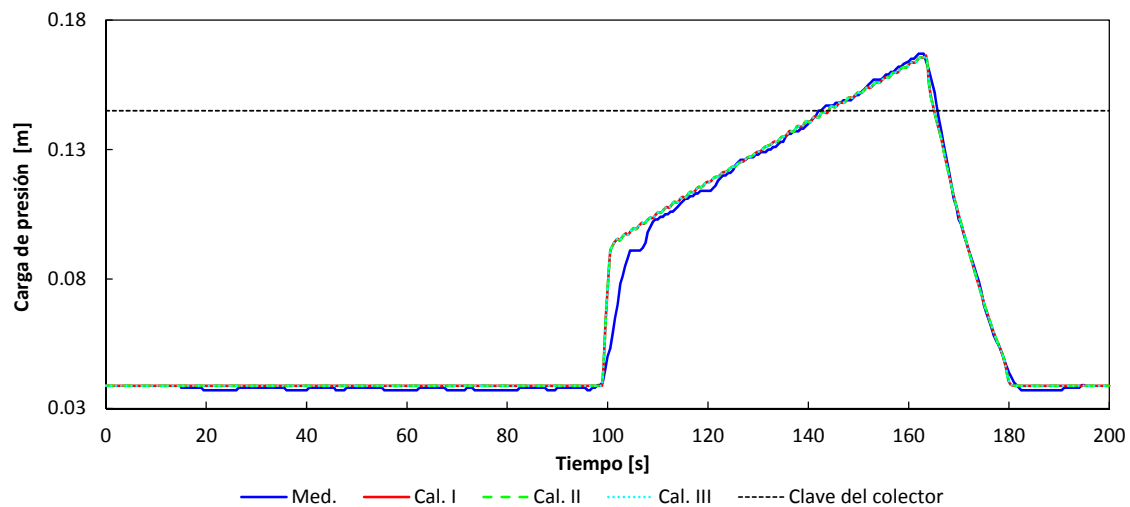


Figura 4.27 Comparación numérico-experimental en el punto C4 ($x=5.50$ m) con los diferentes modelos empleados para el cálculo de flujo mixto

Experimento de Trajkovic et al. (1999)

El dispositivo experimental utilizado por Trajkovic et al. (1999), consiste de una tubería de metacrilato de alrededor de 10 m de longitud, un diámetro interno de 0.10 m, espesor de las paredes de 0.005 m y un coeficiente de fricción de Manning estimado en $0.008 \text{ s/m}^{1/3}$. Se colocan dos compuertas automáticas en los extremos aguas arriba y aguas abajo de la tubería. Con la operación de estas compuertas las condiciones del flujo se pueden cambiar rápidamente. Se colocaron tubos de ventilación

en la clave de la tubería para evitar la posible interferencia de la fase de aire. Se realizaron diferentes tipos de ensayos variando la pendiente de la tubería, las condiciones iniciales y las condiciones de contorno a través de la operación de las compuertas.

En los experimentos tipo A se utilizó una pendiente de la tubería del 2.7 %. Las condiciones del experimento fueron un caudal de entrada constante de alrededor de $0.0013 \text{ m}^3/\text{s}$, correspondiente a una apertura de la compuerta en el extremo aguas arriba de $e_1=0.014 \text{ m}$ y en el extremo aguas abajo la compuerta totalmente abierta con un calado normal de aproximadamente 0.1 D m ; debido a ello, el tipo de flujo es permanente y supercrítico; en el extremo aguas abajo no se precisa de condición de contorno. En un instante dado del experimento, la compuerta del extremo aguas abajo se cerró rápidamente (cierre no instantáneo), generando un transitorio en forma de frente de onda positivo moviéndose hacia aguas arriba. Después de 30 s del cierre, la compuerta fue reabierta parcialmente produciendo otro fenómeno transitorio. Se probaron diferentes valores para la reapertura de la compuerta; el correspondiente a una apertura de $e_2=0.008 \text{ m}$ es el utilizado para la validación. La apertura con $e_2=0.008 \text{ m}$ registró una pequeña disminución de la carga de presión en el instante de tiempo 30 s , pero debido a que el caudal de salida en la tubería es menor al de entrada, la carga de presión continuó incrementándose. Se midieron valores de la carga de presión en las secciones P5 ($x=7.2 \text{ m}$) y P7 ($x=9.2 \text{ m}$).

Para el modelado de este experimento se utilizan celadas con un tamaño de 0.10 m , una celeridad de la onda de 6 m/s , correspondiente a una ranura de Preissmann 0.1 veces el diámetro. La carga de presión medida y calculada se muestra en la Figura 4.28.

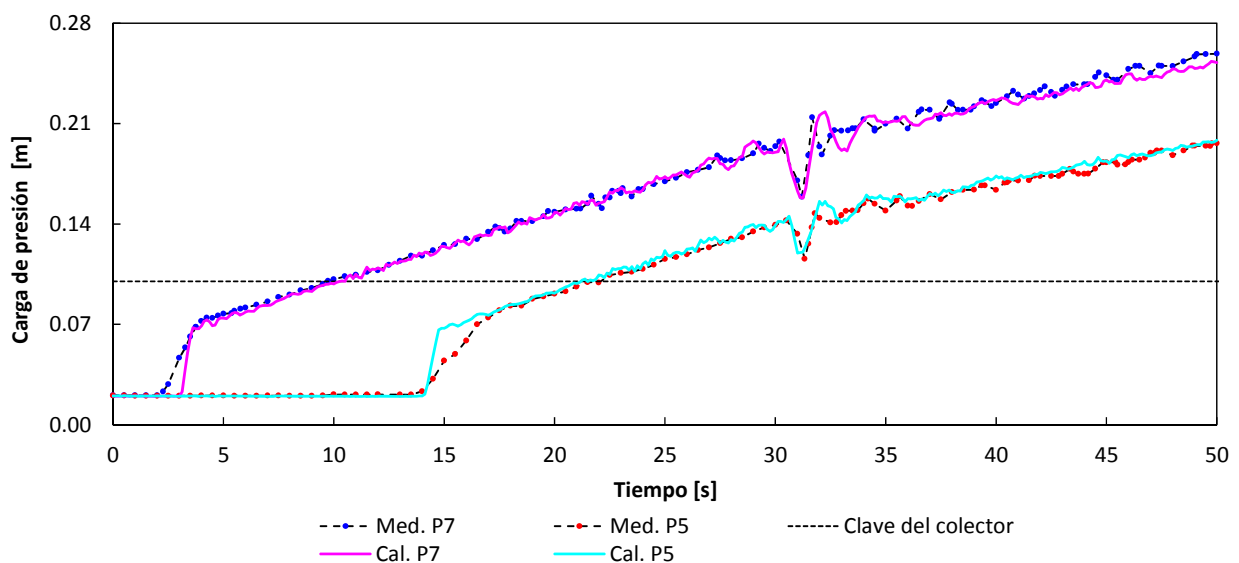


Figura 4.28 Carga de presión medida y calculada en las secciones P5 ($x=7.2 \text{ m}$) y P7 ($x=9.2 \text{ m}$) para una reapertura de la compuerta de $e_2=0.008 \text{ m}$

De la Figura 4.28, se observa que la carga de presión calculada coincide con la medida, incluso cuando se presenta la reapertura de la compuerta. Por otra parte, la velocidad del frente de onda fue reproducida con buena aproximación (diferencia menor a 1 s en la sección P7), en cambio, la forma del frente de onda calculado es más pronunciado que el medido; esto se puede deber, a que el cierre de la compuerta aguas abajo fue muy rápido pero no instantáneo, como fue considerado en el cálculo. Simulaciones donde se simuló el cierre de la compuerta con una duración entre 0 y 2 s no mejoraron la forma del frente de onda.

Adicionalmente, en la Figura 4.29 se muestra una comparación numérico-experimental en la sección P5 ($x=7.2$ m) entre los datos medidos y los resultados con los tres modelos para el cálculo de flujo mixto implementados. Para este caso, no se observan diferencias apreciables, entre ellos.

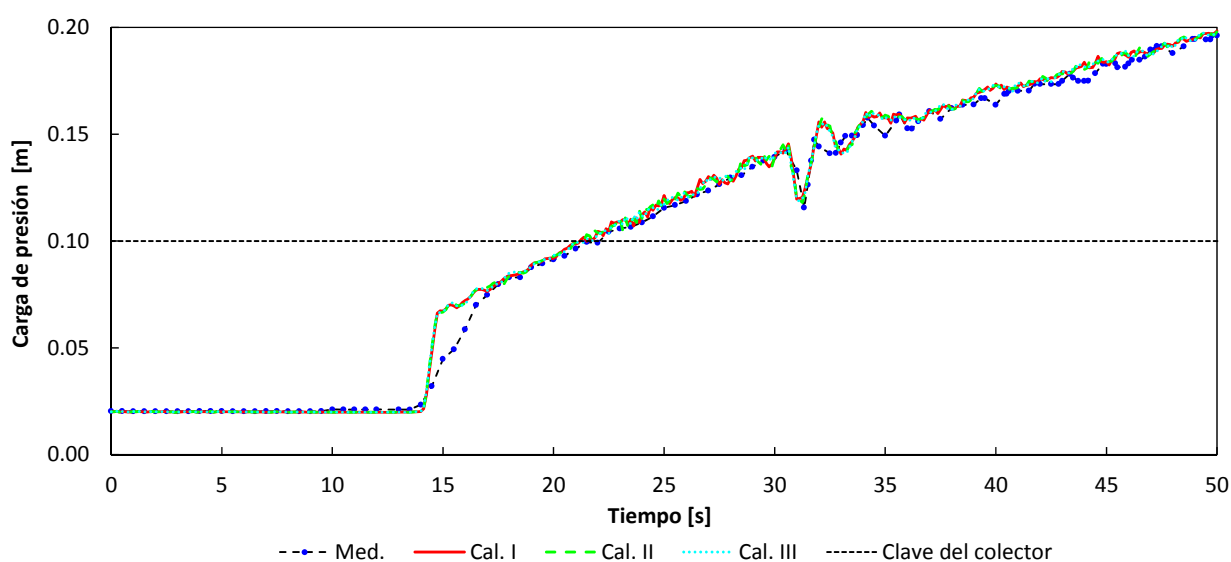


Figura 4.29 Comparación numérico-experimental en la sección P5 ($x=7.2$ m), con los diferentes métodos empleados para el cálculo de flujo mixto

Ensayos de Silvestre (1998)

La instalación utilizada por Silvestre (1998), se compone de una tubería de metacrilato transparente de 12 m de longitud, un diámetro interior de 0.153 m, una pendiente del 0.001 y un coeficiente de Manning de $0.011 \text{ s/m}^{1/3}$. La instalación cuenta con dos válvulas localizadas en los extremos de la tubería que permiten crear frentes de onda por ambos extremos (Figura 4.30). Se midió la carga de presión en los puntos localizados en $x=0$ m, $x=4$ m, $x=8$ m y $x=12$ m.

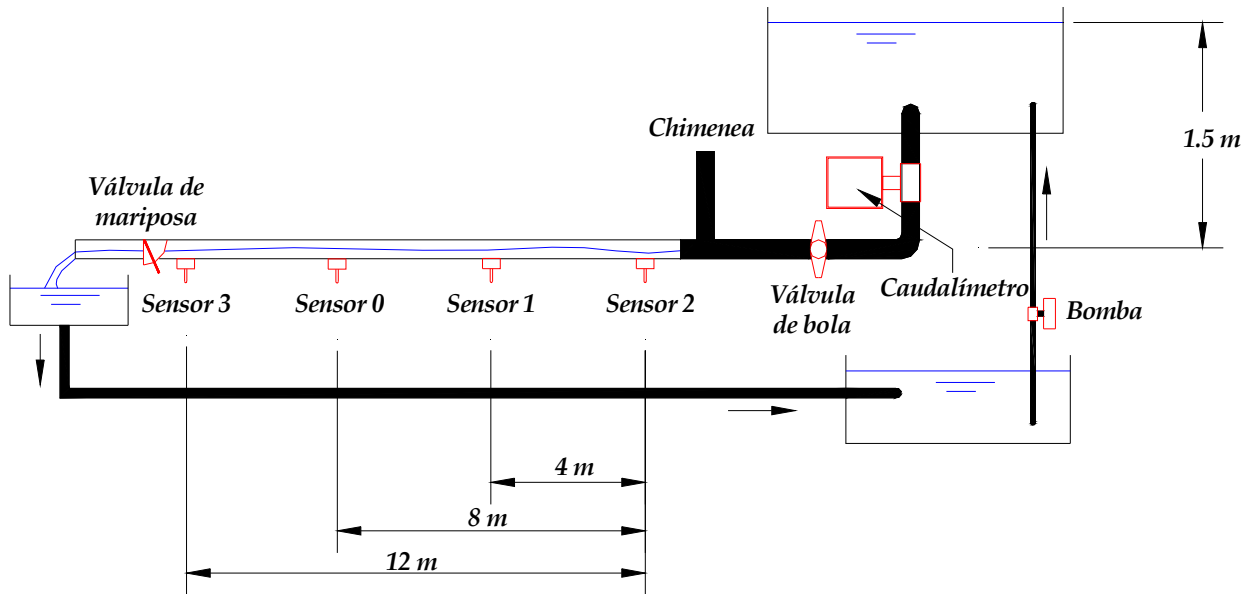


Figura 4.30 Esquema de la instalación de los ensayos de Silvestre (1998)

Silvestre (1998), realizó una amplia campaña de ensayos en el laboratorio de hidráulica del DEHMA, ETSCCPB, UPC, para analizar el fenómeno de flujo mixto, bajo diferentes condiciones. Para generar la ocurrencia de flujo mixto, con la operación de las válvulas se provocó la entrada en carga desde el extremo aguas abajo (tipo I), la entrada carga desde el extremo aguas arriba (tipo II) y la entrada en carga por ambos extremos de forma simultánea (III). Un ensayo representativo de cada tipo de entrada fue seleccionado para reproducirlo con el modelo numérico.

Los ensayos inician con un flujo permanente para un caudal de referencia; en un instante de tiempo a lo largo del experimento, se realiza un cierre brusco de la válvula del extremo aguas abajo provocando la formación de un frente de onda de presión que avanza hacia aguas arriba para los ensayos tipo I; una apertura brusca de la válvula del extremo aguas arriba provocando un frente de onda de presión que se desplaza hacia aguas abajo para el ensayo tipo II; y una combinación de las anteriores para los ensayos tipo III. En los ensayos, se reportó que durante el avance del frente de onda de presión se generó inestabilidad del flujo provocando un transitorio de presión, presumiblemente por el aire existente delante de los frentes de onda de presión y mezclado con el agua (Silvestre 1998).

En los ensayos seleccionados, cuando existe flujo en lámina libre hay una variación pequeña de los calados propia del flujo y de la sensibilidad de los sensores, pero además se advierte la presencia de una variación importante de dichos calados en un lapso de tiempo determinado y unos segundos antes de llegar al primer sensor, incluso provocando la entrada en carga de forma puntual y que no son reproducidos por el modelo numérico. Según Silvestre (1998), esta variación se puede deber a que al

momento de abrir las compuertas se genera un evento hidroneumático, que es captado por los sensores.

Para los ensayos desde el extremo aguas abajo se seleccionó el 210417. Las condiciones iniciales para este caso son un caudal constante de $0.00439 \text{ m}^3/\text{s}$ y un calado aguas abajo de 0.118 m . Como condición de contorno en el extremo aguas arriba y aguas abajo se utiliza la carga de presión medida en los puntos en $x=0 \text{ m}$ y $x=12 \text{ m}$ respectivamente. Se emplea una celeridad de 1.135 m/s , reportada como medida. El colector se discretiza en celdas con un tamaño de 0.10 m .

En la Figura 4.31 se observa una comparación numérico-experimental entre los datos medidos en $x=4 \text{ m}$ y $x=8 \text{ m}$ desde el extremo aguas arriba y los datos calculados con el modelo numérico en los mismos puntos.

El modelo numérico predice de forma aceptable la velocidad del frente de onda y por lo tanto la entrada en carga, notándose una diferencia mínima de alrededor de 0.1 s . En el experimento existen una serie de oscilaciones de presión debido presumiblemente a la presencia de una gran cantidad de aire que el modelo es incapaz de reproducir (no se incorpora ninguna aproximación para considerar este fenómeno), ya que genera periodos de onda mayores, en cambio, predice valores medios aceptables de la carga de presión.

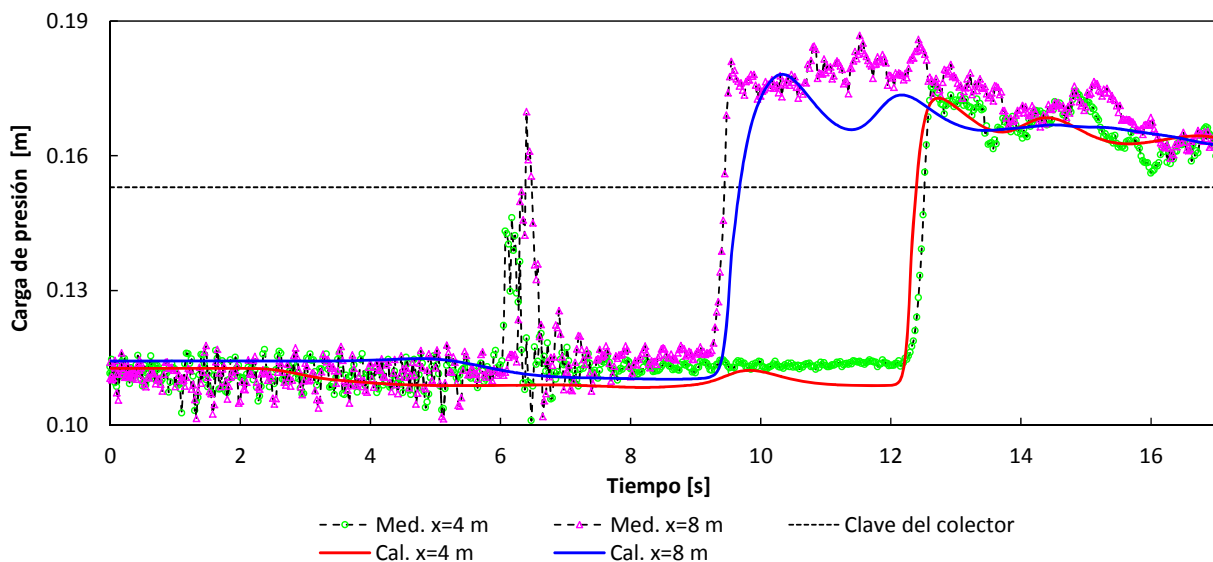


Figura 4.31 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga desde el extremo aguas abajo

Efecto de la celeridad y tamaño de celda

Para realizar un análisis más completo del comportamiento del esquema numérico de flujo mixto Aragón-Hernández et al. (2009) emplearon y modificaron ligeramente el experimento A1 de Trajkovic et al. (1999) para estudiar la transición de fondo seco-flujo en lámina libre-flujo en presión-flujo en lámina libre. Además, se analiza la influencia sobre los resultados del tamaño de celda y el valor de la celeridad de la onda en presión en este proceso. Para ello, y sin modificar la esencia del experimento, se supuso que el experimento inicia con fondo seco con la finalidad de evaluar la transición de fondo seco a flujo en lámina libre. Posteriormente, el ensayo continúa tal y como es debido. En el experimento original, en un instante determinado, se cierra la compuerta del extremo aguas abajo (cierre no instantáneo), generando un transitorio en forma de frente de onda positivo moviéndose hacia aguas arriba, con lo cual se produce una transición de flujo en lámina libre a flujo en presión. Después de 30 s del cierre, la compuerta es reabierta totalmente (en el experimento original fue reabierta parcialmente produciendo otro fenómeno transitorio), con lo cual se intenta evaluar la transición de flujo en presión a flujo en lámina libre.

Para evaluar la influencia de la celeridad de la onda de presión, el experimento descrito anteriormente se modeló con valores de 1, 3, 6, 9, 12, 15, 30, y 50 m/s, y se utiliza el tamaño de celda más pequeño, es decir, de 0.10 m. Los resultados obtenidos se muestran en Figura 4.32, como la diferencia de la carga de presión medida menos la calculada. De forma análoga, para conocer el efecto del tamaño de celda se emplearon volúmenes finitos de 0.10, 0.25, 0.50 y 1 m, en este caso se utilizó el valor de la celeridad de la onda de presión de 3 m/s; con este valor de la celeridad se obtuvieron diferencias de la carga de presión menores entre los resultados medidos y calculados en la sección P7 ($x=9.2$ m), siendo estos de 0.005 m. Los resultados obtenidos se pueden observar en la Figura 4.33, para el punto $x=5$ m.

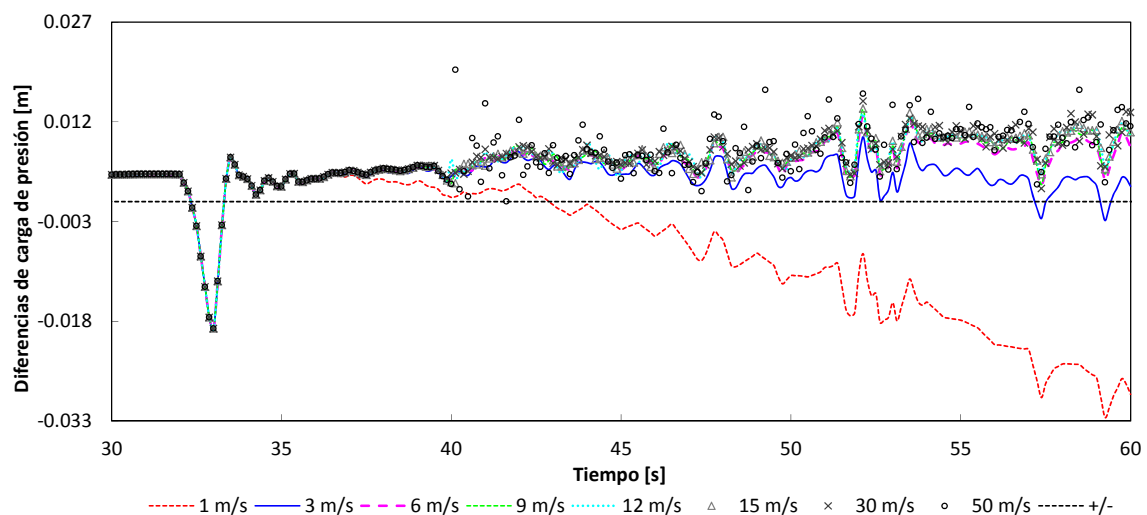


Figura 4.32 Diferencia de la carga de presión (medida-calculada) en la sección P7 ($x=9.2$ m)

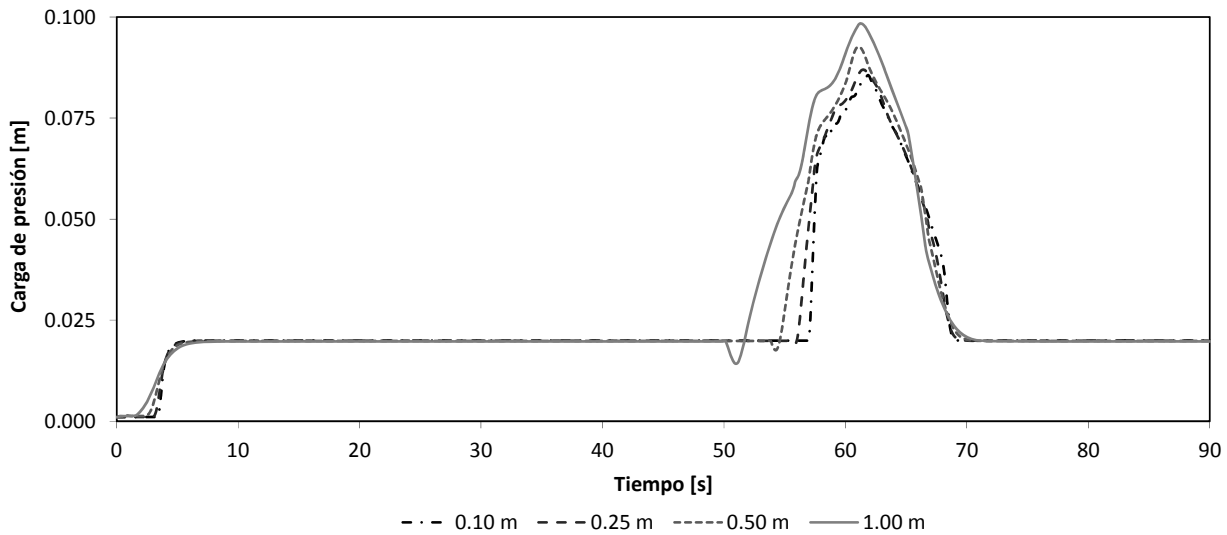


Figura 4.33 Efecto del tamaño de celda, en $x = 5$ m

Finalmente, con el valor de la celeridad de la onda de presión de 3 m/s, con la cual se obtienen las menores diferencias en la carga de presión y un tamaño de celda de 0.10 m, se realiza una comparación numérico experimental en la sección P7 (Figura 4.34). Adicionalmente, también se muestran los resultados calculados con SWMM 5.0 empleando un tamaño de celda de 0.25 m.

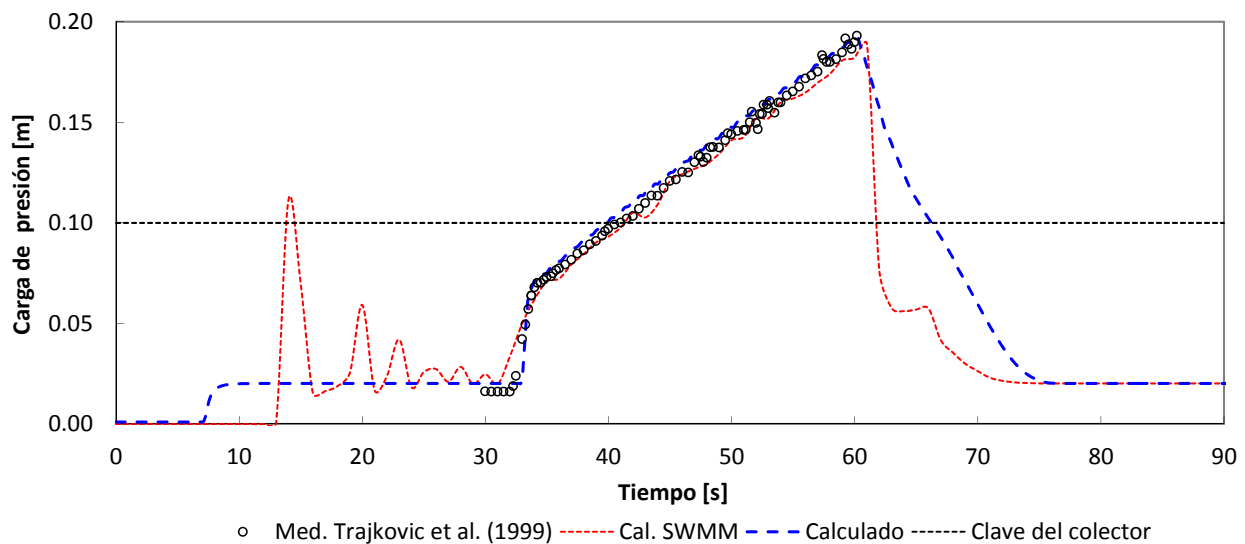


Figura 4.34 Comparación numérico-experimental en la sección P7 ($x = 9.2$ m)

SWMM (acrónimo del inglés, *Storm Water Management Model*) es un modelo para la modelación de procesos hidrológicos, hidráulicos y de calidad del agua en áreas urbanas. El proceso hidráulico de propagación del flujo en conductos se realiza a través del módulo EXTRAN (acrónimo del inglés, *EXtended TRANsport module*). Para ello se aplica la ecuación de continuidad en los nodos y la ecuación de cantidad de movimiento en los conductos; emplea una discretización en diferencias finitas y un

tratamiento particular para la entrada en carga. Para su solución emplea el método de Euler modificado en dos pasos (W. James y R. C. James 2000).

De este sencillo pero ilustrativo análisis, se desprenden algunos aspectos interesantes. En primer lugar, el método de flujo mixto empleado reproduce de forma adecuada las transiciones de flujo que se presentan en el experimento, fondo seco-flujo en lámina libre-flujo en presión-flujo en lámina libre. Los resultados indican que hay cierta sensibilidad tanto al valor de la celeridad de la onda de presión como al tamaño de la celda. Los valores de celeridad de la onda de presión, mayores a 3 m/s generan una carga hidráulica mayor y un incremento de la velocidad del frente de presión; para el valor de 1 m/s, presenta un comportamiento muy distinto. Con respecto al tamaño de celda, claramente se observa que a mayor tamaño, mayor carga de presión y mayor velocidad del frente de onda.

Un comentario adicional merece la comparación numérica de los resultados obtenidos con SWMM 5. Los resultados muestran que en la transición de fondo seco-flujo en lámina libre, el modelo presenta inestabilidades importantes. Se utilizó, un tamaño de celda de 0.25 debido a que con 0.10 se obtuvieron resultados erróneos; ello se debe a que el elemento de conducto es muy pequeño lo que limita el incremento de tiempo a valores menores a los permitidos por el propio programa. En cuanto a la transición de flujo en lámina libre-flujo en presión y flujo en presión-flujo en lámina libre, se observan algunas diferencias debido a que la velocidad del frente de onda es mayor.

4.4.4.2 Entrada en carga desde el extremo aguas arriba

La entrada en carga desde el extremo aguas arriba puede ser provocada por un incremento instantáneo de caudal debido a un evento de precipitación extraordinaria o por la apertura de una compuerta. A pesar de ello, en la literatura existe poca información al respecto. En este trabajo se modela la entrada en carga desde el extremo aguas arriba de un colector hipotético, cuyos resultados se comparan con los resultados obtenidos con modelos y esquemas numéricos distintos. Además, se emplean los ensayos de la entrada en carga desde el extremo aguas arriba reportados por Silvestre (1998), a pesar de la presencia de aire; ensayos ya descritos en el apartado anterior.

Colector hipotético

El colector hipotético propuesto por Noto y Tucciarelli (2001) tiene una sección transversal de forma circular, un diámetro de 0.5 m, una longitud de 200 m, una pendiente de 0.001 y un coeficiente de fricción de Manning de $0.033 \text{ s/m}^{1/3}$. El colector se discretiza en celdas con un tamaño de 1 m.

La condición inicial es de caudal y calado nulos. Como condición de contorno en el extremo aguas arriba se impone un hidrograma de forma triangular con un tiempo a la punta de 1,000 s y un tiempo base de 2,000 s (Figura 4.35 y Figura 4.36). Para aprovechar los resultados obtenidos por los autores, se modelará flujo en lámina libre, adicional al flujo mixto. En el primer caso, el caudal punta es de 0.049 m³/s (Figura 4.35) y en el segundo de 0.2 m³/s (Figura 4.36).

En la Figura 4.35 se puede ver el hidrograma de entrada y el hidrograma de salida para el caso de flujo en lámina libre obtenido por Noto y Tucciarelli (2001) con HydroWorks y el hidrograma de salida calculado en este trabajo. Los resultados de la entrada en carga desde el extremo aguas arriba se encuentran en la Figura 4.36, en la cual, igualmente que en la figura anterior, se encuentra el hidrograma de entrada, los hidrogramas de salida obtenidos por Noto y Tucciarelli (2001) con DORA e HydroWorks, y los hidrogramas de salida calculados en este trabajo con diferentes valores de la celeridad de la onda de presión. Además, en la Figura 4.37 se muestra la carga de presión en $x=100$ m para los diferentes valores de celeridad de la onda de presión empleados.

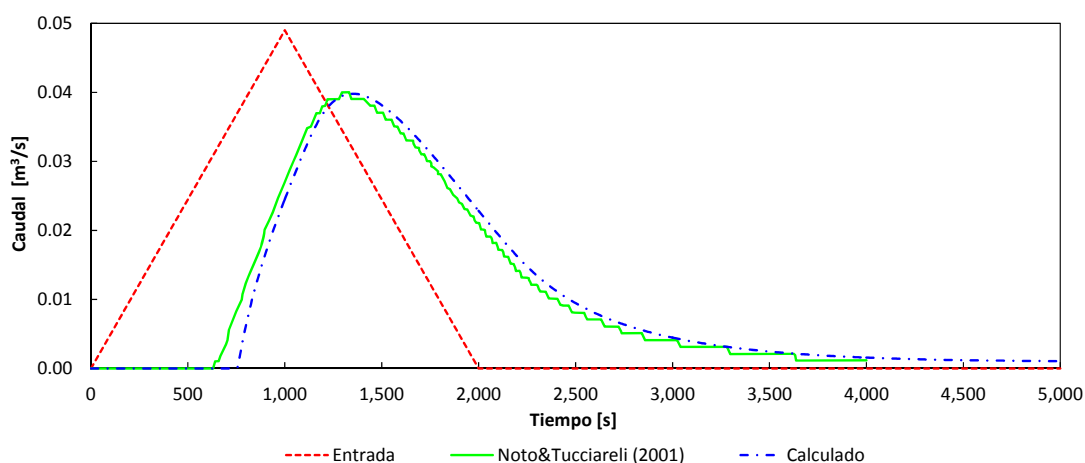


Figura 4.35 Hidrograma de entrada e hidrogramas de salida para el caso de flujo en lámina libre

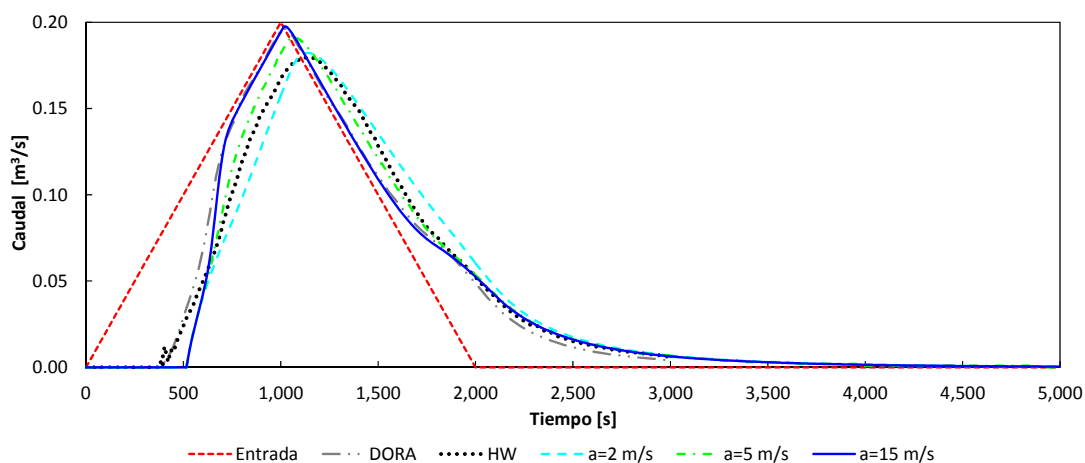


Figura 4.36 Hidrograma de entrada e hidrogramas de salida para el caso de flujo mixto

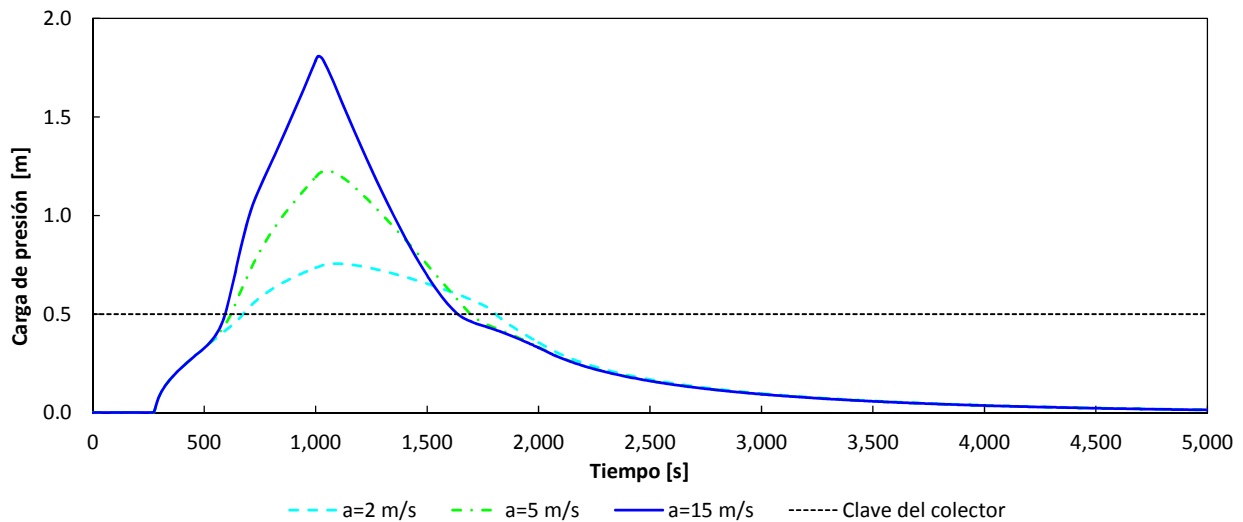


Figura 4.37 Carga de presión en $x=100$ m para diferentes valores de la celeridad de la onda de presión

DORA es un modelo numérico para el cálculo de flujo no permanente en redes de alcantarillado que no incluye los términos inerciales en la ecuación de cantidad de movimiento (Noto y Tucciarelli 2001).

De los resultados se observa que en el caso de flujo en lámina libre el caudal punta en los hidrogramas de salida son similares (Figura 4.35). En cambio, en el caso de flujo mixto, la celeridad de la onda de presión juega un papel fundamental, ya que, para valores más altos de celeridad se obtuvieron caudales punta y carga de presión mayores (Figura 4.36 y Figura 4.37). La carga de presión aumenta con un comportamiento exponencial a partir de que el calado es mayor a 0.8 veces el diámetro del colector. Además, el empleo de valores más altos de la celeridad, conlleva a una disminución del paso de tiempo e incremento del tiempo de cálculo, por ello, ciertas precauciones deben ser tomadas al respecto. En ambos casos existen diferencias en la llegada del hidrograma al extremo aguas abajo del colector, esto se puede deber a la discretización empleada, ya que los autores utilizaron un tamaño de celda bastante mayor al empleado en este trabajo, lo que repercute en pequeñas diferencias en las ramas ascendente y descendente del hidrograma.

En las dos figuras anteriores, se puede observar la importancia del valor de la celeridad de la onda de presión, tales valores de 2, 5 y 15 m/s corresponden a un ancho de la ranura de Preissmann de 0.482, .077 y 0.009 m; estos últimos valores equivalen a 0.963, 0.154 y 0.171 veces el diámetro del colector. Como se puede observar con valor de 2 m/s los resultados obtenidos son similares a los calculados con HydroWorks, mientras que con un valor de 15 m/s los resultados son muy parecidos a los obtenidos con DORA.

Ensayo de Silvestre (1998)

En este caso, el ensayo seleccionado es el 1604P6. Las condiciones iniciales son un caudal constante de $0.00439 \text{ m}^3/\text{s}$ y en el extremo aguas abajo un calado de 0.118 m . Igual que en el caso de la entrada en carga desde el extremo aguas abajo, como condiciones de contorno en el extremo aguas arriba y en el extremo aguas abajo se utilizan las cargas de presión medidas en $x=0 \text{ m}$ y $x=12 \text{ m}$ respectivamente. Se utiliza una celeridad de onda de presión medida de 3 m/s y el colector se discretiza en celdas con un tamaño de 0.10 m .

En la Figura 4.38 se presenta la comparación numérico-experimental. En esta figura se puede apreciar en que el frente de onda en $x=4 \text{ m}$ es capturado de forma precisa, en cambio, en $x=8 \text{ m}$ dicho frente llega con un adelanto de unas décimas de segundo; esto se puede deber a la existencia de aire atrapado delante del frente de onda de presión. El sensor en $x=4 \text{ m}$, reporta oscilaciones de presión suaves, mientras que en $x=8 \text{ m}$, estas oscilaciones son bastante bruscas. Silvestre (1998) indica que las oscilaciones en ambos sensores se pueden deber a la presencia de aire. En este sentido, los resultados numéricos a pesar de que el modelo numérico empleado no incluye la fase de aire, tiene tendencia a reproducir estas oscilaciones sobre todo en el sensor localizado en $x=4 \text{ m}$ y con menos precisión en $x=8 \text{ m}$. Los valores calculados de la carga de presión no son los mejores, si se realiza una comparación directa, ya que existe un desfase en el tiempo, y también, diferencias en los valores de la carga de presión sin un claro comportamiento, pero desde un punto de vista práctico, el valor medio de dichas cargas de presión es aceptable.

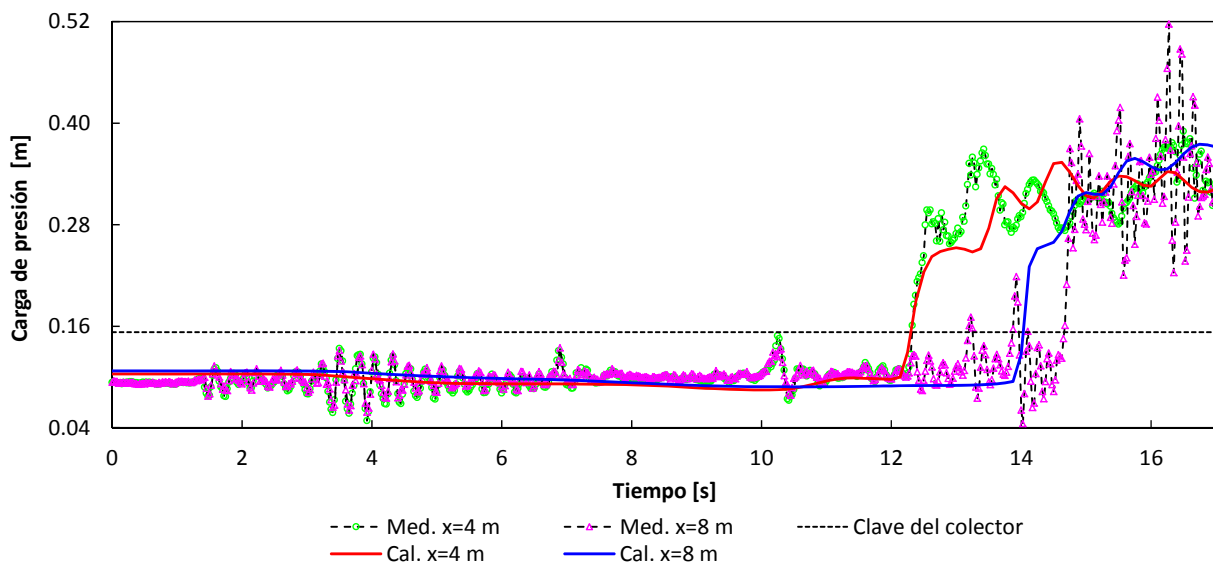


Figura 4.38 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga desde el extremo aguas arriba

4.4.4.3 Entrada en carga por ambos extremos simultáneamente

La entrada en carga por ambos extremos de forma simultánea es poco común en la literatura técnica, quizás porque en la realidad no es fácil que ocurra, pero no es imposible. Sencillamente se necesita una combinación de los eventos que provocan la entrada en carga desde el extremo aguas arriba y desde el extremo aguas abajo en el mismo conducto.

En este trabajo se intenta reproducir el ensayo 106405 correspondiente a la entrada en carga por ambos extremos simultáneamente realizado por Silvestre (1998). La condición inicial es un caudal de 0.00417 m³/s y un calado de 0.111 m; como condición de contorno en el extremo aguas arriba y en el extremo aguas abajo se utiliza la carga hidráulica medida en x=0 m y en x=12 m respectivamente. Para la modelación se utilizan celdas con un tamaño de 0.10 m y una celeridad medida de 32 m/s.

En la Figura 4.39 se observa la comparación numérico-experimental, con los datos medidos y los resultados obtenidos. En este caso, los valores de la velocidad del frente de onda de presión son similares ya que dicho frente llega a los sensores tanto en x= 4 m como en x= 8 m con un retardo menor a 0.2 s. En los resultados numéricos, el choque de los dos frentes de onda genera un incremento de la carga de presión importante, no real, y que puede ser debido al volumen de aire atrapado entre los dos frentes de onda de presión, fenómeno no considerado en el modelo numérico. Físicamente, el aire atrapado entre dos frentes de presión, tiene un efecto de amortiguamiento que frena ambos frentes y por tanto disminuye la celeridad de la onda de presión. A pesar de ello, el modelo es capaz de reproducir las oscilaciones de presión presentes, no sucediendo lo mismo con los valores de la carga de presión, ya que los máximos son sobrestimados y los mínimos subestimados

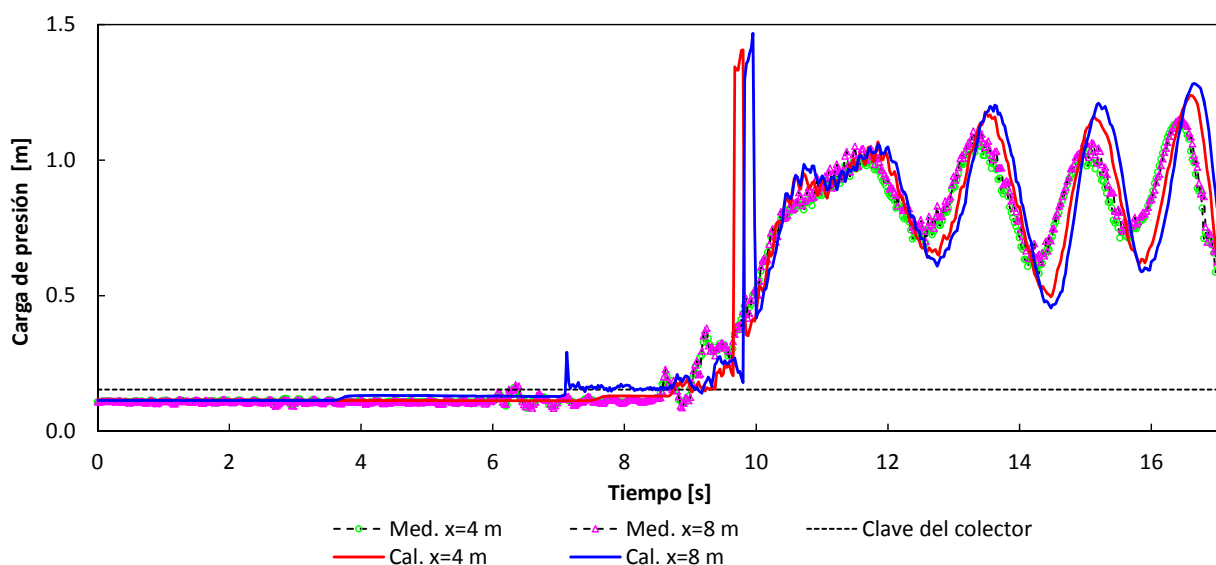


Figura 4.39 Comparación numérico-experimental de la entrada en carga por ambos extremos simultáneamente

5 AIRE ATRAPADO EN CONDUCTOS CERRADOS

En la gran mayoría de las veces, sobre todo en redes de alcantarillado, los conductos funcionan con flujo en lámina libre. En esta situación la capa de aire existente entre la superficie libre del agua y la pared de los conductos se encuentra a presión atmosférica por lo que no afecta la dinámica del flujo y no es necesario considerarla. En cambio, durante la transición de flujo en lámina libre a flujo en presión (flujo mixto) puede quedar aire atrapado, que es finalmente liberado a través de cualquier punto de ventilación como un pozo de registro. El aire atrapado es capaz de generar transitorios con picos de alta presión, especialmente cuando ocurre la liberación de aire y que pueden ser importantes para el comportamiento hidráulico del conducto y por lo tanto debe ser considerado en el análisis. Los transitorios de presión son una de las principales causas de daños a la infraestructura, entre ellos la expulsión de tapas de pozos de registro (Li y McCorquodale 1999).

El aire atrapado en los conductos tiene repercusiones importantes sobre la dinámica del flujo de agua, además no puede ser descrito de forma precisa sin tomar en cuenta la fase de aire. Una de las formas de coexistir de ambos fluidos es a través de una mezcla de agua/aire y otra formando dos capas (una de agua y una de aire) unidas por una interfase de contacto entre ambos fluidos. Los modelos matemáticos para describir flujos compuestos por dos fluidos, se pueden dividir en modelos homogéneos (un fluido), modelos de flujo disperso y modelos de dos fluidos (Bourdarias et al. 2009). La densidad y celeridad de la onda se pueden considerar constantes o variables.

En los modelos homogéneos o de una fase, las dos fases son tratadas como un solo fluido con propiedades promedio donde no se considera deslizamiento entre ambas fases; es aplicable cuando la mezcla de líquido-gas es homogénea y la fracción de vacíos es pequeña. Las ecuaciones de gobierno son las mismas que para un flujo en presión de una fase (Chaudhry et al. 1990; León et al. 2008; Wylie et al. 1993).

Los flujos en dos fases siempre involucran un movimiento relativo de una fase con respecto a la otra, por consiguiente un flujo de dos fases debe ser formulado en términos de dos campos de velocidades. Los modelos que consideran este aspecto son los modelos dispersos y los modelos de dos fluidos dependiendo del grado de acoplamiento entre las fases (Hibiki 2003).

En los modelos de dos fluidos cada fase es considerada individualmente interactuando una con la otra; estos modelos son formulados en términos de la conservación del balance de masa, momento y energía para cada fase. Sin embargo, la interacción entre las interfases, aparece en la ecuación de momento como términos de transferencia presentado grandes dificultades para formular las relaciones de cierre (Coquel et al. 1997).

Las dificultades asociadas con los modelos de dos fluidos pueden ser reducidas con los modelos dispersos, cuyo concepto radica en considerar el movimiento de los dos fluidos como una mezcla a través de la ecuación de momento con las ecuaciones constitutivas especificando el movimiento relativo entre fases. Estos modelos son apropiados cuando las dos fases están fuertemente acopladas (Hibiki 2003).

Los modelos de dos fluidos contienen una formulación matemática más rigurosa para aplicación a problemas de flujo en dos fases, pero presentan dificultades matemáticas y numéricas considerables, por lo que es necesario hacer algunas simplificaciones; dentro de estas simplificaciones se encuentran el modelo de dos capas de agua-aire, con aplicación a casos de aire atrapado en colectores. El modelo se deriva en términos del balance de masa y momento para cada fluido, sin considerar el movimiento relativo entre las fases, muy similar a las ecuaciones de Saint Venant en 1D; la fase de aire es considerada compresible, isentrópica, isotérmica y sigue la ley del gas ideal; los efectos gravitacionales sobre la capa de aire son despreciados. Para considerar los efectos del aire sobre el agua, las ecuaciones de momento se acoplan a través de los términos debidos a la presión del agua y del aire (Coquel et al. 1997).

En este trabajo se estudia la ocurrencia simultánea de dos fluidos en un colector, en este caso, agua y aire en forma de dos capas de manera separada. Estas situaciones pueden existir, por un lado, entre dos frentes de onda en presión generadas por la dinámica del flujo (bolsas de aire) y la geometría del colector (discontinuidades existentes en la clave), y por el otro, delante de un solo frente de onda en presión. En esta última situación, el aire atrapado puede tener repercusiones sobre la hidrodinámica del flujo, si éste es transportado distancias importantes con poca o nula ventilación. Para modelar numéricamente la presencia de aire, se utilizará un modelo clasificado dentro de los modelos de dos fluidos con grandes simplificaciones para problemas de flujo de dos fases, el cual considera la fase de aire de forma aislada y se acopla a las ecuaciones de flujo en lámina libre a través del término debido a la presión (Aragón-Hernández et al. 2011; Carlos et al. 2011; León, Ghidaoui, et al. 2010; Martin 1976; Vasconcelos y Wright 2009; Zhou et al. 2002).

5.1 Aire atrapado entre dos frentes de onda

Esta situación ocurre cuando por alguna razón (geometría irregular de la clave del colector o entrada en presión por ambos extremos del colector), en un tramo de un colector un cierto volumen de aire queda atrapado entre dos frentes de onda de presión (Figura 5.1). El movimiento del aire atrapado depende del movimiento de las interfases. El volumen y la carga de presión de la bolsa de aire cambia con la diferencia de las velocidades del flujo entre las dos interfases, así también la carga de presión del aire afectará como una reacción el movimiento de las interfases (Wang et al. 2003).

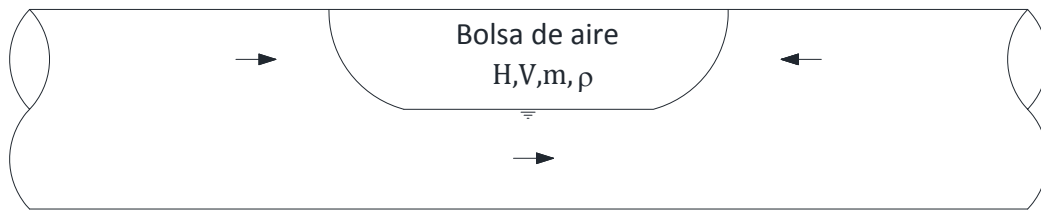


Figura 5.1 Aire atrapado entre dos frentes de onda de presión

En el desarrollo del modelo matemático para el estudio de transitorios de aire, se asume que se tiene un comportamiento isotérmico (Wylie et al. 1993), se desprecian los efectos gravitacionales, y la presión del aire puede ser determinada por medio de la ley del gas ideal a través de un proceso isentrópico (Martin 1976). Con estas hipótesis se tiene:

$$\frac{dH^*}{dt} = -k \frac{H^*}{V_a} \frac{dV_a}{dt} \quad (5.1)$$

Donde H^* es la carga de presión absoluta del aire, V_a el volumen de la bolsa de aire, k el coeficiente politrópico que determina el tipo de la evolución del aire durante el proceso de compresión y expansión; adopta el valor de 1 si el proceso es isotérmico de 1.4 si es adiabático (Carlos et al. 2011).

5.2 Aire atrapado delante de un frente de onda

Las oscilaciones de presión inducidas por el aire atrapado delante de un frente de onda y posterior salida a través de un punto de ventilación como un pozo de registro en el caso de redes de alcantarillado (Figura 5.2), pueden ser importante en el comportamiento de los conductos con ocurrencia de flujo mixto, ya que son identificadas como una de las principales causas de accidentes (Zhou et al. 2002).

Una descripción detallada de la fase de aire durante la ocurrencia de flujo mixto es una tarea compleja, por lo que una forma de considerar la fase de aire de una manera simplificada es a través de una ecuación de balance de masa que relaciona la descarga y carga de presión del aire.

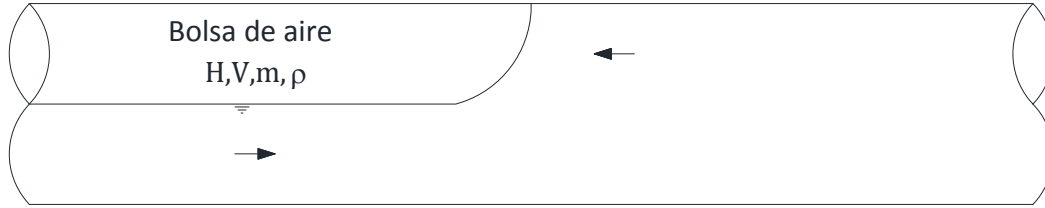


Figura 5.2 Aire atrapado delante de un frente de onda de presión

Para calcular las oscilaciones de presión en una bolsa de aire atrapado dentro de un conducto con liberación del mismo, la ecuación para la fase de aire es (Martin 1976; Zhou et al. 2002):

$$\frac{dH^*}{dt} = -k \frac{H^*}{V_a} \left(\frac{dV_a}{dt} - Q_a \right) \quad (5.2)$$

Donde Q_a es el caudal de aire liberado y puede ser expresado por:

$$Q_a = C_{da} A_0 Y \sqrt{2g \frac{\rho_w}{\rho_a} (H^* - H_0^*)} \quad \text{si } \frac{H^*}{H_0^*} \leq 1.89$$

$$Q_a = C_{da} A_0 \sqrt{g \frac{\rho_w}{\rho_a} H^*} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/k-1}} \quad \text{si } \frac{H^*}{H_0^*} > 1.89 \quad (5.3)$$

Donde H_0 es la carga de presión absoluta del aire inicial, la cual se considera igual a la presión atmosférica, C_{da} el coeficiente de descarga del aire, que puede ser obtenido experimentalmente o de tablas de la literatura técnica, ρ_w la densidad del agua, ρ_a la densidad del aire y Y el factor de expansión del flujo de aire que puede ser expresado como:

$$Y = \left[\frac{n}{n-1} \left(\frac{H_0^*}{H^*} \right)^{2/n} \frac{1 - (H_0^*/H^*)^{(n-1)/n}}{1 - H_0^*/H^*} \right]^{1/2} \quad (5.4)$$

Donde n es el coeficiente isentrópico para flujo compresible a través de un orificio y adopta el valor de 1.4 para aire seco (Carlos et al. 2011).

En ambos casos la carga de presión del aire H_a se obtiene como:

$$H_a = H^* - H_{atm} \quad (5.5)$$

Y el volumen de la bolsa de aire se puede obtener según Wang et al. (2003) y León, Ghidaoui, et al. (2010) respectivamente como:

$$V_a = V_0 + \int_0^t A_a (w_u - w_d) dt \quad (5.6)$$

$$\frac{dV_a}{dt} = Q_{i+1/2} - Q_{i-1/2} \quad (5.7)$$

Donde V_0 es el volumen del aire atrapado inicial, A_a el área de la sección de conducto con aire atrapado, w_d la velocidad de la interfase aguas abajo de la bolsa de aire y w_u velocidad de la interfase aguas arriba de la bolsa de aire. Pruebas realizadas por León et al. 2010 con la ecuación (5.6) produjeron inestabilidades y eventualmente la interrupción el cálculo.

El volumen de aire en un nuevo paso de tiempo se actualiza como:

$$V_a^{n+1} = V_a^n + dt \left(\frac{dV_a}{dt} \right) \quad (5.8)$$

Por lo que, la densidad del aire es calculada utilizando este nuevo volumen de aire.

El valor resultante de la carga de presión del aire H_a , representa el acoplamiento entre la fase de aire y el flujo de agua, y permite modelar el efecto de la presión del aire sobre la hidrodinámica del flujo de agua. Así, el término debido a la presión se afecta con:

$$gA_{\max} H_a \quad (5.9)$$

La solución se obtiene incorporando la fuerza de presión causada por la fase de aire (5.9) en la ecuación de momento. Así, el término debido a las fuerzas de presión del aire en la ecuación de momento de las ecuaciones de Saint Venant en 1D (2.12), resulta en:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 + gA_{\max} H_a \right) = gI_2 + gA(S_o - S_f) \quad (5.10)$$

Cuando se modela un fluido en una sola fase, es común utilizar un valor constante para la celeridad dando buenos resultados, pero en el caso de flujo en dos fases (choque de dos frentes de onda con aire atrapado entre ellas), la presión del aire afecta la celeridad de la onda de presión de los frentes, provocando una disminución de la misma por lo que existe toda una gama de valores de celeridades (Bourdarias y Gerbi 2007; Gómez y Achiaga 2001). Así, el término principal en la ecuación de conservación de momento es dependiente de la presión y por consiguiente, el análisis de transitorios en flujos de dos fases es más complejo. Con la inclusión de una celeridad variable se podría conseguir un mejor comportamiento del modelo.

La propagación de la velocidad de la onda de presión en un conducto que contiene un líquido como el agua puede ser reducida fuertemente, si existen burbujas de gas como el aire dispersas por todo el líquido. Claramente, el módulo de elasticidad volumétrico y densidad del fluido se ven influenciados, por lo que la velocidad de la onda de presión puede ser obtenida utilizando un módulo de elasticidad y densidad efectivos, como el promedio pesado de volumen de la densidad y módulo de elasticidad volumétrico de cada componente. De esta forma, se asume que el conducto contiene agua con burbujas de aire uniformemente distribuidas (Wylie et al. 1993).

Considerando una sección del conducto como volumen de control, el volumen total del fluido puede ser expresado como la suma del volumen del agua V_w y el volumen del aire V_a como:

$$\Delta V = \Delta V_w + \Delta V_a \quad (5.11)$$

El módulo de elasticidad volumétrico del fluido K , se puede definir en función del módulo de elasticidad volumétrico individual del agua K_w y del aire K_a , tal que:

$$K_w = \frac{\Delta P}{\Delta V_w / V_w} \quad (5.12)$$

$$K_a = - \frac{\Delta P}{\Delta V_a / V_a} \quad (5.13)$$

Combinando estas expresiones, resulta:

$$K = \sqrt{\frac{K_w}{1 + (V_a / V_t) [K_w / (K_a - 1)]}} \quad (5.14)$$

Expresando la densidad mixta en términos de las densidades del agua ρ_w y del airea ρ_a , se obtiene:

$$\rho = \rho_a \frac{V_a}{V_t} + \rho_w \frac{V_w}{V_t} \quad (5.15)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.14) y (5.15) en cualquiera de las ecuaciones (2.26), (2.27) o (2.28), se puede obtener la velocidad de la onda de presión considerando una pequeña cantidad de gas presente, en función de la elasticidad de la pared de la tubería y compresibilidad del fluido.

5.3 Evaluación y aplicación

El aire atrapado en conductos cerrados, no es un objetivo principal de este trabajo, pero se decidió incorporarlo debido a la repercusión que puede tener sobre la hidrodinámica del flujo para algunos casos particulares. Además, las formulaciones descritas anteriormente son sencillas de implementar. Debido a lo anterior, se ha obviado la validación de este modelo numérico y simplemente se realiza una aplicación, para dejar constancia de la importancia que puede llegar a tener.

5.3.1 Ensayo de Silvestre (1998)

En los ensayos de Silvestre (1998) se reportó la presencia de una gran cantidad de aire tanto delante del frente de onda como mezclado. Por este motivo, para conocer el comportamiento y el efecto de la bolsa de aire sobre la dinámica del flujo, se emplea el modelo numérico de flujo mixto junto con el modelo numérico desarrollado en este capítulo para simular bolsas de aire atrapado, en este caso delante de un frente de onda de presión. Para ello, se utiliza el ensayo 210417, clasificado como tipo I, que corresponde a la entrada en carga desde el extremo aguas abajo. En el capítulo anterior, dicho ensayo también se empleó para validar el modelo numérico de flujo mixto, pero sin considerar el aire atrapado.

Las condiciones iniciales y de contorno del agua se especificaron en el capítulo anterior. Con respecto a la bolsa de aire, se considera que en el instante en que se forma el frente de onda de presión, está bajo las condiciones de la presión atmosférica (presión manométrica igual a cero), la densidad del aire a presión atmosférica es de 1.25 kg/m^3 . Para evaluar la salida del flujo de aire en el extremo aguas arriba del colector se emplea un coeficiente de descarga del aire de 0.65. La modelación de la bolsa de aire se

realizó bajo un proceso adiabático, por lo que el coeficiente politrópico adopta un valor de 1.4. Se usa un valor del coeficiente isentrópico de 1.4.

En la Figura 5.3 se muestra una comparación numérico-experimental de la carga de presión medida en los puntos $x=4$ m y $x=8$ m, y los resultados numéricos obtenidos con el modelo numérico de flujo mixto (sin considerar la fase de aire) y con el modelo numérico de flujo mixto junto con el modelo numérico de una bolsa de aire delante del frente de onda de presión. En esta figura se observa que la fase de aire tiene un pequeño efecto en la carga de presión en $x=8$ m, manifestándose como un incremento de la misma; en el punto $x=4$ m, este efecto es mayor; además, en este último punto se puede observar que la velocidad del frente de onda de presión es ligeramente menor.

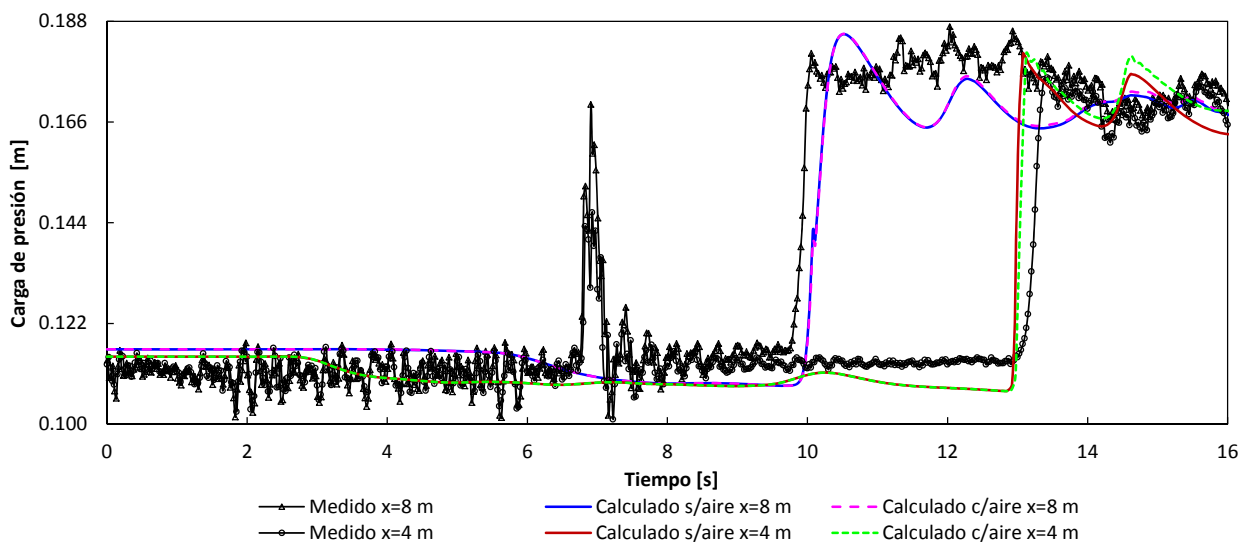


Figura 5.3 Comparación numérico-experimental de la carga de presión en $x=4$ m y $x=8$ m

En la Figura 5.4 se muestra el avance del frente de onda de presión para tres instantes de tiempo diferentes (9.39 s, 12.13 s y 15.33 s). Comparando los dos resultados numéricos, se observa, que a medida que avanza el frente de onda de presión, va disminuyendo su velocidad, esto es debido a la resistencia que ofrece la bolsa de aire localizada delante del mismo. Así, en el primer instante de tiempo, ambos frentes de onda son similares, para el segundo instante de tiempo existe una diferencia en el avance de alrededor de 0.05 m y para el último instante de tiempo de alrededor de 0.25 m.

Como se observa en la Figura 5.3 y Figura 5.4 el aire puede jugar un papel importante, sobre todo para colectores con grandes distancias donde exista poca o nula ventilación, aún más, si la velocidad del frente de onda es importante. Debido a ello, en la Figura 5.5, Figura 5.6 y Figura 5.7 se muestra la evolución temporal de las variables involucradas en el cálculo de la fase de aire (volumen, densidad, masa y carga de presión de la bolsa de aire, así como el caudal de aire que sale por el extremo aguas

arriba del colector). El valor de las variables cambia a partir del instante en que el colector entra en carga (el aire se encuentra en presión atmosférica), hasta el instante en que el volumen de aire es prácticamente nulo debido a que el frente de onda de presión está alcanzando el extremo aguas arriba del colector. En estas figuras podemos destacar que la carga de presión del aire se va incrementando sobre todo en función de la disminución del volumen de aire y aumento de la densidad del aire.

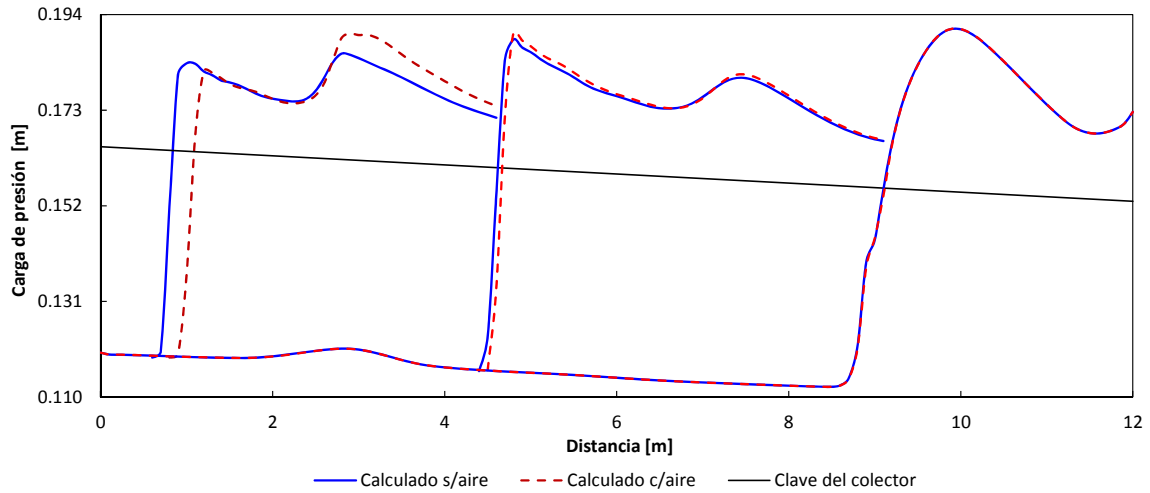


Figura 5.4 Comparación numérica del avance del frente de onda de presión para los instantes de tiempo 9.39 s, 12.13 s y 15.33 s

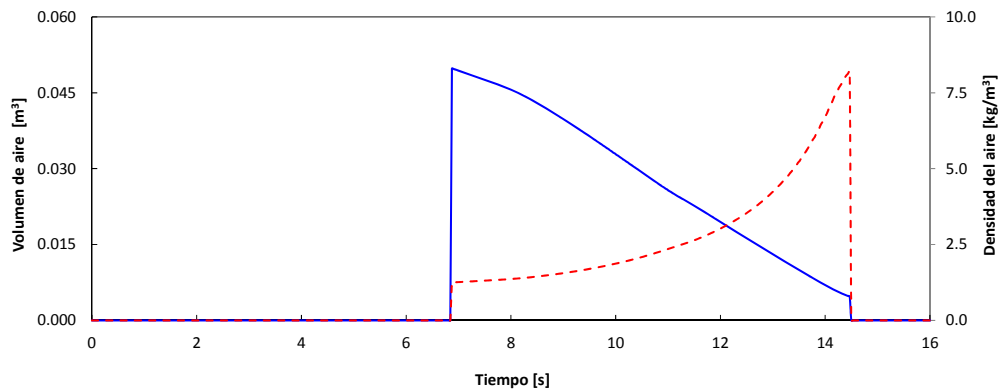


Figura 5.5 Evolución temporal del volumen de aire (eje principal) y densidad del aire (eje secundario)

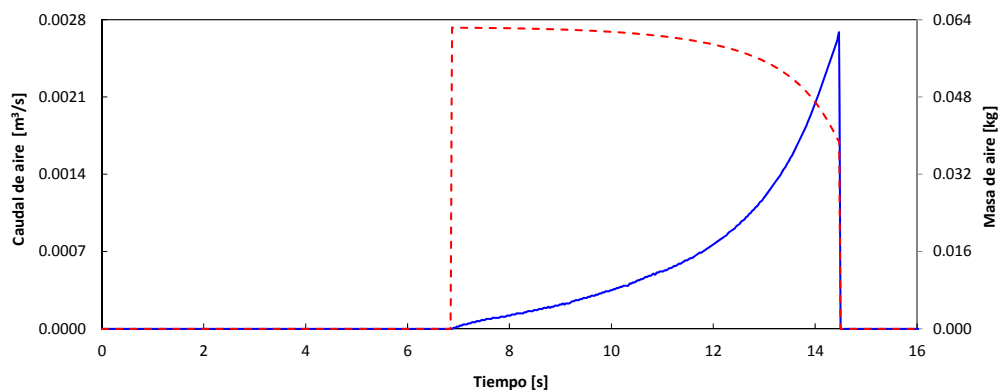


Figura 5.6 Evolución temporal del caudal del aire (eje principal) y masa del aire (eje secundario)

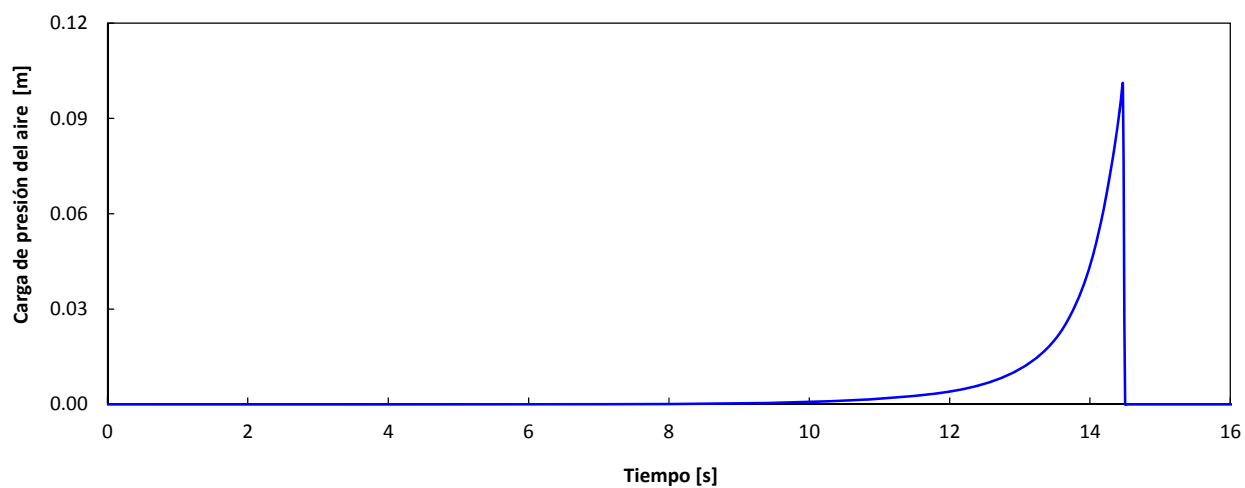


Figura 5.7 Evolución temporal de la carga de presión del aire

6 UNIÓN DE CONDUCTOS

Los tramos de ríos, las calles en una zona urbana, los canales en una red de riego o los colectores en una red de alcantarillado son acoplados por una unión. La unión es un componente importante por permitir la conexión de sus elementos y por los fenómenos hidráulicos que ocurren en la misma. Particularizando a una red de alcantarillado, un pozo de registro al inicio de un colector, se puede entender como una unión con un único colector de salida; este tipo de unión por lo general recibe un volumen de agua del escurrimiento superficial. Las uniones más comunes son aquellas formadas por dos, tres o cuatro conductos, pero también existen uniones con cinco o más conductos, aunque solamente en situaciones especiales. La unión de colectores presenta una problemática específica, ya que en una unión pueden concurrir colectores con alineaciones verticales y horizontales muy diferentes, producirse cambios de sección y pendiente, así como notables variaciones de caudal entre colectores de entrada y salida (Dolz y Gómez 1994).

Las singularidades geométricas del colector y de las uniones, pueden provocar que en los colectores se presenten múltiples combinaciones de los diferentes tipos de flujo. Los tipos de flujo en los colectores de entrada y salida de la unión, se pueden agrupar en cuatro (Dolz y Gómez 1994; Yen 1986).

Los tipos de flujo posibles en un colector de entrada a la unión son (Figura 6.1a):

- A) Vertido libre. Puede existir para condiciones de flujo en régimen subcrítico y régimen supercrítico. Ambos casos se presentan sin influencia del nivel de agua en la unión, es decir el nivel del agua en la unión es menor al calado crítico.
- B) Flujo en régimen subcrítico. El conducto con flujo en régimen lento llega a la unión que presenta un nivel de agua superior al calado crítico.
- C) Resalto hidráulico. Conducto con flujo en régimen supercrítico que alcanza la unión cuando ésta presenta un nivel de agua superior al calado crítico.
- D) En presión. Cuando el nivel de agua en la unión es mayor que el nivel de la clave del colector

Los cuatro tipos de flujo posibles en un colector de salida de la unión son (Figura 6.1b):

- A) Flujo en régimen subcrítico. Conducto con pendiente suave.

- B) Flujo en régimen supercrítico. Conducto con pendiente fuerte.
- C) Flujo en presión.
- D) Flujo en presión con aire atrapado.

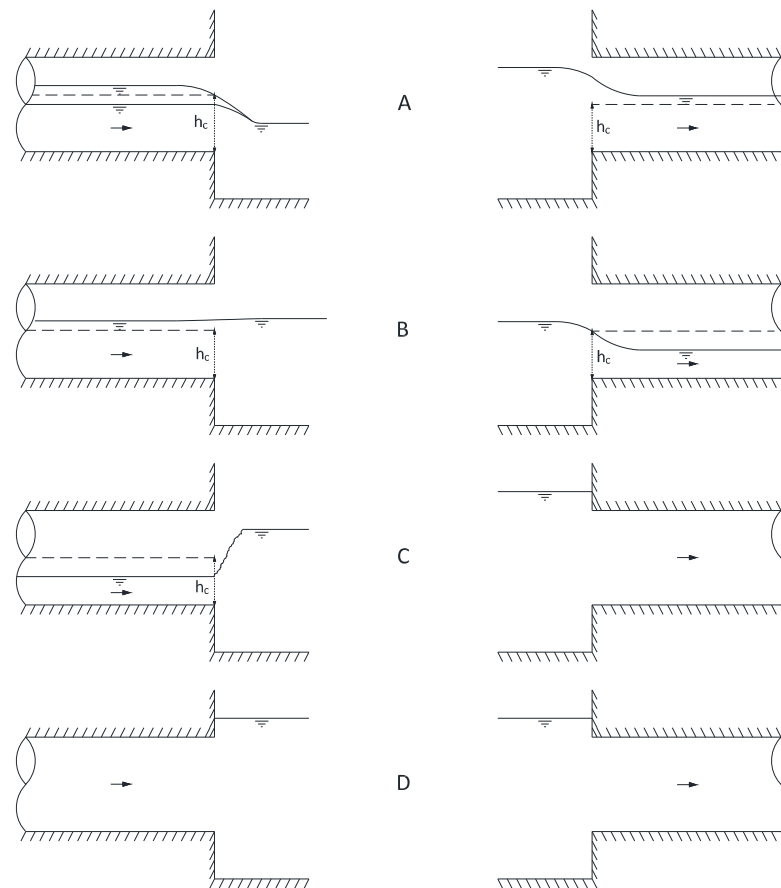


Figura 6.1 Tipos de flujo: a) a la de entrada a la unión y b) a la salida de la unión

Desde el punto de vista hidráulico, en una unión se puede producir almacenamiento temporal, disipación de energía cinética del flujo o imponer efectos de reflujo en los colectores de entrada a la unión, modificando de manera significativa su capacidad de desagüe (Dolz y Gómez 1994; Gómez 1988; Sevuk et al. 1973). Por otra parte, en la unión ocurren fenómenos hidráulicos complejos como transferencia de cantidad de movimiento, niveles de turbulencia elevados, mezclas y separaciones, etc., por lo que un conocimiento exacto es difícil de alcanzar ya que el tipo de flujo que se produce en una unión es claramente tridimensional (Dolz y Gómez 1994; Gómez 1988; Yen 2004). Sin embargo, una representación lo más ajustada a la realidad de la unión es importante en la simulación en redes de alcantarillado.

De forma general, en una red de conductos se emplean las ecuaciones de flujo en lámina libre o flujo en presión en 1D para calcular el flujo en los conductos, más unas condiciones de contorno internas, para

representar el efecto de la unión, donde la aplicabilidad de estas ecuaciones no es posible. El tipo de flujo en la unión puede ser flujo en lámina libre o flujo en presión y puede ser aproximado con la ecuación de continuidad y la ecuación de cantidad de movimiento o la ecuación de la energía, considerando flujo permanente en 1D o empleando directamente las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.

Comúnmente, la unión de conductos se ha modelado empleando la ecuación de continuidad, la ecuación de la energía y la ecuación de cantidad de movimiento, considerando flujo en régimen permanente en 1D, más recientemente, se comienza a utilizar las ecuaciones de flujo en lámina libre en 2D, y con fines de investigación usando las ecuaciones de flujo en lámina libre en 3D. El empleo de la ecuación de cantidad de movimiento, no es sencillo, debido a la dificultad para evaluar las fuerzas actuantes. Por ello, se han desarrollado formulaciones teórico-experimentales aplicando la ecuación de cantidad de movimiento para la unión, principalmente para el caso de tres canales de forma rectangular de igual ancho y suponiendo igual calado aguas arriba de la propia unión, y en su gran mayoría para flujo en régimen lento (Best y Reid 1984; Gurram et al. 1997; C. C. Hsu et al. 1998; Ramamurthy et al. 1988) y en menor medida para flujo en régimen rápido (Giuseppe y Hager 2001; Hager 1989a), flujo en régimen transcrito (Hager 1989b) y flujo en presión (C. H. Zhao et al. 2006). Recientemente, ha sido desarrollada una formulación más general (Shabayek et al. 2002), pero solamente para canales de forma rectangular y flujo en régimen lento.

Debido a la dificultad de tener una formulación general empleando la ecuación de momento, la mayoría de modelos tanto comerciales como académicos (Capart et al. 1999; Djordjevic et al. 2005; García-Navarro et al. 1994; León et al. 2009; León, X. Liu, et al. 2010; Noto y Tucciarelli 2001; Sanders y Bradford 2011; Sevuk et al. 1973), de forma general utilizan la ecuación de energía. El empleo de la ecuación de energía, conlleva la solución de un sistema de ecuaciones no lineales, que al ser resuelto permite obtener el valor de las variables hidráulicas en los contornos de los colectores que entran o salen de la unión. La representación de la unión de esta manera, permite el empleo de alguna simplificación al no considerar algún término de las ecuaciones de continuidad y/o de la ecuación de la energía. Para no solucionar el sistema de ecuaciones en cada unión y en cada paso de tiempo, se emplea otra opción más simple, que consiste en suponer que la elevación de la superficie libre del agua es la misma en los conductos de entrada, unión y los conductos de salida (García-Navarro y Savirón 1992).

Una forma más realista de modelar la unión de colectores es empleando las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. En este sentido, Sanders *et al.* (2001) utilizaron un modelo en 2D en las uniones. De esta forma, cada unión se discretiza en 2 celdas de cálculo y los flujos son calculados con las ecuaciones

de aguas poco profundas en 2D. Una vez que los flujos en 2D son identificados y calculados perpendicularmente a cada celda de canal, los correspondientes flujos en 1D son calculados basados en la orientación de la cara de cada celda. Por otro lado, Bladé et al., (2012) desarrollaron un esquema numérico en volúmenes finitos totalmente integrado resolviendo las ecuaciones de Saint Venant en 1D y las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D en un único modelo, para realizar conexiones laterales y en dirección del flujo con aplicación en ríos. La conexión entre los dominios en 1D y en 2D se basa en los flujos numéricos del esquema, lo que asegura conservación de masa y cantidad de movimiento.

Para calcular las condiciones de flujo en la unión de conductos, en este trabajo se utiliza según el caso la ecuación de continuidad, la ecuación de la energía, la ecuación de condición crítica y la ecuación de la curva característica correspondiente, denominada formulación en 1D, adicionalmente se emplea una formulación en 2D basada completamente en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.

6.1 Formulación en 1D

La formulación en 1D permite una descripción simplificada pero lo suficientemente aproximada del flujo en la unión. Ello implica suponer que el flujo es acoplado (sin discontinuidades de la superficie libre del agua entre la unión y los conductos) y sobre todo involucra las siguientes ecuaciones: la ecuación de continuidad en la unión, la ecuación de la energía entre la unión y los conductos de entrada y salida de la misma, la ecuación de la curva característica correspondiente y la condición de flujo crítica. A continuación se describe el procedimiento general empleado y posteriormente se analizan algunas simplificaciones posibles.

Una unión k formada por n conductos (p conductos de entrada y q conductos de salida; $n=p+q$) tiene $2n+1$ variables hidráulicas desconocidas, generalmente el área A y el caudal Q en la frontera de cada conducto y la carga piezométrica en la unión H (Figura 6.2). Dado que se tienen $2n+1$ incógnitas, son necesarias $2n+1$ ecuaciones para tener un sistema de ecuaciones compatible determinado. De esta forma, dos ecuaciones son requeridas por cada conducto, obteniendo con ello $2n$ ecuaciones y una ecuación adicional en la unión. Las ecuaciones necesarias se presentan a continuación.

La primera ecuación corresponde a la ecuación de la curva característica, en función del régimen del flujo en los conductos (lento o rápido) y si el conducto entra o sale de la unión. Así, para los conductos que entran a la unión, se emplea la ecuación de la curva característica positiva (3.113) y para los conductos de salida, la ecuación de la curva característica negativa (3.114). Particularizando en una unión de conductos tenemos:

$$v_{i,n}^{t+1} - v_{i,A}^t + \left(\frac{g}{c_{i,A}^t} \right) (h_{i,n}^{t+1} - h_{i,A}^t) - g(S_{0i,A} - S_{fi,A}^t) \Delta t = 0 \quad (6.1)$$

$$v_{i,1}^{t+1} - v_{i,B}^t - \left(\frac{g}{c_{i,B}^t} \right) (h_{i,1}^{t+1} - h_{i,B}^t) - g(S_{0i,A} - S_{fi,B}^t) \Delta t = 0 \quad (6.2)$$

Donde $v_{i,1/n}^{t+1}$ y $h_{i,1/n}^{t+1}$ son la velocidad y el calado en la frontera del conducto i , en el instante de tiempo $t+1$, $v_{i,A/B}^t$, $c_{i,A/B}^t$, $h_{i,A/B}^t$, y $S_{fi,A/B}^t$ son la velocidad, la celeridad, el calado, y la pendiente motriz en la frontera del conducto i , en el punto de cruce de la curva característica correspondiente, en el instante de tiempo t y $S_{0i,A/B}$ es la pendiente del fondo en la frontera del conducto i , en el punto de cruce de la curva característica correspondiente. El valor de estas variables se determina utilizando las ecuaciones (3.117) a (3.125) descritas en el capítulo 3. El subíndice 1 o n indica la celda o volumen finito inicial o final de un conducto de salida o de entrada a la unión respectivamente.

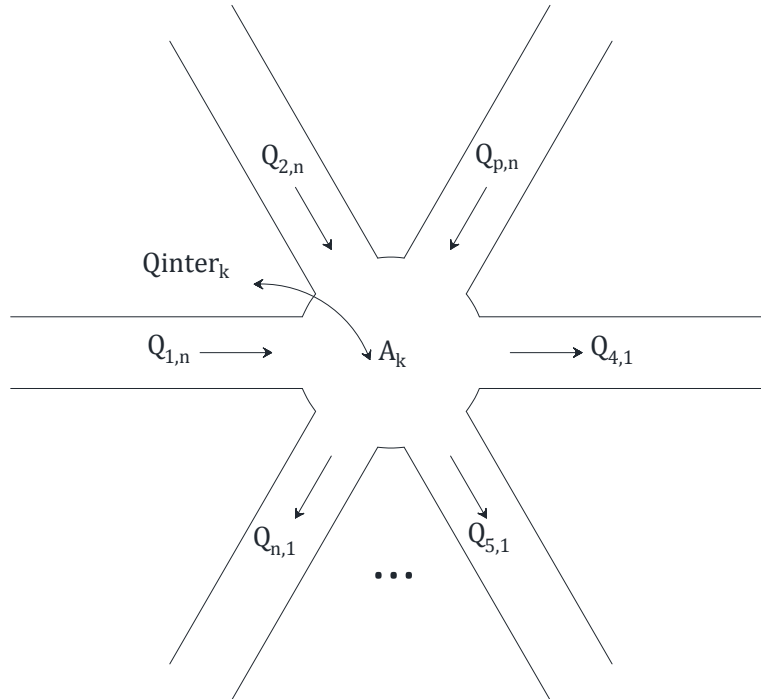


Figura 6.2 Esquema de la unión k con p conductos de entrada y q conductos de salida.

En el caso de los conductos de salida que tienen flujo en régimen supercrítico, la ecuación de la curva característica negativa (6.2) no puede ser usada porque la curva característica no cruza la frontera, por lo tanto se utiliza la ecuación de condición de flujo crítico (6.3) en la frontera del conducto, dado que se supone que en la unión existe flujo en régimen subcrítico.

$$Q_{i,1}^{t+1} - \sqrt{g \frac{A_{i,1}^{3t+1}}{B_{i,1}^{t+1}}} = 0 \quad (6.3)$$

Donde $A_{i,1}^{t+1}$, $B_{i,1}^{t+1}$ y $Q_{i,1}^{t+1}$ son el área, el ancho de la superficie libre del agua y el caudal en el volumen finito 1 del colector i , en el instante de tiempo $t+1$, y g es la aceleración de la fuerza de gravedad.

La segunda ecuación es la ecuación de la energía (6.4). Basándose en el esquema de la Figura 6.3, ésta se aplica entre la unión y cada conducto que entra o sale de la unión.

$$z_{i,1/n} + h_{i,1/n}^{t+1} + (1 \mp k_{i,1/n}) \frac{v_{i,1/n}^{t+1} |v_{i,1/n}^{t+1}|}{2g} - H_k^{t+1} = 0 \quad (6.4)$$

Donde $z_{i,1/n}$ y $k_{i,1/n}$ son la cota y el coeficiente de pérdidas de carga en la frontera del colector i respectivamente, $h_{i,1/n}^{t+1}$ y $v_{i,1/n}^{t+1}$ el calado y la velocidad en la frontera del conducto i respectivamente, en el instante de tiempo $t+1$, H_k^{t+1} es la carga piezométrica en la unión k en el instante de tiempo $t+1$. El signo negativo (−) se usa para los conductos de entrada y el positivo (+) para los de salida.

En el caso de los conductos de entrada con flujo en régimen supercrítico, ninguna de las curvas características cruza la frontera, por lo que no debería ser utilizada ninguna de ellas; ello implica que el flujo es no acoplado. Sin embargo, utilizar la ecuación de la curva característica negativa (6.2), en primer lugar ello no aporta ningún obstáculo a la solución del sistema de ecuaciones y en segundo, los valores de las variables hidráulicas que se obtienen son similares a los valores del instante de tiempo anterior de la sección o volumen finito $n-1$.

Las dos ecuaciones por cada conducto, descritas hasta el momento proporcionan $2n$ ecuaciones. La ecuación $2n+1$ y última, se obtiene del balance de masa en la unión (6.5), según los esquemas de la Figura 6.2 y Figura 6.3.

$$Q_{int_k}^{t+1} + \sum_{i=1}^p Q_{i,n}^{t+1} - \sum_{i=p}^q Q_{i,1}^{t+1} - A_k \frac{(H_k^t - H_k^{t+1})}{\Delta t} = 0 \quad (6.5)$$

Donde, $Q_{i,1/n}^{t+1}$ es el caudal en la frontera del colector i o caudales de salida o entrada a la unión, $Q_{int_k}^{t+1}$ caudal de intercambio (se puede incluir caudal de aportación por un hidrograma, caudal de extracción

por bombeo, caudal de intercambio a través de la tapa del pozo de registro) en la unión k , en el instante de tiempo $t+1$, A_k el área horizontal de la unión k , $H_k^{t/t+1}$ la carga piezométrica en la unión k en el instante de tiempo t y $t+1$ respectivamente, Δt el incremento de tiempo y g la aceleración de la fuerza de gravedad.

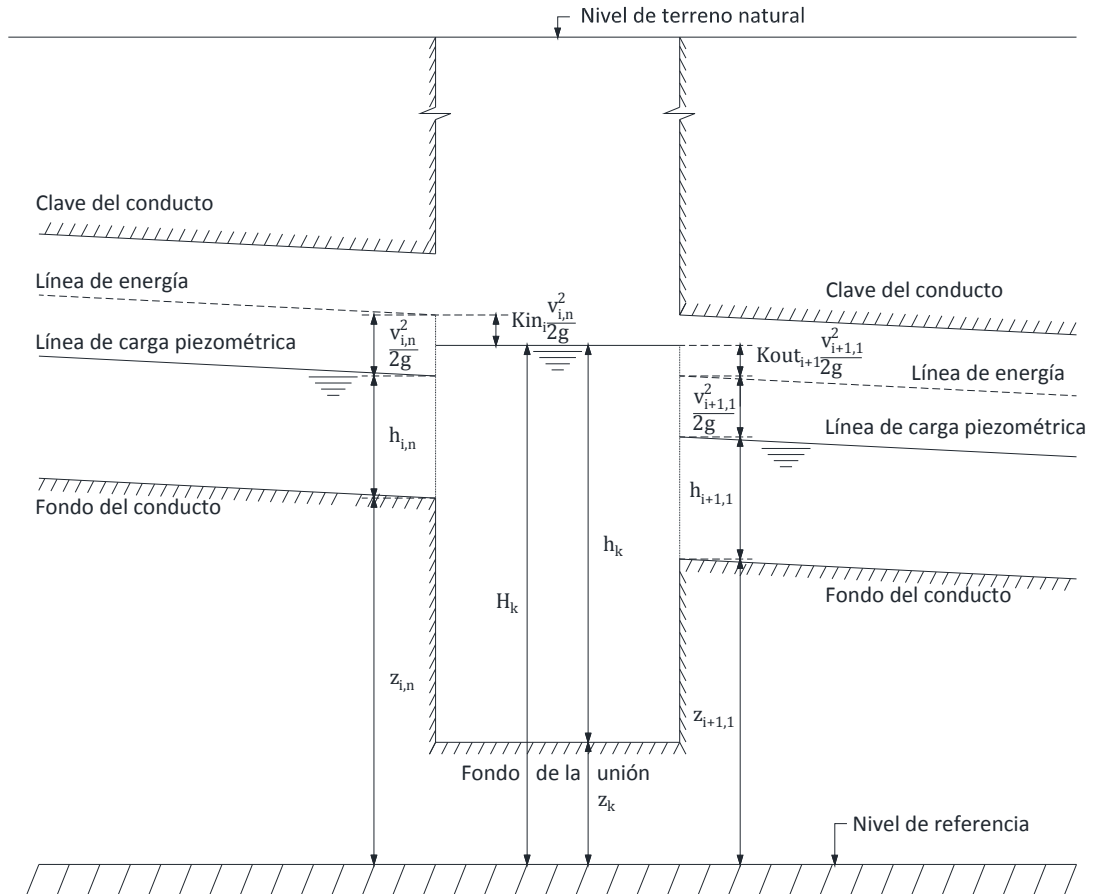


Figura 6.3 Esquema de la unión k para el planteamiento de ecuaciones

El procedimiento descrito anteriormente, resulta en un sistema de $2n+1$ ecuaciones no lineales con $2n+1$ incógnitas. Para la resolución de este sistema se requiere utilizar un método numérico iterativo. En este trabajo se utiliza el método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales descrito en el apartado 3.4, el cual, se puede emplear para p conductos de entrada y q conductos de salida en cualquier régimen de flujo.

6.1.1 Unión con y sin almacenamiento

En la unión de dos o más conductos se pueden presentar dos opciones dependiendo del tamaño relativo de la unión. Una unión con almacenamiento, o tipo embalse, es aquella en que la unión tiene una capacidad de almacenamiento relativamente grande y se comporta como un embalse con superficie del

agua prácticamente horizontal, la cual puede cambiar con el tiempo. En este caso, el procedimiento descrito anteriormente es totalmente válido. Una unión sin almacenamiento o puntual es aquella donde el almacenamiento en el nudo es poco representativo o nulo, por lo que la superficie libre del agua de la unión es común a todos los colectores de entrada o salida (Sevuk et al. 1973; Yen y Pansic 1980).

Para representar una unión sin almacenamiento o puntual se puede utilizar el procedimiento descrito, haciendo el área en planta de la unión despreciable o nula en la ecuación de balance de masa (6.5), y haciendo el término de la energía cinética cero en la ecuación de la energía (6.4) para cada uno de los colectores de entrada y de salida. Así, la ecuación de la energía se transforma en una condición de compatibilidad de tipo cinemático, admitiendo que la energía cinética del flujo entrante se disipa totalmente (Yen 1986). De esta forma, tanto la ecuación de la energía (6.4), como la ecuación de continuidad (6.5) suponiendo $A_k = 1 \text{ m}^2$, se transforman en:

$$z_{i,1/n} + h_{i,1/n}^{t+1} - H_k^{t+1} = 0 \quad (6.6)$$

$$Q_{\text{int}_k}^{t+1} + \sum_{i=1}^p Q_{i,n}^{t+1} - \sum_{i=p}^q Q_{i,1}^{t+1} - \frac{(H_k^t - H_k^{t+1})}{\Delta t} = 0 \quad (6.7)$$

6.1.2 Flujo acoplado y no acoplado

El flujo entre la unión y los conductos de entrada a la misma se considera acoplado (casos B y D de la Figura 6.1a), si el flujo en la frontera del colector es influenciado por las condiciones del flujo en la unión (León, X. Liu, et al. 2010). En caso contrario, se considera no acoplado (caso A y C de la Figura 6.1a), cuando los colectores de entrada pueden descargar libremente sin la influencia de la unión.

Así, si en los p colectores de entrada el flujo es acoplado, se utiliza la formulación descrita anteriormente, en caso contrario, el flujo es desacoplado y para la imposición de las condiciones de contorno internas en los p colectores de entrada, se presentan dos situaciones.

Flujo en régimen subcrítico:

$$\text{Si } z_{i,n} + h_{\text{crit}_{i,n}}^{t+1} > H_k^{t+1} \quad h_{i,n}^{t+1} = h_{\text{crit}_{i,n}}^{t+1} \quad (6.8)$$

Flujo en régimen supercrítico:

$$\text{Si } z_{i,n} + h_{conj_{i,n}}^{t+1} > H_k^{t+1} \quad h_{i,n}^{t+1} = h_{i,n-1}^t \quad (6.9)$$

Donde $h_{crit_{i,n}}^{t+1}$, $h_{i,n}^{t+1}$ y $h_{conj_{i,n}}^{t+1}$ son el calado crítico, el calado del flujo y el calado conjugado asociado al calado del flujo en régimen rápido del volumen finito n , en el instante de tiempo $t+1$.

De este modo, la resolución de la unión consiste en utilizar los q colectores de salida, por lo que el sistema de ecuaciones se forma por $q+1$ ecuaciones y $q+1$ incógnitas. En la ecuación de continuidad, el caudal correspondiente a los p colectores de entrada a la unión, se emplea el caudal de la sección o volumen finito $n-1$ correspondiente al instante de tiempo t del conducto de entrada i .

La consideración anterior, también puede ser una buena opción cuando la solución del sistema de $2n+1$ ecuaciones con $2n+1$ incógnitas no converge a una solución satisfactoria. Generalmente, esto puede pasar cuando en la frontera de los conductos de entrada se presenta flujo crítico o la presencia de frentes de onda bruscos. Si esto ocurre en unos cuantos instantes de tiempo, la primera opción es utilizar los valores de las variables hidráulicas del instante de tiempo t como condición de contorno interna, en caso contrario, los conductos de entrada a la unión no son considerados en la resolución de la unión. Como estos conductos físicamente si se encuentran acoplados, la condición de contorno interna consiste en imponer la carga piezométrica de la unión, al contorno de los p conductos de entrada a la unión, como:

$$z_{i,n} + h_{i,n}^{t+1} = H_k^{t+1} \quad (6.10)$$

6.1.3 Unión con disipación de energía cinética

Una simplificación del procedimiento general descrito, consiste en asumir que la energía cinética de los flujos de entrada a la unión es absorbida y disipada completamente por la propia unión. Esta suposición tiene repercusiones sobre todo en la ecuación de energía (6.4) que se aplica en función del régimen de flujo de los colectores y de la superficie libre del agua en la unión (Djordjevic et al. 2005; Gómez 1988; León, X. Liu, et al. 2010; Yen 2004).

La suposición anterior implica que en los colectores de entrada, la carga de velocidad y por tanto las pérdidas de entrada en la ecuación de energía (6.4) sean nulas, esto es:

$$(1 - k_{i,n}) \frac{v_{i,n}^{t+1} |v_{i,n}^{t+1}|}{2g} = 0 \quad (6.11)$$

De esta forma, considerando que el flujo es acoplado, la ecuación de la energía (6.4), entre la unión y los q colectores de entrada se transforma en:

$$z_{i,n} + h_{i,n}^{t+1} - H_k^{t+1} = 0 \quad (6.12)$$

6.1.4 Pérdidas de energía locales

Un manejo apropiado del flujo en la unión de conductos con las ecuaciones anteriores requiere información de los coeficientes de pérdidas locales en los conductos de entrada y salida, los cuales son difíciles de determinar, por lo que se debe utilizar información de experimentos específicos de flujo en régimen permanente (Yen 2004). Por tal motivo, experimentos específicos han sido llevados a cabo para evaluar el coeficiente de pérdidas, entre ellos, uniones formadas por un colector de entrada y otro de salida de igual diámetro con flujo en presión (Marsalek 1984; Pedersen y Mark 1990), dos colectores de entrada y uno de salida con flujo en lámina libre (C. C. Hsu et al. 1998; Ramamurthy et al. 1988) y dos colectores de entrada y uno de salida con flujo en presión (Johnston y Volker 1989; Ramamurthy y W. Zhu 1997; Serre et al. 1994; C. H. Zhao et al. 2006). En la práctica, las uniones de colectores más frecuentemente encontradas son aquellas formadas por tres o cuatro colectores con flujo no permanente y los experimentos existentes no ofrecen información cuantitativa fiable (Yen 2004).

En algunos modelos de cálculo de redes de alcantarillado el valor del coeficiente de pérdida para los conductos de entrada se asume implícitamente el valor de uno, admitiendo que la energía cinética del flujo entrante en el nudo se disipa totalmente y en los conductos de salida puede despreciarse (Yen 1986).

Para utilizar el procedimiento general o alguna de las simplificaciones del mismo descritas anteriormente, se consideran cuatro casos en función de la carga piezométrica en la unión (Figura 6.4):

- I) La carga piezométrica en la unión es igual o menor a la cota del fondo más baja en el contorno del conducto de salida, por ello, simplemente se aplica la ecuación de continuidad en la unión [ecuación (6.5) o (6.7)].

- II) La carga piezométrica en la unión es mayor a la cota fondo más baja del contorno en el conducto de salida, y menor a la carga piezométrica más baja en el contorno de los conductos de entrada (existe caída libre independientemente del régimen de flujo, lo cual implica que los colectores de entrada están desacoplados), por lo tanto, se utiliza alguno de los procedimientos descritos, únicamente con los colectores de salida.
- III) La carga piezométrica en la unión es mayor a la carga piezométrica más baja en el contorno de los conductos de entrada y menor a la cota de la clave más baja en el contorno de cualquier conducto, y por lo tanto, se puede utilizar alguno de los procedimientos descritos para cada uno de los colectores de entrada y de salida.
- IV) La carga piezométrica en la unión es mayor o igual a la cota de la clave más baja en el contorno de cualquier colector, ello implica que en este o estos conductos existe flujo en presión, por lo que el procedimiento descrito también se puede utilizar.

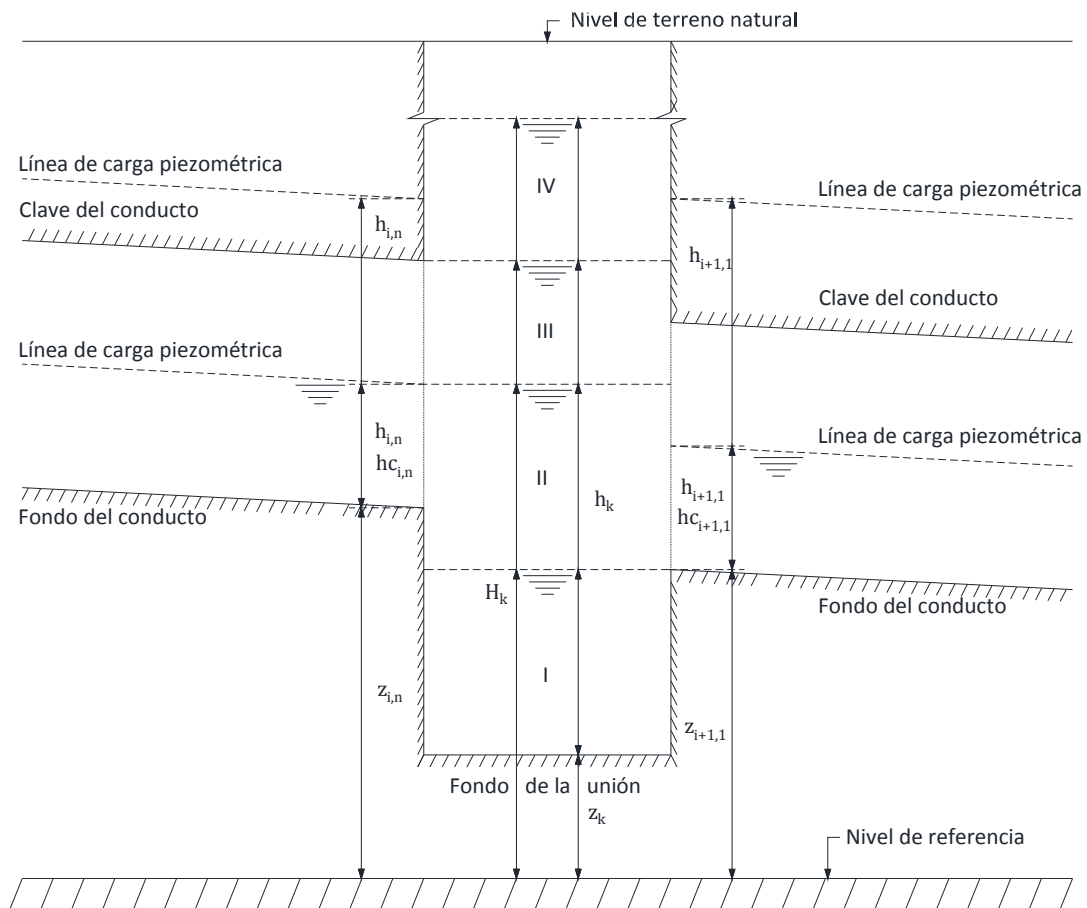


Figura 6.4 Esquema de los casos de modelación de la unión, en función de la carga piezométrica

Suponer la unión de conductos como una unión puntual, es decir igualdad en la elevación de la superficie libre del agua, puede ser no realista cuando ocurren flujos no permanentes, por lo que solamente es válida para números de Froude bajos (García-Navarro y Savirón 1992) o condiciones

normales de flujo como flujo gradualmente variado en lámina libre y en una sola dirección (Capart et al. 1999). Para situaciones complejas se tiene una pobre representación del comportamiento hidráulico del flujo en la unión o es imposible de aplicarlas de forma general, por lo que es necesario un tratamiento robusto, sobre todo cuando se presentan frentes de onda, transiciones de flujo de lámina libre en presión y de régimen subcrítico a supercrítico. Por tal motivo, en la siguiente sección se presenta una formulación más completa basada en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.

6.2 Formulación en 2D

Como fue descrito en el apartado anterior, la formulación en 1D para modelar la unión de conductos presenta ciertas dificultades, debido en gran medida a la incertidumbre para evaluar el valor del coeficiente de pérdidas de carga de forma razonable, a menos que se utilice la información de un experimento específico (Yen 1986). Por tal motivo, es necesario explorar otra alternativa y en este trabajo se describe una formulación para modelar la unión de colectores, empleando las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.

Los dominios en 1D (conductos) y en 2D (unión) son totalmente acoplados y la conexión entre ambos es a través de sus contornos. La formulación se basa en la discretización de los flujos numéricos en 1D y en 2D respectivamente, lo cual asegura un acoplamiento completamente conservativo, es decir, asegura conservación de masa y cantidad de movimiento. De esta forma, la topografía y la rugosidad a través de las secciones transversales del dominio en 1D y los elementos de la malla en el dominio en 2D, condicionará la transferencia de agua. Esta formulación con aplicación a la unión de conductos es una adaptación del método completamente conservativo presentado por E. Bladé et al. (2012).

De forma general, según el esquema de la Figura 6.5, una unión k se puede discretizar en i elementos o volúmenes finitos en 2D y j elementos frontera o ficticios; cada uno de los i colectores (p colectores de entrada y q colectores de salida) se puede descomponer en $n-2$ celdas o volúmenes finitos en 1D y 2 celdas frontera o ficticios (volúmenes finitos 1 y n). De tal forma, que la conexión entre los dominios en 1D (conductos) y en 2D (unión) se realiza a través de los volúmenes finitos ubicados en la frontera de cada dominio, para lo cual existe un conjunto de elementos (volúmenes finitos en 2D que representan la unión) conectados a una celda (volumen finito en 1D que representa un tramo de colector, cuyo centro alberga los valores de las variables hidráulicas y las propiedades geométricas de la sección transversal del conducto).

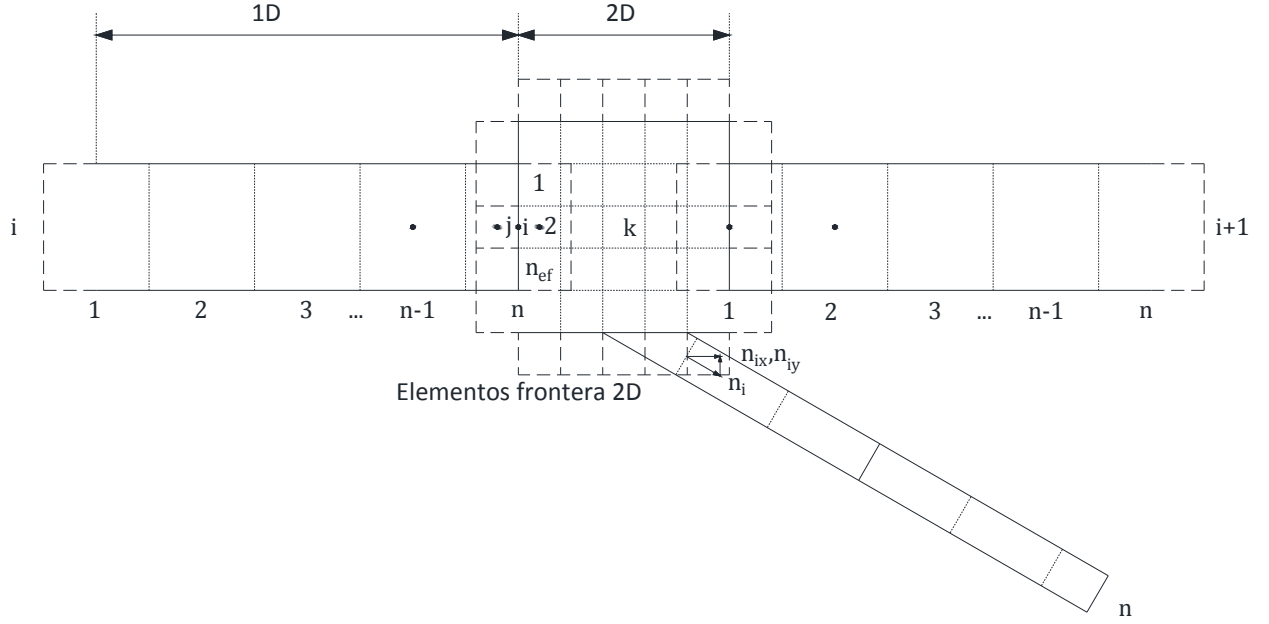


Figura 6.5 Esquema de la unión de conductos en 1D-2D

De esta forma, la integración entre los dominios en 1D-2D, se puede considerar como un contorno más, por lo que es necesario imponer un tipo especial de condiciones de contorno denominadas condiciones de contorno internas.

Para calcular los flujos numéricos $F_{2D,i,w_{lf}}^*$ en 2D de cada volumen finito i en el lado w_{lf} (que es la frontera común con el volumen finito j), los valores de las variables conservadas del elemento j , se obtienen a partir de las variables conservadas del volumen finito 2 o $n-1$ (la celda 2 corresponde a un conducto que sale de la unión, mientras que la celda $n-1$ corresponde a un conducto que entra a la unión) en 1D del instante de tiempo t (Figura 6.5).

Así, para el valor del calado h_j^{t+1} , se asume que el elemento j tiene la misma elevación de la superficie libre del agua que la sección transversal 2 o $n-1$, mientras que las dos componentes de la velocidad u_j^{t+1} y v_j^{t+1} , se obtienen proyectando la velocidad en 1D de la sección transversal 2 o $n-1$, en las direcciones x y y . De esta forma, tenemos:

$$h_j^{t+1} = z_{i,1/n} + h_{i,2/n-1}^t - z_j \quad (6.13)$$

$$u_j^{t+1} = v_{i,2/n-1}^t n_{xi} \quad v_j^{t+1} = v_{i,2/n-1}^t n_{yi} \quad (6.14)$$

Donde $z_{i,1/n}$ es la cota del volumen finito frontera del colector i , $h_{i,2/n-1}^t$ y $v_{i,2/n-1}^t$ son el calado y la velocidad de la sección 2 y $n-1$ respectivamente, del colector i , n_{xi} y n_{yi} son las componentes en dirección x y y del vector normal unitario n_i a la sección transversal de la frontera del colector i en dirección aguas abajo y z_j es la cota del elemento j .

Debido a las singularidades geométricas y variedad de flujos en la unión de conductos, la velocidad en las celdas frontera de los conductos y la velocidad en la propia unión pueden ser muy diferente, por tal motivo, se asume conservación de masa en las celdas $2/n-1$ y en los elementos i que tiene frontera común con los elementos j . De esta forma la ecuación (6.14), se transforma en:

$$u_j^{t+1} = \frac{Q_{i,2/n-1}^t}{\sum_{l=1}^{n_{ef}} l_{i,w_{lf}} h_i^t} n_{xi} \quad v_j^{t+1} = \frac{Q_{i,2/n-1}^t}{\sum_{l=1}^{n_{ef}} l_{i,w_{lf}} h_i^t} n_{yi} \quad (6.15)$$

Donde $Q_{i,2/n-1}^t$ es el caudal de la sección 2 y $n-1$ del colector i en el instante de tiempo t , y $l_{i,w_{lf}}$ es la longitud del lado w_l , del elemento i que conecta con elemento frontera j y h_i^t es el calado del elemento i en el instante de tiempo t .

De igual forma, para calcular los flujos numéricos en 1D $F_{1D,xs \pm 1/2}^*$ en los o volúmenes finitos en las interfases que conecta con una celda frontera $xs \pm 1/2$, los valores de las variables conservadas de la celda frontera del colector i , se obtienen a partir de las variables conservadas de los elementos i en 2D en el instante de tiempo $t+1$, en contacto con la celda frontera del colector i . Así, para el valor del calado $h_{i,1/n}^{t+1}$ se asume que la celda frontera 1 o n del colector i tiene la misma elevación de la superficie libre del agua que los elementos i en 2D con los que conecta $(1, 2, \dots, n_{ef})$; ésta se obtiene como un promedio ponderado según la longitud de los lados de los elementos i en 2D, mientras que el caudal en las fronteras $Q_{i,1/n}^{t+1}$ se obtiene integrando el caudal unitario en todos los elementos i en 2D con los que conecta, resultando:

$$h_{i,1/n}^{t+1} = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ef}} z_l + h_i^{t+1} - z_{i,1/n}}{\sum_{l=1}^{n_{ef}} l_{i,w_{lf}}} \quad (6.16)$$

$$Q_{i,1/n}^{t+1} = \sum_{i=1}^{n_{gf}} l_{i,w_{lf}} h_i^{t+1} \left(u_i^{t+1} n_{xi,w_{lf}} + v_i^{t+1} n_{yi,w_{lf}} \right) \quad (6.17)$$

Donde $z_{i,1/n}$ es la cota del volumen finito frontera o ficticio del colector i , z_i es la cota del elemento i , h_i^{t+1} es el calado del elemento i en el instante de tiempo $t+1$, $l_{i,w_{lf}}$ es la longitud del lado w_i del elemento i que conecta con elemento frontera j , u_i^{t+1} y v_i^{t+1} son las componentes de la velocidad en dirección x y y , del elemento i en el instante de tiempo $t+1$ y, $n_{xi,w_{lf}}$ y $n_{yi,w_{lf}}$ son las componentes en dirección x y y del vector normal exterior unitario $n_{i,w_{lf}}$ al lado de la frontera w_{lf} que conecta con el elemento j .

Debido a las posibles singularidades en la geometría de la unión, algunas precauciones se tomaron al respecto. Así, cuando la carga piezométrica en la unión es igual o menor a la cota del fondo más baja en el contorno del conductos de salida (caso I, Figura 6.4), el agua se acumula en la unión, por lo que se asume que el elemento j tiene la misma elevación que el elemento i con el que comparte lado y el valor del calado h_j^{t+1} resulta en:

$$h_j^{t+1} = h_i^t \quad (6.18)$$

Cuando la carga piezométrica en la unión es mayor a la cota del fondo más baja en el conducto de salida, y menor a la carga piezométrica más baja en el contorno de los conductos de entrada (Caso II, Figura 6.4), existe una caída libre independientemente del régimen de flujo en el colector, lo cual implica que los conductos de entrada están desacoplados; en este caso se utilizan las condiciones de contorno internas descritas en el apartado 6.1.2.

Con la imposición de las condiciones de contorno internas en los elementos frontera j de la unión k y en las secciones transversales frontera 1 y n del colector i , se pueden calcular los flujos numéricos $F_{1D,xs\pm 1/2}^*$ y F_{2D,i,w_i}^* sin ningún inconveniente. Sin embargo, para asegurar la conservación la masa y la cantidad de movimiento en la conexión de dominios, es decir que sea totalmente conservativa, el cálculo de los flujos numéricos $F_{1D,xs+1/2}^*$ del volumen finito 2 y $F_{1D,xs-1/2}^*$ del volumen finito $n-1$, se obtiene a partir de los flujos numéricos F_{2D,i,w_i}^* de los lados frontera w_{lf} que conectan con el volumen finito frontera 1 o n respectivamente, calculados previamente. Lo anterior, es sencillo en el caso de la ecuación de la conservación de masa, debido a que es una ecuación escalar, sin embargo la ecuación de

cantidad de movimiento es un vector y algunas precauciones deben ser tomadas al respecto. De esta manera, para tomar en cuenta la contribución de la conexión en 1D-2D, tenemos:

$$\mathbf{U}_{1D,rs}^{n+1} = \mathbf{U}_{1D,rs}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\mathbf{F}_{1D,rs+1/2}^* - \mathbf{F}_{1D,rs-1/2}^* + \mathbf{F}_{1D2D}^* \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\mathbf{H}_{1D,rs}^* \right) \quad (6.19)$$

Donde \mathbf{F}_{1D2D}^* es el flujo numérico (masa y cantidad de movimiento) del dominio en 1D al dominio en 2D. El flujo numérico $\mathbf{F}_{1D,2-1/2}^*$ de la sección transversal es nulo para un colector que conecta con unión por el extremo aguas arriba, mientras que $\mathbf{F}_{1D,n-1+1/2}^*$ es nulo cuando conecta con una unión por el extremo aguas abajo.

\mathbf{F}_{1D2D}^* es un vector de dos componentes (masa y cantidad de movimiento) en las ecuaciones en 1D, mientras que para las ecuaciones en 2D, tiene tres componentes (masa, cantidad de movimiento en la dirección x y cantidad de movimiento en la dirección y). Por esta razón la segunda componente de \mathbf{F}_{1D2D}^* es calculada a partir de la contribución de los flujos del dominio 2D a 1D en dos direcciones espaciales. Con estas consideraciones, se tiene:

$$\mathbf{F}_{1D2D,r}^* = \begin{bmatrix} \left(\mathbf{F}_{1D2D,r}^* \right)^1 \\ \left(\mathbf{F}_{1D2D,r}^* \right)^2 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

Donde:

$$\left(\mathbf{F}_{1D2D,r}^* \right)^1 = \sum_{w=1}^{N_{2D}} \left(\mathbf{F}_{2D,i,w_l}^* n_{i,w_l} \right)^1 l_{i,w_l} \quad (6.21)$$

$$\left(\mathbf{F}_{1D2D,r}^* \right)^2 = \left[\sum_{l=1}^{N_{2D}} \left(\mathbf{F}_{2D,i,w_l}^* n_{i,w_l} \right)^2 l_{i,w_l} \right] n_{r,x} + \left[\sum_{l=1}^{N_{2D}} \left(\mathbf{F}_{2D,i,w_l}^* n_{i,w_l} \right)^3 l_{i,w_l} \right] n_{r,y} \quad (6.22)$$

Donde el símbolo $()^k$ indica la componente de un vector.

En resumen, con las formulaciones descritas es posible tener hasta 6 opciones de modelación de la unión. De ellas, cuatro opciones corresponden a la formulación en 1D, y dos a la formulación en 2D. En el caso de las formulaciones en 1D, la representación de una unión se puede simplificar si se supone que

absorbe y disipa la energía cinética de los conductos de entrada o al considerar que no existe almacenamiento. De esta forma se tiene:

- I) Unión que absorbe la energía cinética de los conductos de entrada (los conductos de entrada no son considerados para formar el sistema de ecuaciones no lineales) y sin almacenamiento.
- II) Unión que absorbe la energía cinética de los conductos de entrada pero con almacenamiento.
- III) Se consideran todos los conductos que convergen en la unión pero se supone que no hay almacenamiento.
- IV) Finalmente, en la formulación más general y realista no se hace ninguna suposición, es decir, se consideran todos los conductos que convergen en la unión y se supone que si hay almacenamiento. En esta formulación, los coeficientes de pérdida locales juegan un papel fundamental.
- V) Se utiliza un sólo elemento de cálculo para representar la geometría de la unión.
- VI) Se emplean dos o más elementos de cálculo. Esta opción, tiene sentido cuando el área de la unión es considerable, se requiere representar la geometría de la unión con detalle o la variación espacio-temporal de las variables hidráulicas es importante.

De esta forma, el modelo de la unión de conductos dispone de dos aproximaciones, la formulación en 1D y la formulación en 2D. En función de la disponibilidad de datos y necesidad de resultados, entre ambas aproximaciones se puede tener hasta seis opciones diferentes.

6.3 Funcionamiento, desempeño y validación

Para evaluar las diferentes opciones de las formulaciones en 1D y en 2D implementadas para modelar la unión de conductos, se presentan tres casos. En el primer caso, simplemente se pretende conocer el desempeño de las formulaciones ante una unión formada por 4 canales, los cuales tienen flujo en lámina libre considerando régimen lento y régimen rápido. En el segundo caso, se pone a prueba la robustez de las formulaciones ante la presencia de una discontinuidad, esto es el avance de un resalto hidráulico a través de la unión de dos conductos. Además, este mismo caso será utilizado para reproducir los resultados de la formulación en 2D, con la opción IV de la formulación en 1D, empleando coeficientes de pérdidas de carga en la unión. En el tercer caso, la formulación en 2D se emplea para realizar una comparación numérico-experimental del funcionamiento hidráulico de una cámara que sirve como unión de 4 colectores. Unión estudiada en modelo físico.

6.3.1 Unión de 4 canales

La unión está formada por 4 canales con una sección transversal de forma rectangular: dos de entrada y dos de salida. Los canales tienen un ancho de 1 m, una longitud de 400 m, y un coeficiente de fricción de Manning de $0.012 \text{ s/m}^{1/3}$. La pendiente del fondo de los canales 1 y 3 es de 0.001, mientras que en los canales 2 y 4 es de 0.01. Los coeficientes de pérdidas, tanto de entrada como de salida se consideran nulos. La unión tiene un área en planta de 1 m^2 .

En la formulación en 1D, la unión se representa simplemente con el área en planta, la cual se puede considerar que tiene una forma cualquiera, mientras que en la formulación en 2D la unión se representa por un cuadrado de 1 m de lado y un coeficiente de fricción de Manning de $0.012 \text{ s/m}^{1/3}$. Para emplear la formulación en 2D, la unión se discretiza con un elemento de forma cuadrada y con 4 elementos de forma triangular. Los canales se discretizan en celdas con un tamaño de 10 m.

La condición inicial en los colectores es un caudal nulo y el calado crítico asociado a un caudal de $3 \text{ m}^3/\text{s}$. La condición de contorno externa en el extremo aguas arriba para los colectores de entrada es un caudal de $3 \text{ m}^3/\text{s}$; adicionalmente, en los colectores en régimen rápido se impone el calado crítico asociado a este mismo caudal. La condición de contorno en el extremo aguas abajo para los colectores que salen de la unión es de caída libre. La condición de contorno interna o en la frontera de los colectores adyacente a la unión es en función del tipo de flujo (régimen lento o régimen rápido) y de la metodología empleada (formulación en 1D o en 2D). En la unión, las condiciones iniciales son un calado nulo en ambas formulaciones y velocidad nula en la formulación en 2D.

Se han realizado las seis opciones de modelación; los resultados que se presentan son la superficie libre del agua (eje principal) y la velocidad del flujo (eje secundario) para los sistemas formados por: colector 1-unión-colector 3 (arriba de cada figura) y colector 2-unión-colector 4 (abajo de cada figura). Los resultados correspondientes a la formulación en 1D se muestran en la Figura 6.6 para la opción I, en la Figura 6.7 para la opción II, en la Figura 6.8 para la opción III y en la Figura 6.9 para la opción IV.

Con lo que respecta la formulación en 2D, en la Figura 6.10, se muestran los resultados para la opción V y en la Figura 6.11 para la opción VI.

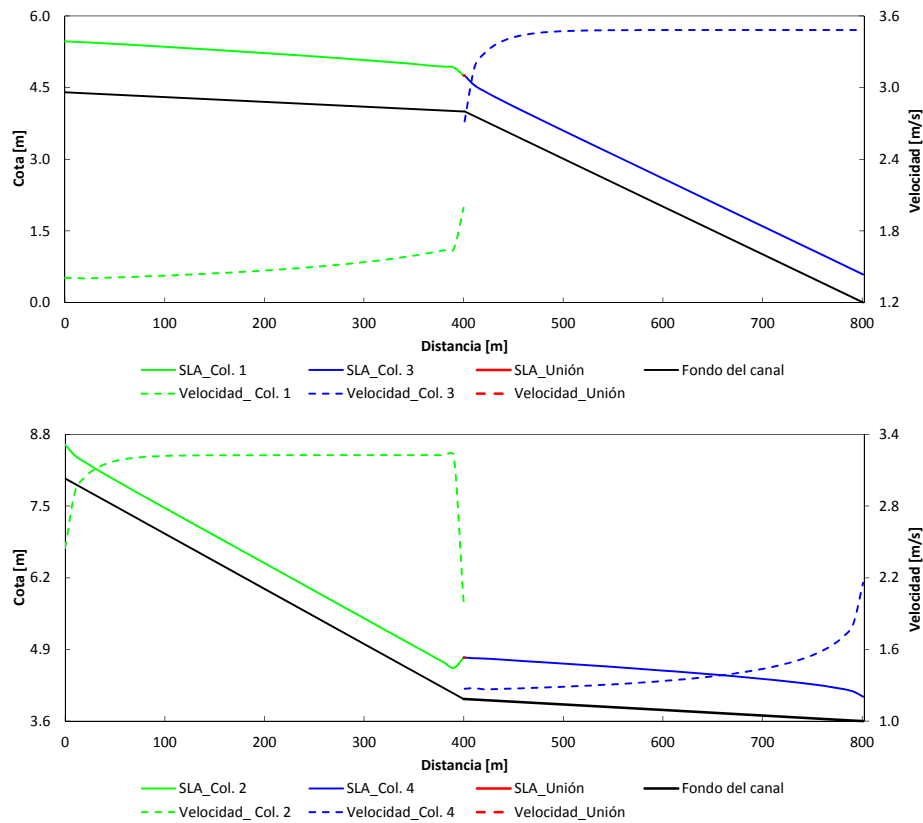


Figura 6.6 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción I: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

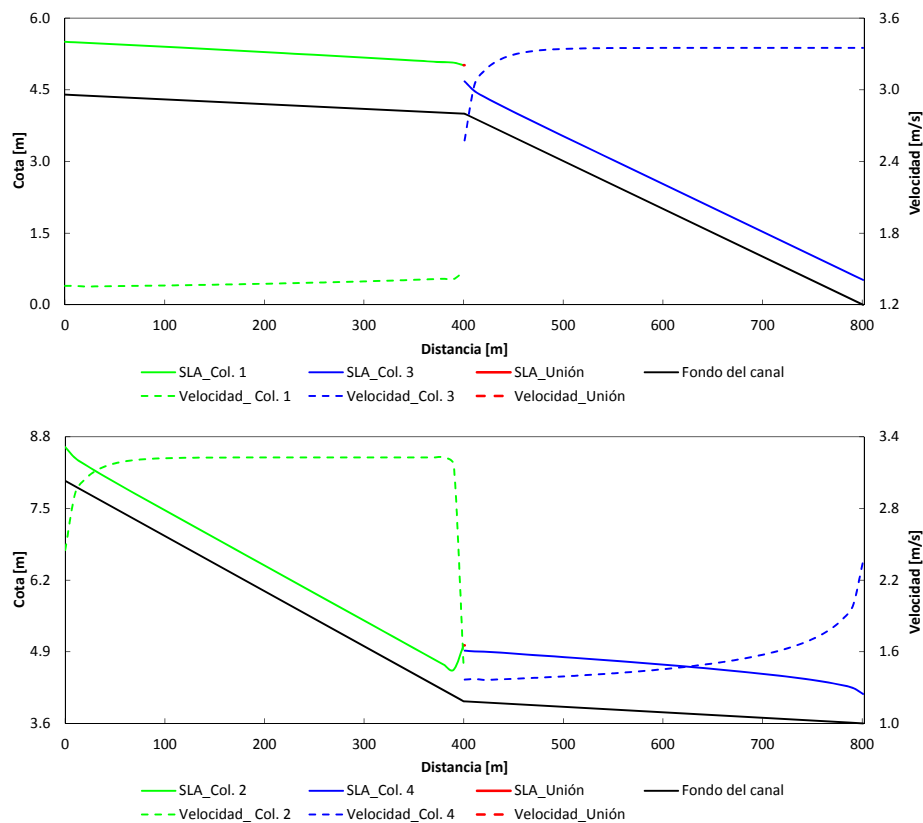


Figura 6.7 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción II: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

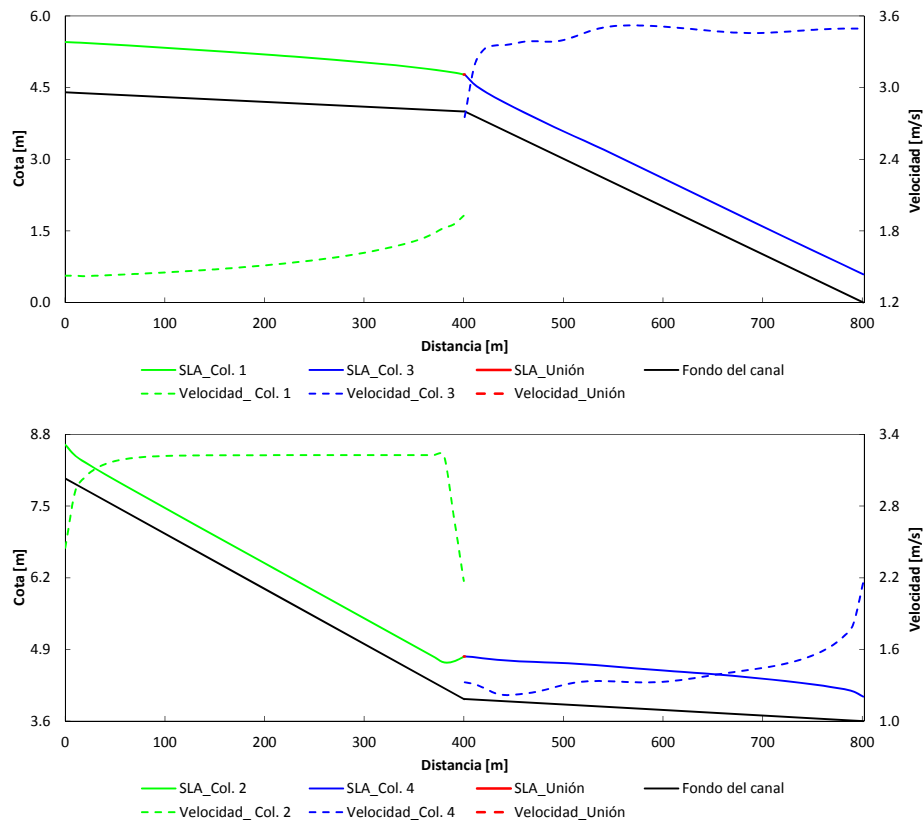


Figura 6.8 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción III: col. 1-uni3n-col. 3 (arriba), col. 2-uni3n-col. 4 (abajo)

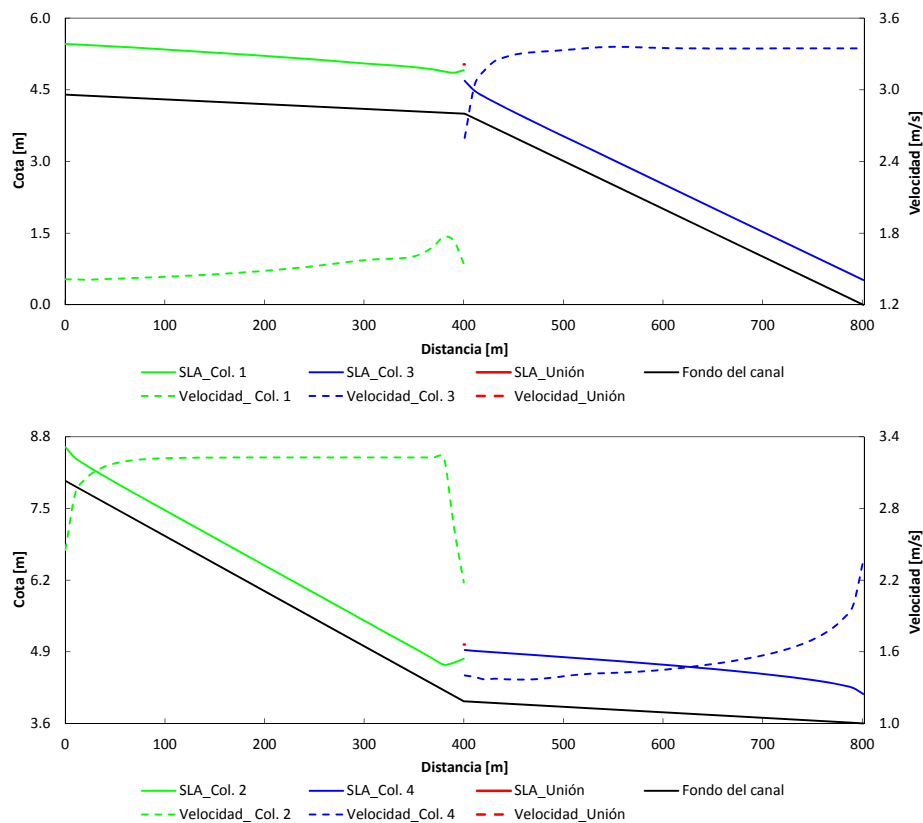


Figura 6.9 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 1D. Opción IV: col. 1-uni3n-col. 3 (arriba), col. 2-uni3n-col. 4 (abajo)

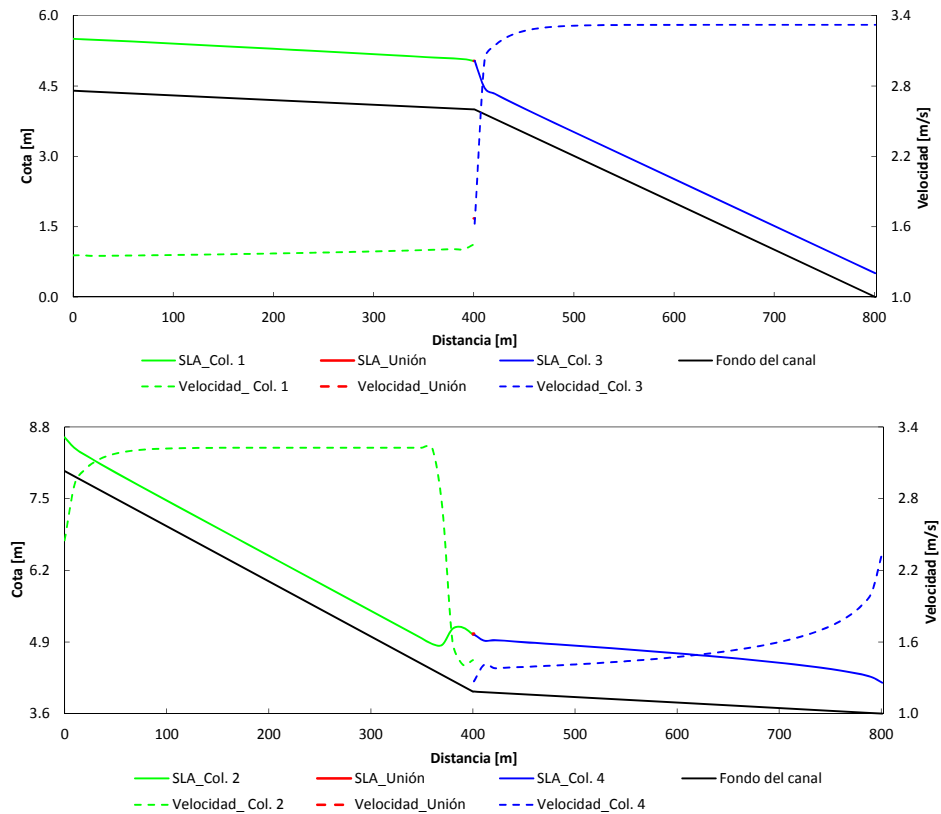


Figura 6.10 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 2D. Opción V: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

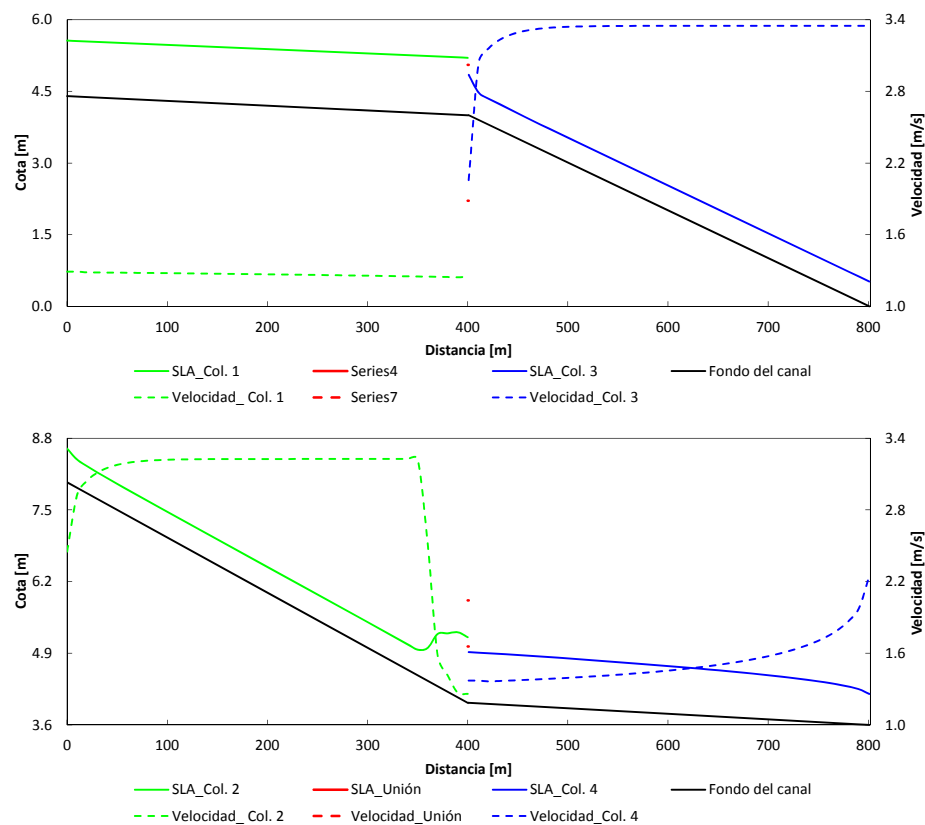


Figura 6.11 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la formulación en 2D. Opción VI: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

Los resultados obtenidos para cada una de las opciones mostradas, son similares, por lo que para tener una visión general de las diferencias entre ellas, se realiza una comparación numérica. Así, en la Figura 6.12, se observa la superficie libre del agua y en la Figura 6.13 las velocidades del flujo, correspondientes a las seis opciones analizadas.

Finalmente, en la Tabla 6.1 se muestran los caudales de salida de los colectores 3 y 4, producto de la repartición de caudales en la unión. En ella, se aprecian dos grupos bien definidos por la uniformidad en el valor de dichos caudales. El primer grupo corresponde a la suposición de igual elevación de la superficie libre del agua en colectores de entrada-unión-colectores de salida (opciones I y III), y el segundo a las opciones restantes (II, IV, V y VI). Las diferencias en el valor de los caudales del primer grupo con respecto al segundo grupo son de más del 15 %, por lo que, las opciones del primer grupo pueden ser inviables o no recomendables. Dentro del segundo grupo, el valor del caudal de la opción V se aleja de la media alrededor de un 4 %, ello se puede deber a que el campo de velocidades en la unión no está bien representado con un solo elemento. Además, en la última fila de esta misma tabla aparecen los tiempos de cálculo para las opciones simuladas; de forma general las opciones de la formulación en 2D tardan entre 10 y 20 veces más que las formulaciones en 1D, respectivamente.

De todo ello, se desprende que la opción VI perteneciente al segundo grupo y en la cual se utilizó la formulación en 2D con 4 elementos, es una de las mejores para representar el comportamiento hidráulico del flujo en la unión. A pesar de que se desprecia la velocidad en la vertical, se pueden tener resultados precisos, y por lo tanto más apegados a la realidad.

Tabla 6.1 Repartición de caudales de salida para las diferentes opciones

Col./Opc.	I	II	III	IV	V	VI
3	2.044	1.743	2.058	1.738	1.684	1.739
4	0.956	1.257	0.958	1.259	1.316	1.261
Total	3.000	3.000	3.016	2.998	3.000	3.000
t[s]	47	42	39	44	449	890

En vista de los resultados, de forma general se puede decir que las diferencias entre las opciones utilizadas son mayores cuando en los canales, ya sea aguas abajo o aguas arriba de la unión, el flujo es en régimen lento que cuando es en régimen rápido. Las diferencias son más acusadas cuando el flujo en régimen lento se presenta en el colector de entrada que en el colector de salida. Aguas abajo de la unión, las diferencias son menores cuando hay régimen rápido en el canal de salida que cuando hay régimen lento. Finalmente, cuando el colector de entrada tiene régimen rápido no hay diferencias. La variación de las diferencias en la elevación de la superficie libre del agua y velocidad del flujo en los colectores desde la unión está en clara concordancia con la física del flujo.

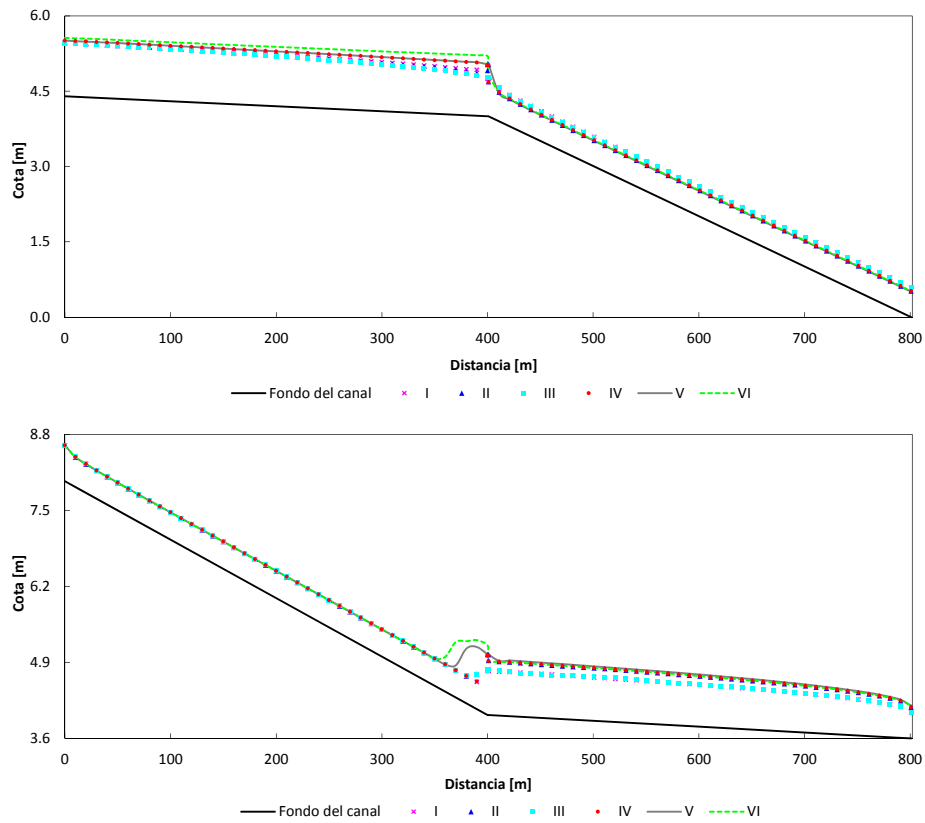


Figura 6.12 Comparación numérica de la superficie libre del agua para las opciones analizadas: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

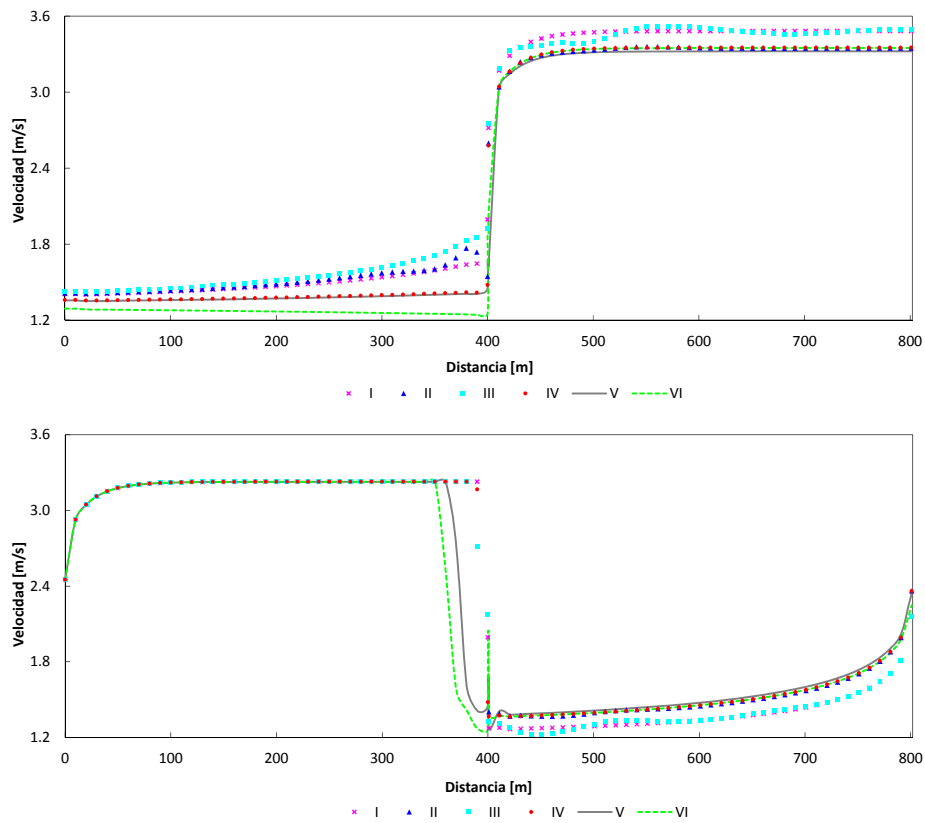


Figura 6.13 Comparación numérica de la velocidad del flujo para las opciones analizadas: col. 1-unión-col. 3 (arriba), col. 2-unión-col. 4 (abajo)

Las uniones formadas por cuatro conductos como la analizada anteriormente, es una de las más empleadas en las redes de alcantarillado, de ahí la importancia de modelarla lo mejor posible y la opción de cálculo a emplear dependerá de varios factores. Numéricamente, todas las opciones se comportaron de forma adecuada, ya que no hubo problemas de convergencias con la formulación en 1D. Las diferencias entre las opciones sin duda se deben a simplificaciones de las mismas, a las características de la unión y el tipo de flujo.

6.3.2 Unión de 2 canales

Se considera una unión con un área en planta de 1 m^2 , formada por 2 canales, cada uno con una sección transversal de forma rectangular, una longitud de 400 m, un ancho de 1 m, un coeficiente de fricción de Manning de $0.012 \text{ s/m}^{1/3}$ y una pendiente de 0.01 y 0.001 respectivamente. Los canales se discretizan en celadas con un tamaño de 10 m. Para el empleo de la formulación en 2D, la unión se discretiza en un único elemento de forma cuadrada de 1 m de lado y un coeficiente de Manning de $0.012 \text{ s/m}^{1/3}$.

Las condiciones iniciales son un caudal nulo y un calado de 0.972 m. La condición de contorno en el extremo aguas arriba del colector 1 es un caudal de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ y el calado crítico, siendo éste de 0.972 m; en el extremo aguas abajo del colector 2 se considera caída libre. Bajo estas condiciones, se tendrá flujo en régimen rápido en el colector 1 y flujo en régimen lento en el colector 2 con un cambio de régimen sobre la unión, a través de un resalto hidráulico. Una vez establecido el régimen permanente, como condición de contorno en el extremo aguas abajo del colector 2, se impone un calado de 3.5 m. El resultado es el desplazamiento del resalto hidráulico hacia aguas arriba, hasta aproximadamente la mitad del colector 1, de esta forma, conectando ambos regímenes de flujo. En la unión, las condiciones iniciales son un calado nulo en ambas formulaciones y velocidad nula en la formulación en 2D.

Se han empleado las cuatro opciones de modelación en la formulación en 1D y una en la formulación en 2D (opción V). Los resultados que se presentan son la superficie libre del agua (eje principal) y la velocidad del flujo (eje secundario), para dos instantes de tiempo distintos; el primero corresponde al flujo permanente con la condición de contorno de caída libre en el extremo aguas abajo del colector 2 (arriba de cada figura) y el segundo, con el calado de 3.5 m (abajo de cada figura). Así, los resultados se puede observar para la opción I en la Figura 6.14, para la opción II en la Figura 6.15, para la opción III, en la Figura 6.16, para la opción IV en la Figura 6.17 y para la opción V en la Figura 6.18.

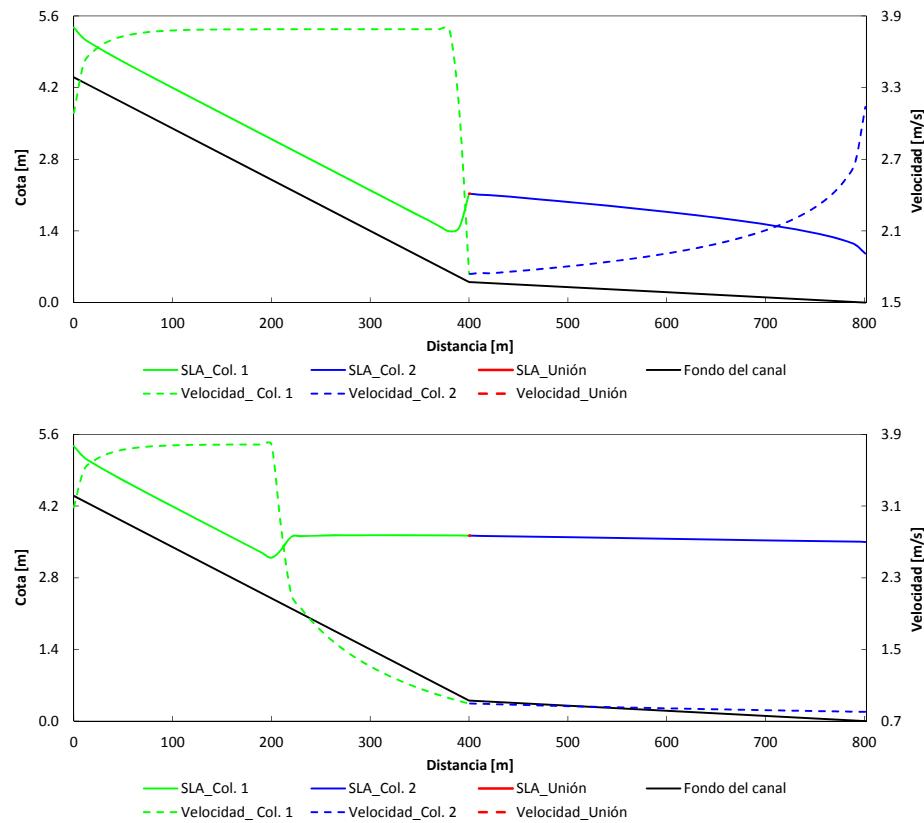


Figura 6.14 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción I. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

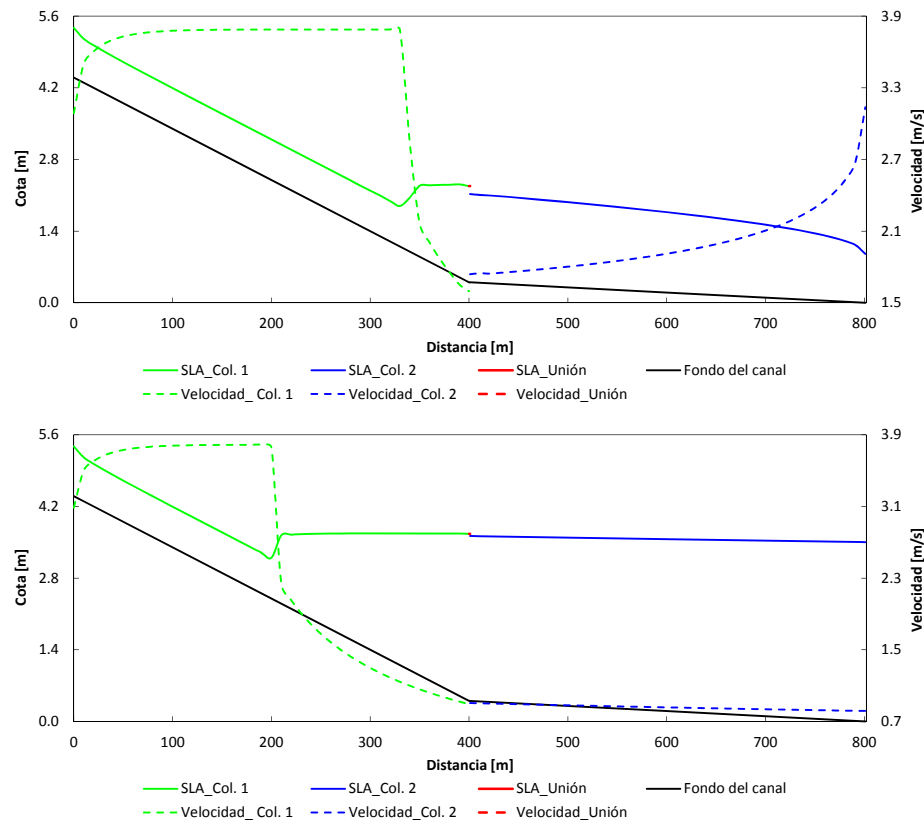


Figura 6.15 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción II. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

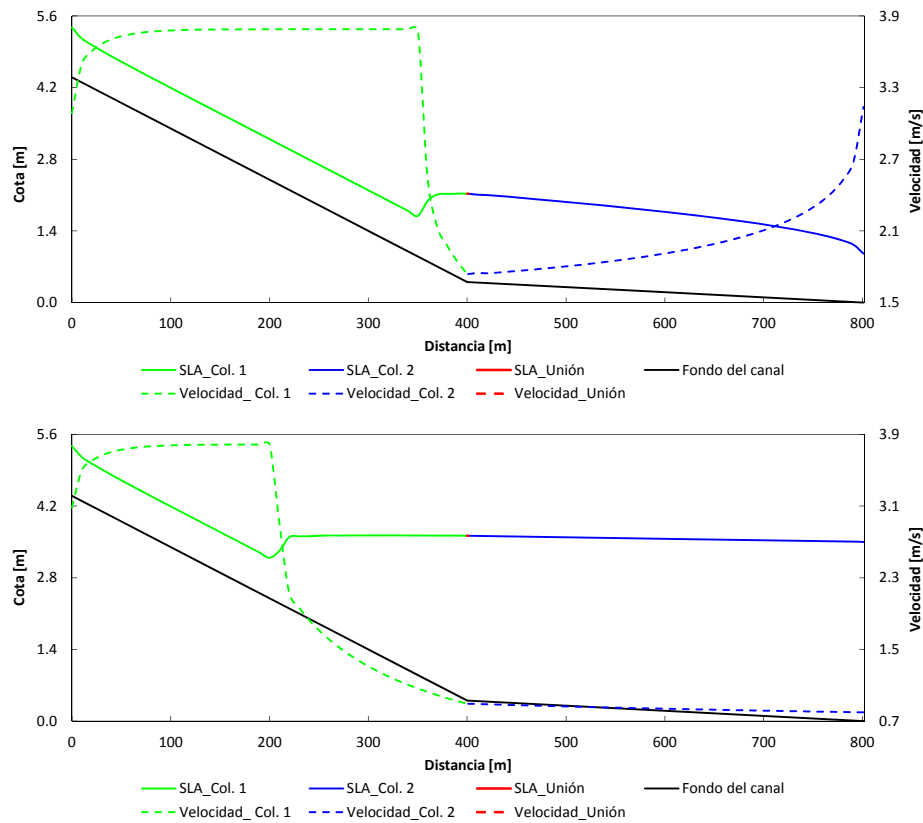


Figura 6.16 superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción III. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

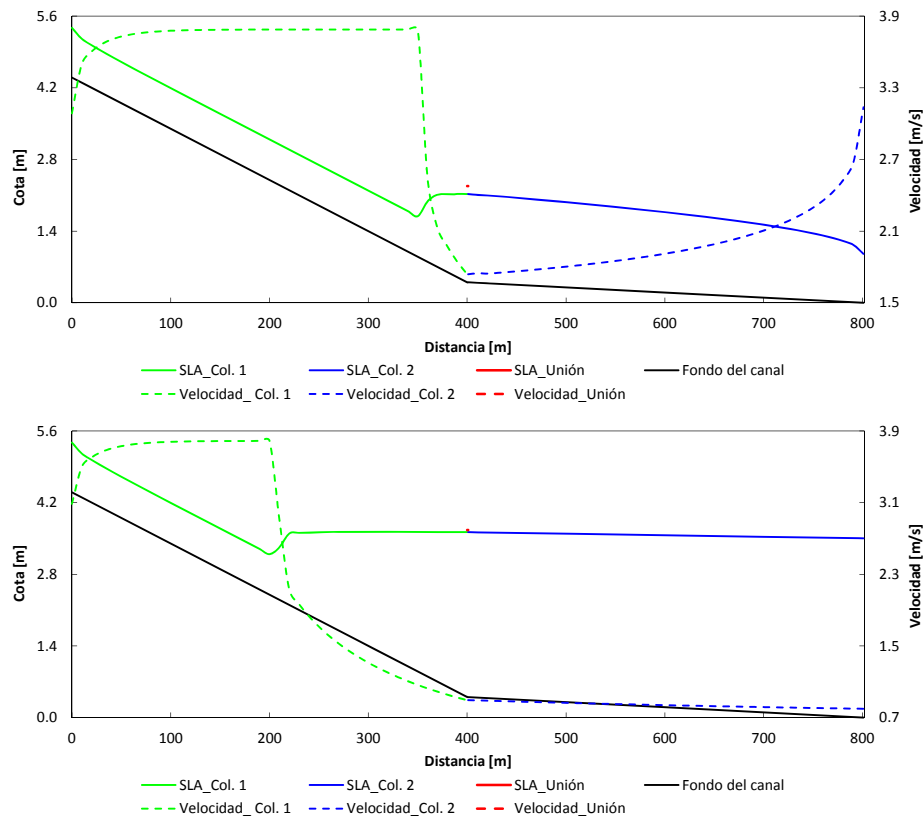


Figura 6.17 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción IV. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

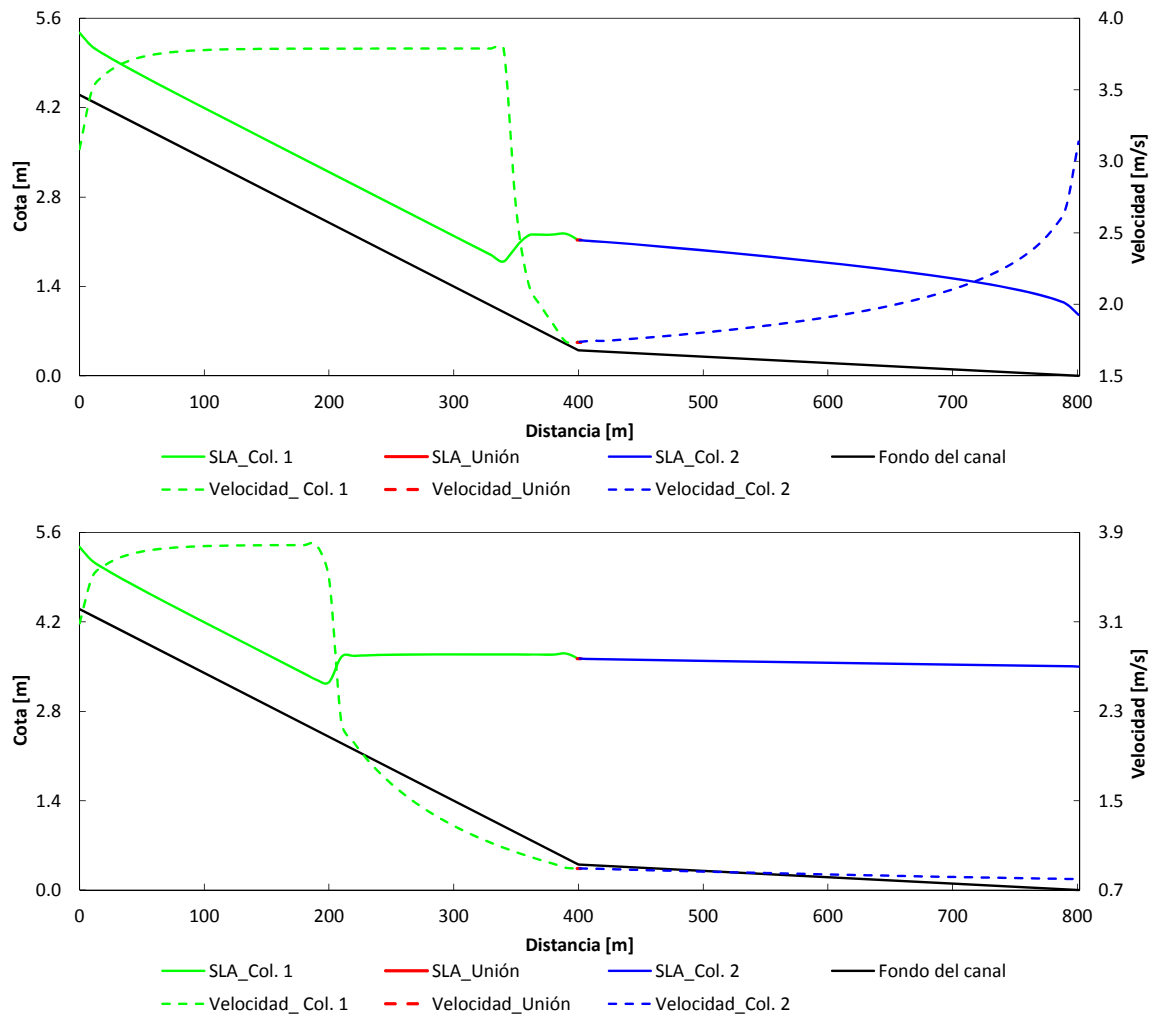


Figura 6.18 Superficie libre del agua y velocidad del flujo para la opción V. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

Para comparar y ver las diferencias entre las distintas opciones e instantes de tiempo, en la Figura 6.19 se presenta la superficie libre del agua y en la Figura 6.20 la velocidad del flujo para las opciones modeladas; en ambas se muestran los resultados para las dos condiciones de contorno en el extremo aguas abajo usadas (caída libre y calado de 3.5 m). El tiempo empleado por el modelo para realizar los cálculos, fue de alrededor de 25 s para las opciones de la formulación en 1D y de 142 s para las opciones en 2D, esto es, la formulación en 2D tarda alrededor de 6 veces más, que la formulación en 1D.

Una de las desventajas de la formulación en 1D es la incertidumbre a la hora de elegir los coeficientes de pérdidas de entrada o salida de la unión, ya que, solamente es posible conocer su valor con ensayos de laboratorio y para casos muy específicos. Por otro lado, con la modelación numérica de la unión con la formulación en 2D, se tiene una mejor representación del flujo en la misma que con la formulación en 1D, pero para algunos aún alejados de la realidad, ya que en función de la geometría de la unión y los flujos de entrada y salida de la misma, el flujo en la unión puede ser en 3D y con presencia de grandes vórtices.

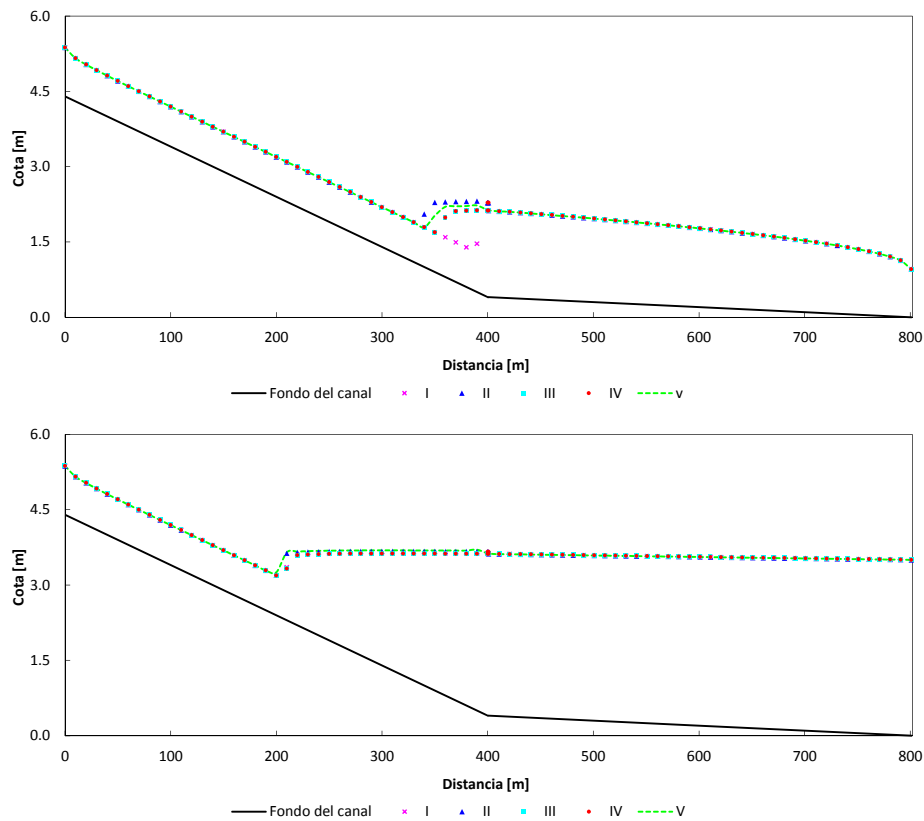


Figura 6.19 Comparación numérica de la superficie libre del agua para las opciones analizadas. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

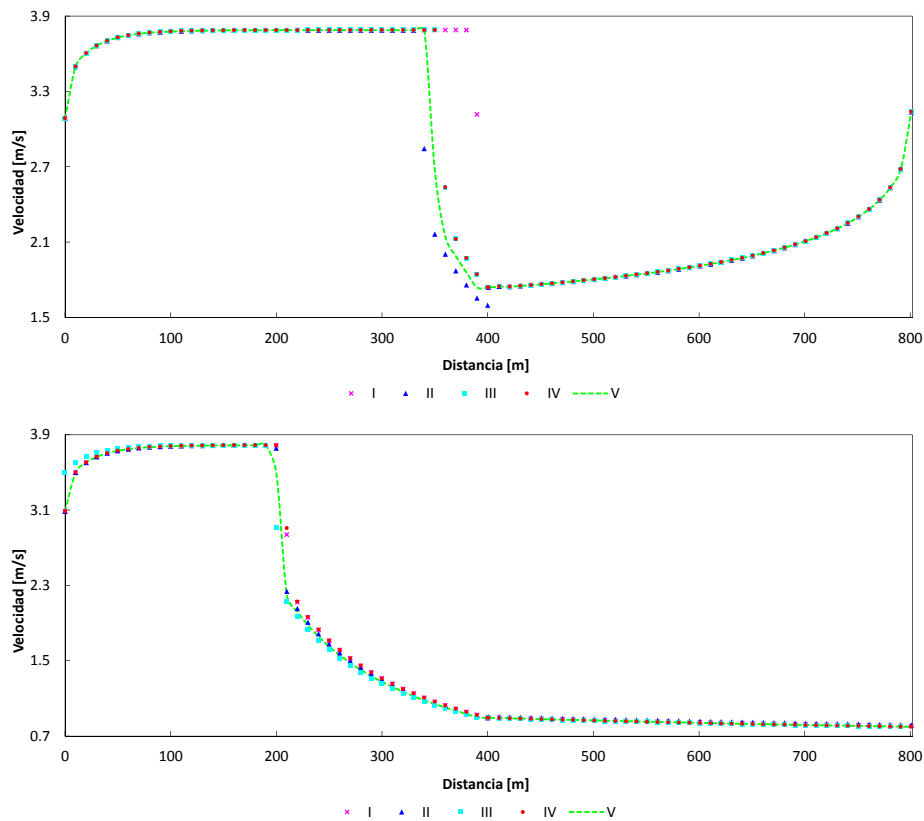


Figura 6.20 Comparación numérica de la velocidad del flujo para las opciones analizadas. Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre (arriba) y calado de 3.5 m (abajo)

Basándose en la suposición anterior, para este mismo caso se utiliza la opción IV (correspondiente a la versión general de la formulación en 1D) para tratar de reproducir los resultados obtenidos con la formulación en 2D, variando únicamente el valor del coeficiente de pérdidas. De esta forma, en la Figura 6.21 se muestra la superficie libre del agua (arriba) y la velocidad del flujo (abajo) para la opción IV con $k_{out} = 0$ (1D) y $k_{int} = 0.55$ (1D_k) y la opción V (2D) correspondiente al primer instante de tiempo, y en la Figura 6.22 para la opción IV con $k_{out} = 0$ (1D) y $k_{int} = 1.35$ (1D_k) y la opción V (2D), para el segundo instante de tiempo.

Modelar la unión de este caso sencillo ha servido para mostrar que el funcionamiento de las diferentes opciones utilizadas tienen un comportamiento similar, tal que, las únicas diferencias en ambos instantes de tiempo se concentran muy cerca del cambio de régimen, en el primero coincidiendo con la unión. Además, debido a la física del fenómeno, las diferencias se propagan hacia aguas abajo del cambio de régimen, dado que hay flujo lento.

Por otro lado, a pesar de que la formulación en 1D es más simple conceptualmente, con el coeficiente de pérdidas adecuado es posible obtener resultados comparables a los obtenidos con la formulación en 2D, según lo muestra la Figura 6.21 y la Figura 6.22.

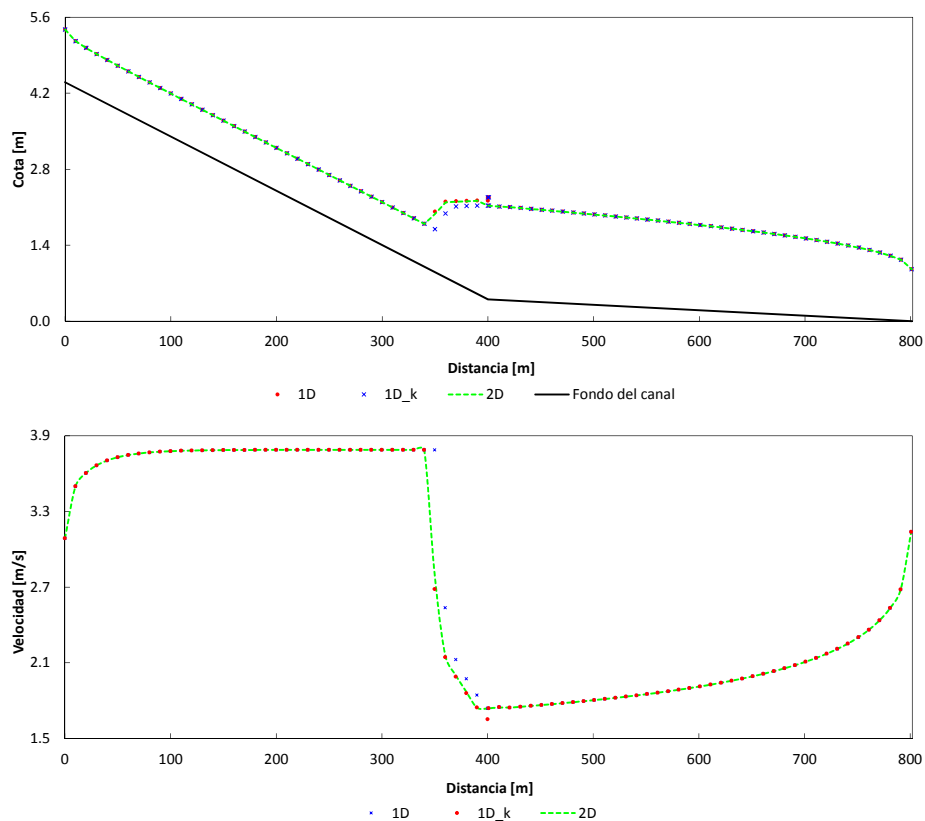


Figura 6.21 Comparación de la superficie libre del agua (arriba) y velocidad del flujo (abajo). Condición de contorno en el extremo aguas abajo de caída libre

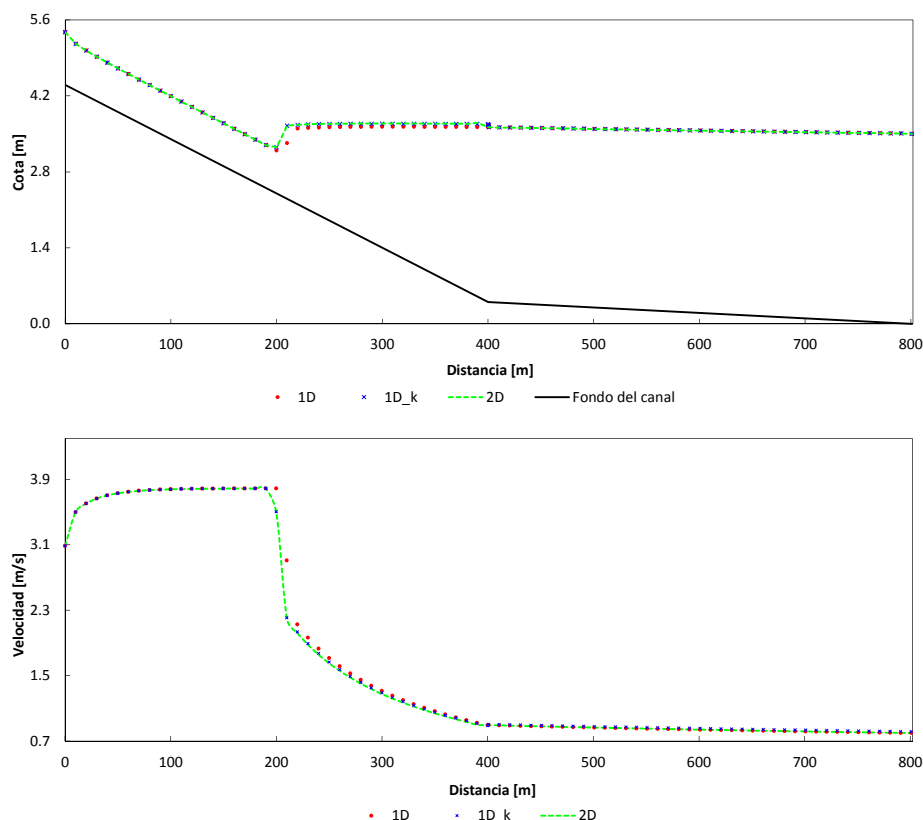


Figura 6.22 Comparación de la superficie libre del agua (arriba) y velocidad del flujo (abajo). Condición de contorno en el extremo aguas abajo de calado de 3.5 m

6.3.3 Cámara-uniión de colectores

Sánchez-Juny et al., (2007) realizaron un estudio hidráulico en modelo reducido de la cámara situada en la red de alcantarillado de la calle Mallorca en Rubí, Barcelona. La cámara consiste de un depósito al cual arriban dos conductos circulares, uno de 1.5 m de diámetro (margen derecha) y otro de 2.0 m de diámetro (margen izquierda) y sale un único conducto hacia aguas abajo de 2.5 m de diámetro (Figura 6.23). Los tramos de colector considerados en el estudio tienen longitudes de 30.59 m, 26.46 m y 50.42 m y pendientes del 1.451 %, 2.369 % y 1.731 %, respectivamente. Esta cámara mostraba un comportamiento no aceptable durante episodios de lluvia intensa para el vecindario, por los frecuentes desbordamientos, a la vez que condicionaba el flujo en los colectores aguas arriba de la misma.

El estudio consistió en proponer una actuación para alcanzar un comportamiento hidráulico óptimo de la cámara. Así, el modelo se construyó a escala 1:10 bajo la semejanza de Froude. Es decir, las fuerzas de inercia, presión y peso predominan sobre las demás. Se realizaron ensayos para caudales de entrada con periodo de retorno de 10 años ($7.5 \text{ m}^3/\text{s}$ y $8.7 \text{ m}^3/\text{s}$ para los colectores de entrada de 1.5 m y 2.0 m de diámetro respectivamente) y se realizaron medidas de calados y velocidades en los puntos A, B, C, D, y E (Figura 6.23).

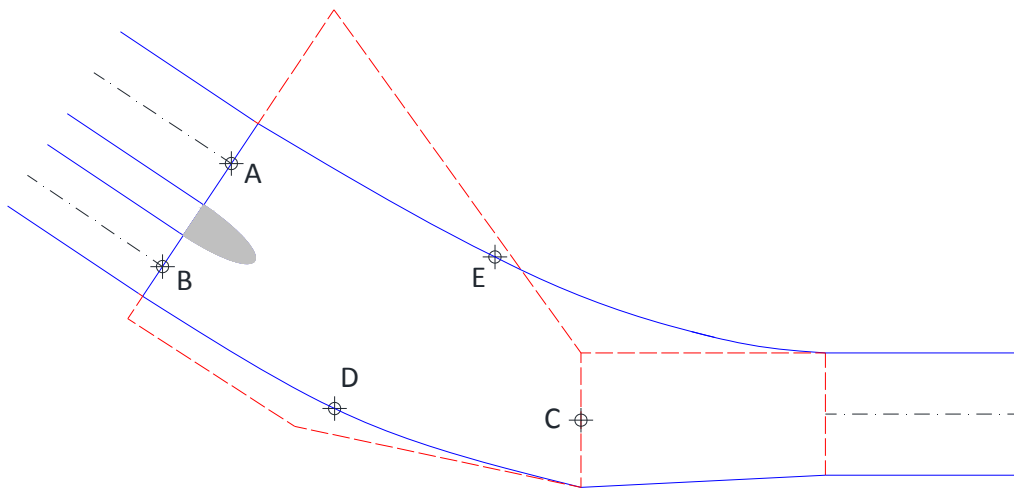


Figura 6.23 Planta de la cámara-uni3n. Situaci3n inicial (l3nea discontinua) y propuesta (l3nea continua)

La c3mara tiene unas dimensiones respetables, adem3s de la problem3tica explicada anteriormente, por tal motivo, es necesario tener un buen conocimiento del campo de calados y velocidades de la misma. La formulaci3n en 1D y la formulaci3n en 2D con un s3lo elemento no son una opci3n por lo que se emplear3 la opci3n VI de la formulaci3n en 2D (discretizaci3n del dominio de c3lculo en m3s de un elemento) para reproducir dicho ensayo.

De esta forma, la c3mara se discretiza con una malla de vol3menes finitos formada por 6,301 elementos tipo cuadril3tero con un tama3o promedio de 0.20 m de lado (Figura 6.24b), y los colectores con celdas o vol3menes finitos con un tama3o de 1 m. Se utiliza un coeficiente de fricci3n de Manning de 0.012 s/m^{1/3} en los colectores y de 0.015 s/m^{1/3} en los elementos en 2D.



Figura 6.24 Modelo reducido (izquierda) y discretizaci3n en una malla de c3lculo (derecha)

Del estudio en modelo reducido como en modelo numérico se desprende que el flujo en la cámara tiene régimen lento. Dado que en el extremo aguas arriba de los colectores, se impone como condición de contorno un caudal de entrada constante, la única manera de verificar el funcionamiento del modelo reducido es a través del control de los niveles; estos niveles junto a las velocidades estimadas, se emplea para hacer una comparación numérico-experimental.

Así, en la Tabla 6.2 se presenta una comparación numérico-experimental de la variables del flujo (calados y velocidades) medidas y calculadas. Además, en la Figura 6.26 se puede ver la superficie libre del agua del funcionamiento hidráulico del modelo físico en un instante de tiempo determinado, mientras que en la Figura 6.26 se tiene el campo de calados y el campo de velocidades calculado.



Figura 6.25 Superficie libre del agua en un instante de tiempo determinado en el modelo físico

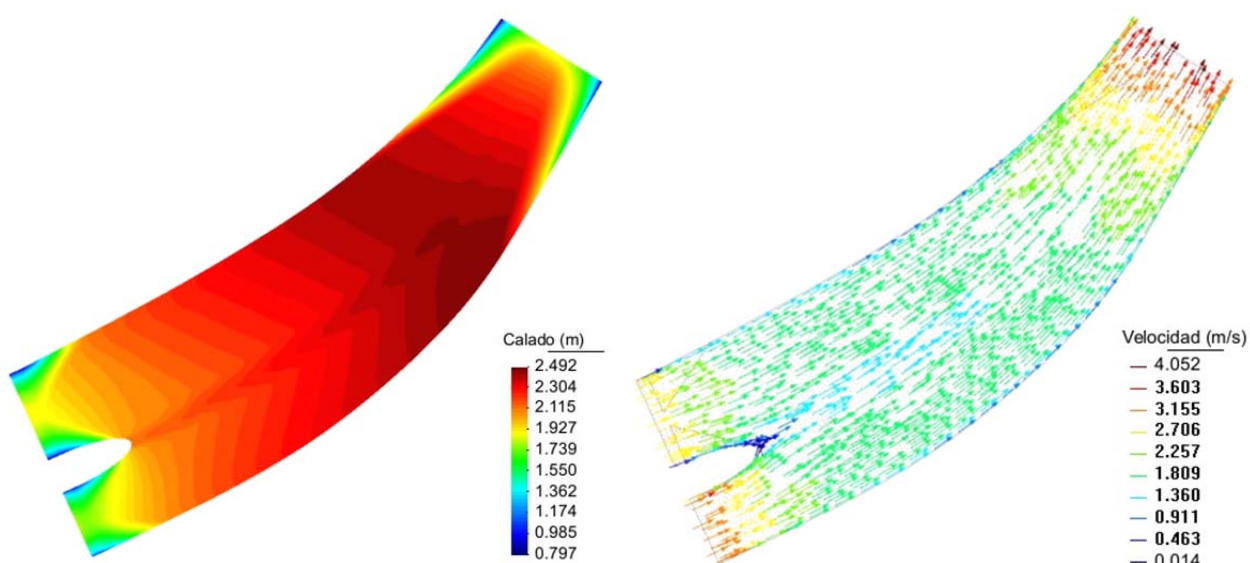


Figura 6.26 Campo de calados (izquierda) y campo de velocidades (derecha)

Tabla 6.2 Comparación de calados y velocidades. Datos medidos y calculados

Punto	Calado [m]		Error [%]	Velocidad [m/s]		Error [%]
	Med.	Cal.		Med.	Cal.	
A	1.75-1.95	2.00	2.56	2.2	2.17	1.36
B	1.5-1.7	1.95	14.71	2.2	2.55	15.91
C	2.5-2.6	2.46	1.60	1.7	1.75	2.94
D	2.4-2.5	2.32	3.33	1.7	1.75	2.94
E	2.1-2.3	2.37	3.04	1.7	1.59	6.47

De la comparación realizada de las variables hidráulicas en los puntos A-D entre el modelo físico y el modelo numérico (Tabla 6.2), se observa que en todos los puntos el error relativo entre ellas es menor al 3.5 %, salvo en el punto B donde este error relativo es de alrededor del 15 %, y en el punto E, las velocidades difieren en un poco más del 6%. El origen de estas diferencias puede estar en la turbulencia significativa que aún presenta el flujo (Figura 6.25), a pesar de que la cámara pasa a ser prácticamente un nuevo conducto con la suavización de la geometría propuesta, o en el comportamiento pulsativo del nivel del agua en el conducto de entrada por la margen derecha por ligeras entradas en carga momentáneas.

7 DRENAJE URBANO DUAL

El drenaje urbano se integra de dos componentes principalmente separados y distintos: uno superficial, o sistema de drenaje mayor, compuesto por calles, cunetas, y canales naturales o artificiales y un sistema subsuperficial, o sistema de drenaje menor, compuesto por colectores, uniones y estructuras de control como compuertas, vertederos, etc. (Smith 2006), citando a otros autores. El sistema de drenaje menor habitualmente se diseña para funcionar en lámina libre para un caudal asociado a un periodo de retorno, relacionado con los eventos más frecuentes. Cuando se presenta un evento de lluvia con periodo de retorno superior al de diseño, los colectores (sistema de drenaje menor) pueden entrar en carga, incluso el agua puede llegar a salir a la superficie urbana y ser transportada por el sistema de drenaje mayor (calles). El periodo de retorno de diseño para el sistema de drenaje menor varía entre 10 y 20 años, en función de la ubicación geográfica y el régimen de lluvias. La conexión entre los dos sistemas es bidireccional (Djordjevic et al. 1999), es decir, el flujo puede ir del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor y viceversa. Actualmente, a la interacción de flujo que existe entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor se le conoce como drenaje urbano dual.

Debido al impacto de las inundaciones en áreas urbanas, traducidas principalmente en daños materiales y consecuencias sociales, a lo largo de los años este tema ha tenido gran interés, y grandes esfuerzos han sido dirigidos a entender y modelar numéricamente los fenómenos que ocurren en los elementos del drenaje urbano, con la finalidad de mitigar sus efectos. Así, Smith (2006) reporta que quizás la primera mención del drenaje urbano dual se encuentra en el manual de diseño de la ciudad de Denver (Colorado) en el año 1969. Posteriormente Kidd y Helliwell (1977) describieron el proceso del escurrimiento urbano como un fenómeno de dos fases, reconociendo las complejidades de la interacción entre ambas.

Para llegar al concepto denominado drenaje urbano dual de hoy en día, éste ha sido precedido por varios años de investigación y desarrollo en diferentes países donde se reconoce la necesidad de estudiar el drenaje urbano desde esta perspectiva y los problemas provocados, seguido de una amplio panorama para proponer soluciones (Smith 2006). De esta manera, la evolución desde su primera mención avanzó principalmente en dos líneas. La primera encaminada a entender e interpretar los fenómenos físicos involucrados, y la segunda al uso y desarrollo de modelos matemáticos y esquemas numéricos disponibles para modelar dichos fenómenos.

Así, en las primeras aplicaciones, para simular los procesos involucrados en el drenaje urbano, el método tradicional consistía en separar el hidrograma e incluso el hietograma en dos partes; la primera correspondía al flujo que podía transportar el sistema de drenaje menor, y la otra parte restante sería transportado en el sistema de drenaje mayor. Era una simulación separada y la interacción entre ambos sistemas no era considerada (Djordjevic et al. 2005). Debido a que esta metodología conducía a respuestas incorrectas, algunos modelos (Kidd y Helliwell 1977) dividían el proceso en dos fases principales: la primera consistía en modelar el proceso lluvia-escurrimiento en el sistema mayor y el hidrograma resultante utilizarlo de entrada en el sistema de drenaje menor, asumiendo que todo el volumen era captado por los elementos en los puntos de entrada. Al incluir aproximaciones para considerar flujo en presión, algunos modelos (Chiang y Bedient 1986; Ji 1998) simplemente asumían que el volumen de agua que escapa a través de los pozos de registro se almacenaba temporalmente de forma virtual encima de los mismos y era reintroducida si las condiciones del flujo en el colector lo permitían o simplemente ya no se consideraban en el cálculo (Leandro et al. 2009; Maksimović et al. 2009; Smith 2006). Las aproximaciones anteriores asumían que la conexión entre los sistemas era unidireccional, es decir, desde el sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor únicamente (Djordjevic et al. 2005).

Debido a que las aproximaciones de dos fases descritas anteriormente resultaban en respuestas erróneas del sistema de drenaje, Djordjevic *et al.* (1999) presentan una descripción detallada de los procesos hidrológicos y técnicos para el desarrollo de un modelo numérico en el campo del drenaje urbano dual como tal, tratando de resolver el problema de la interacción entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor, en función de la capacidad de los elementos de intercambio, marcando un antes y un después en este tema.

En lo referente a la evolución de la segunda línea, los primeros modelos numéricos utilizaron métodos conceptuales para modelar el proceso lluvia-escurrimiento en el sistema de drenaje mayor y algunas simplificaciones de las ecuaciones de Saint Venant en 1D, como las ecuaciones de la onda cinemática en 1D para la propagación del escurrimiento tanto en el sistema de drenaje mayor (Kidd y Helliwell 1977) como en el sistema de drenaje menor (Chiang y Bedient 1986; Kidd y Helliwell 1977). Con el avance del conocimiento surgieron los modelos numéricos que empleaban las ecuaciones de la onda difusiva en 1D (Nasello y Tucciarelli 2005) y las propias ecuaciones de Saint Venant en 1D, seguidos de aproximaciones para considerar flujo en presión en 1D (Aragón-Hernández et al. 2012; Djordjevic et al. 1999, 2005; Ji 1998; Leandro et al. 2009; Maksimović et al. 2009; Mark et al. 2004; Schmitt et al. 2004).

En lo que respecta a la propagación de caudales en el sistema de drenaje mayor, el paso inmediato fue utilizar las ecuaciones Saint Venant en 1D (Djordjevic et al. 1999, 2005; Ji 1998; Maksimović et al. 2009; Mark et al. 2004) y con el aumento de la capacidad y velocidad de los ordenadores, aparecieron los modelos numéricos que emplean aproximaciones de las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, como la onda cinemática en 2D y la onda difusiva en 2D (A. S. Chen et al. 2005; M. H. Hsu et al. 2000; Leandro et al. 2009; Schmitt et al. 2004), los cuales, además, son utilizados como modelos para transformar la lluvia en escurrimiento.

En el sistema de drenaje mayor un proceso importante es la transformación lluvia-escurrimiento, la cual en ocasiones se realiza con las ecuaciones de la onda cinemática en 1D para las cuencas de cabecera donde las pendientes de la misma son elevadas y los hidrogramas resultantes sirven de entrada a los modelos numéricos más sofisticados utilizados en la propia área urbana (A. S. Chen et al. 2005; Djordjevic et al. 2005; Mark et al. 2004). Sin embargo, para ciertas condiciones esta aproximación tienen capacidad limitada para modelar la dinámica del flujo de forma fiable (Maksimović et al. 2009).

Es importante resaltar que el desarrollo de herramientas de Sistemas de Información Geográfica (SIG) y técnicas de análisis de terreno (LiDAR acrónimo del inglés *Light Detection And Ranging*) han marcado un punto de inflexión en la modelación de cuencas y el análisis de drenaje pluvial con todas sus complejidades. Estas nuevas herramientas permiten soluciones comprensivas a los problemas de drenaje urbano dual, ya que entre algunos de los mayores problemas se encuentra que los colectores no siempre siguen los patrones de drenaje superficial (M. H. Hsu et al. 2000) y las rutas del flujo superficial son modificados continuamente por el hombre (Djokic y Maidment 1991). En este sentido, algunos trabajos se han realizado en primer lugar para la delineación de subcuencas e implementar modelos hidrológicos de parámetros distribuidos basados en SIG tomando en cuenta la infiltración, capacidades de retención de la superficie, tipos de áreas de la superficie, etc. (Djordjevic et al. 1999; Maksimović et al. 2009; Smith 1993) y posteriormente la definición, geometría y conectividad de redes de flujo superficial para la propagación de caudales hasta los puntos de interacción con otros elementos superficiales (almacenamiento en depresiones) o con el sistema de drenaje menor (Djokic y Maidment 1991; Djordjevic et al. 1999; Maksimović et al. 2009).

El sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor están conectados a través de los elementos de captación (fuentes y sumideros), donde existe una interacción de flujo que da lugar a un caudal de intercambio en ambas direcciones (Djordjevic et al. 1999), por lo que es necesario estimar dichos caudales adecuadamente. En este contexto, se han realizado investigaciones experimentales para determinar la capacidad de intercepción para algunos elementos de captación específicos que funcionan

como sumideros aislados (rejas, bordillos abiertos), calculada en función de las variables hidráulicas (Brown et al. 2001; J. C. Y. Guo 2006; Johnson y F. M. Chang 1984). Para áreas que presentan depresiones, fórmulas tipo vertedero y orificio son utilizadas en función del calado (Brown et al. 2001; J. C. Y. Guo et al. 2009; Johnson y F. M. Chang 1984; Nicklow 2004). Entre el flujo tipo vertedero y orificio existe una transición, donde el tipo de flujo presente todavía no está bien entendido (Brown et al. 2001; J. C. Y. Guo et al. 2009; Nicklow 2004), por lo que se recomienda usar la formulación que intercepte el caudal mínimo (J. C. Y. Guo et al. 2009).

Desafortunadamente las metodologías descritas anteriormente se basan en datos de ensayos de laboratorio y solamente útiles para el tipo de elementos y rangos estudiados y aquellas que son de origen semiempírico necesitan de la calibración de algunos parámetros como el coeficiente de descarga, entre otros, por lo que es deseable contar metodologías generalizadas. En esta dirección, Gómez y Russo (2009) y Gómez y Russo (2011), presentan una formulación para evaluar la capacidad hidráulica a través de la eficiencia hidráulica (proporción de caudal capturado en relación con el caudal total de paso) para rejas longitudinales (en función del caudal, calado de aproximación, parámetros geométricos del elemento) y transversales (en función del número de Froude, calado de aproximación y parámetros geométricos del elemento). Dado que los parámetros utilizados pueden ser aproximados con la geometría de la reja, la sección transversal de la calle y el calado de aproximación del flujo, el procedimiento puede ser aplicado a elementos de captación diferentes pero similares a los ensayados (Gómez y Russo 2009, 2011).

La mayoría de los elementos de captación son susceptibles a ser obstruidos o colmatados en mayor o menor medida, en función del tipo de elemento de captación, localización, posición de la obstrucción, mantenimiento del mismo y de las propias calles, por tal motivo, un factor de obstrucción entre el 10-50 % es recomendado (Brown et al. 2001; Despotovic et al. 2005; J. C. Y. Guo 2000, 2006).

La mayoría de modelos numéricos desarrollados para la modelación de drenaje urbano dual (A. S. Chen et al. 2005; Djordjevic et al. 2005; Leandro et al. 2009; Mark et al. 2004; Nasello y Tucciarelli 2005; Schmitt et al. 2004), principalmente utilizan formulaciones tipo vertedor, orificio o una combinación de las mismas, como las descritas anteriormente o con algunas modificaciones para cuantificar el caudal de intercambio. En ellas, el principal inconveniente es la determinación del valor para el coeficiente de descarga. Este tipo de formulaciones también se encuentran implementadas en los modelos comerciales más comunes como: SWMM, InfoWorks, Mike Urban (Price 2000).

Por lo tanto, para la modelación numérica del drenaje urbano se debe elegir entre los modelos numéricos en 1D/1D o en 1D/2D (colectores/calles), en función de la información disponible, calidad y confiabilidad de resultados y, el tiempo de cálculo. Los modelos numéricos en 1D tienen muy buena representación en calles, canales y conductos confinados, donde la velocidad principal del flujo es en una sola dirección, mientras que los modelos numéricos en 2D son adecuados en llanuras de inundación, flujo sobre calles, cruce de dos corrientes donde la velocidad del flujo tiene dos direcciones principales; sin embargo, los modelos numéricos 2D requieren una discretización espacial topográfica muy alta, por lo tanto más demandantes computacionalmente e imprácticos para el control de eventos en tiempo real, todo lo contrario que los modelos en 1D (Horritt y Bates 2002; Leandro et al. 2009; Maksimović et al. 2009; Mark et al. 2004; Vojinovic y Tutulic 2009).

7.1 Descripción de los procesos hidráulicos en el drenaje urbano

Las áreas urbanas se pueden clasificar desde el punto de vista económico como: públicas y privadas y desde el punto de vista hidrológico como: permeables e impermeables. De forma general, entre las zonas impermeables encontramos: edificaciones (viviendas, hospitales, escuelas, oficinas, etc.), calles, áreas deportivas, etc. Por otra parte, entre las permeables se encuentran: parques, jardines, zonas interiores, zonas sin edificar, etc. Entre las diversas superficies, podemos identificar áreas verdes (parques, jardines, áreas interiores) y áreas grises (áreas deportivas, pavimentos, etc.).

Cuando se presenta un evento de lluvia en una zona urbana después de que ocurren algunos o parte de los procesos hidrológicos de intercepción, evapotranspiración, infiltración y llenado de depresiones, el escurrimiento seguirá los gradientes topográficos del terreno natural o artificial hasta alcanzar las calles. En este proceso, los patios interiores tienen un comportamiento incierto, si son impermeables, pueden estar conectados a los colectores, en caso contrario, pueden estar conectados con zonas de terreno natural o a la calle (Monte y Marco 1992). Por lo tanto, es importante destacar, que el agua proveniente de los tejados de los edificios y áreas interiores, puede ser conducida a los colectores, descargar directamente sobre las aceras o las cunetas, o una combinación de las anteriores.

Al paso del caudal por las calles y más propiamente por las cunetas, debido a la pendiente transversal de la calzada, éste encontrará elementos de captación (sumideros, imbornales, rejillas, etc.), los cuales conducirán el caudal hacia los colectores. Es muy frecuente que no todo el caudal sea captado, debido a un mal diseño del elemento de captación, mala ubicación, o que el caudal circulante excede la capacidad de captación de dichos sumideros, por lo que existe un caudal que continúa aguas abajo de los mismos (Despotovic et al. 2005; Djordjevic et al. 1999; Mark et al. 2004). El caudal interceptado

(caudal que es conducido a los colectores) es propagado en lámina libre a través de los colectores y conducido hasta una planta de tratamiento, depósito de retención o al medio natural. Así, el escurrimiento producto del evento de lluvia será transportado tanto por la superficie urbana como por los colectores al mismo tiempo en la dirección que la topografía y condiciones del flujo impongan (Figura 7.1).

Si el periodo de retorno del evento de lluvia es mayor al periodo de retorno de diseño, sobretodo, de los elementos de captación y colectores, entonces existirá un aumento en el escurrimiento que llega a las calles y a los colectores. Si la capacidad de los colectores es superada, estos entran en carga, por lo tanto, si la carga piezométrica del colector es mayor a la superficie libre del agua de la superficie urbana, en los puntos de intercambio, propiciará que el agua salga a la superficie urbana, ocasionando una inundación.

Una inundación en una zona urbana puede ser provocada por el volumen de agua que no puede interceptar los elementos de captación, por el volumen de agua que es expulsado del sistema de drenaje menor a través de los elementos de captación o por ambos. La inundación se manifiesta de forma que el agua se mueve sobre la superficie urbana, respondiendo a la topografía y llenando depresiones mayores si existen y si la intensidad de la precipitación lo permite, provocará un aumento de caudal y por ende de calados y/o velocidades.

Así, en función del valor de los calados, en primer lugar se puede inundar lugar la calzada generando interrupciones parciales o totales del tránsito de vehículos; en segundo lugar alcanzar las aceras entorpeciendo el movimiento de las personas. Si dicho nivel sigue aumentando, alcanzará los sótanos de los edificios. Todo ello, provocando grandes daños a las construcciones y a la infraestructura urbana, así como también pérdidas económicas y lo que aún es peor, pérdida de vidas humanas (Schmitt et al. 2004). En todo este proceso juega un papel fundamental la velocidad del flujo, ya que si ésta tiene valores bajos, tanto los vehículos como la personas, en casos aislados podrían desplazarse, en caso contrario, con velocidades altas puede provocar el arrastre de mobiliario urbano, personas e incluso vehículos. Además, con valores altos de la velocidad, aunado al tiempo de retención del agua, las pérdidas materiales podrían ser todavía mayores.

Como hemos descrito anteriormente, ante la ocurrencia de un evento de lluvia en una zona urbana, existen elementos del drenaje que permiten evacuar el escurrimiento producto de dicha lluvia. Estos elementos, de forma general para efectos prácticos y de modelación numérica se pueden clasificar en: tejados, calles, colectores, unión de colectores y elementos de captación (fuente y sumideros). Los

colectores; se colocan en los cambios de dirección, cambios topográficos, cambio de diámetro de los colectores, etc.

7.2 Interacción de flujo

Según lo descrito anteriormente, hay una interacción entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor, que da lugar a un intercambio de flujo en ambas direcciones a través de las fuentes y los sumideros, el cual debe ser estimado adecuadamente para modelar el drenaje urbano dual apropiadamente. De esta forma, en los puntos de localización de las fuentes y sumideros el proceso de interacción de flujo da lugar a tres casos:

- La carga piezométrica en el colector es menor que el nivel del terreno de la superficie urbana, por lo que ésta no interviene sobre el flujo de intercambio y el flujo captado del sistema de drenaje mayor entra al sistema de drenaje menor libremente (Figura 7.2a).
- La carga piezométrica del colector se encuentra entre el nivel del terreno de la superficie urbana y la superficie libre del agua en la calle, por lo que el flujo aún entra al sistema de drenaje menor, pero bajo la influencia de la carga hidráulica del colector (Figura 7.2b).
- La carga hidráulica en el colector es mayor a la superficie libre del agua en la calle, por lo tanto, el flujo escapa del sistema de drenaje menor hacia el sistema de drenaje mayor (Figura 7.2c).

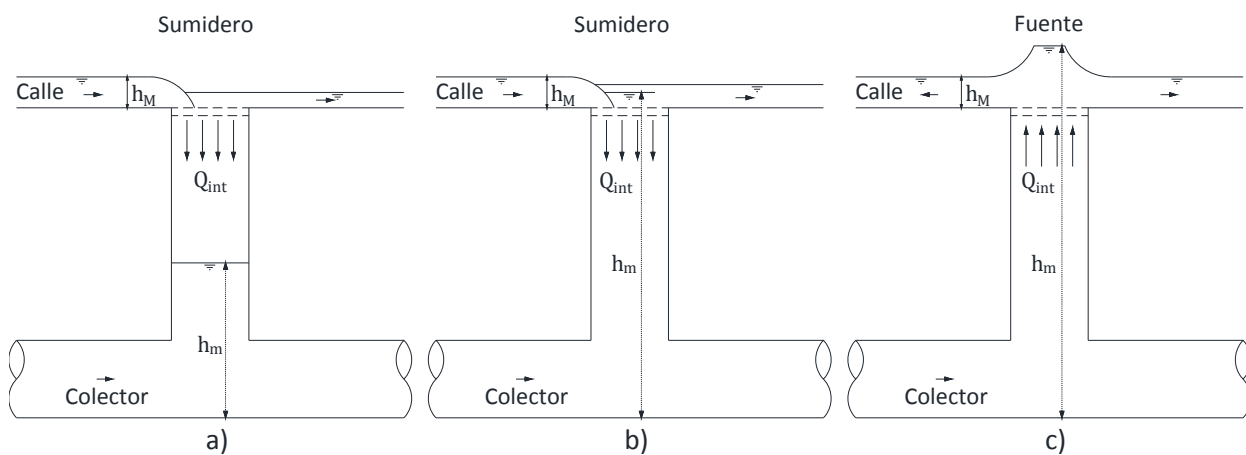


Figura 7.2 Esquema de flujo en los puntos de interacción

7.3 Caudales de intercambio

La capacidad hidráulica o de intercepción (cantidad de agua interceptada por un sumidero bajo ciertas condiciones) gobierna el caudal de intercambio (caudal interceptado por los sumideros) en los casos a y

b El caudal interceptado es función de la posición, tamaño y tipo de reja, condiciones de flujo, rugosidad de la superficie, geometría de la calzada, y el fenómeno de colmatación (Despotovic et al. 2005; Gómez y Russo 2011). Esta definición válida para los casos a) y b, asume que la funcionalidad de los sumideros no es afectada por las condiciones existentes en los pozos de registro y en los colectores (Despotovic et al. 2005).

Para estimar los caudales de intercambio, existen formulaciones semiempíricas tipo orificio o vertedero y formulaciones experimentales basadas en la definición de la eficiencia hidráulica, las características del flujo y la geometría de los sumideros. La primera formulación se puede utilizar en los casos a, b y c, mientras la segunda, solamente es aplicable al caso a, aunque en este trabajo haciendo algunas consideraciones será extendida al caso b.

7.3.1 Formulación orificio/vertedero

Este tipo de formulación, considera que el flujo de intercambio es función del calado de aproximación (J. C. Y. Guo et al. 2009). Así, el caudal de intercambio para el caso a puede ser estimado mediante una formulación tipo vertedero para calados pequeños (Djordjevic et al. 2005; J. C. Y. Guo et al. 2009; Mark et al. 2004; Nasello y Tucciarelli 2005) y una formulación tipo orificio para calados grandes (Djordjevic et al. 2005; J. C. Y. Guo et al. 2009; Mark et al. 2004). Como la transición de los regímenes de flujo de vertedero a orificio y viceversa no es muy clara, se recomienda utilizar la formulación que estime el caudal mínimo (J. C. Y. Guo et al. 2009; Nasello y Tucciarelli 2005). En el caso b, el flujo puede ser caracterizado con una formulación tipo orificio (Djordjevic et al. 2005) o tipo compuerta (Nasello y Tucciarelli 2005). Finalmente, para el caso c una ecuación tipo orificio es la más apropiada (Djordjevic et al. 2005; Mark et al. 2004).

Las fórmulas tradicionales para estimar el caudal a través de un orificio Q_o y a través de un vertedero Q_v , respectivamente son:

$$Q_o = C_{do} A_{int} \sqrt{2gH} \quad (7.1)$$

$$Q_v = C_{dv} L_{int} H^{3/2} \quad (7.2)$$

Donde A_{int} es el área de captación, L_{int} la longitud de captación, H la carga hidráulica, C_{do} el coeficiente de descarga del orificio y C_{dv} el coeficiente de descarga del vertedero.

Esta formulación presenta algunos inconvenientes, el primero relacionado con los valores de los coeficientes de descarga, ya que son complicados de determinar debido a la poca o nula existencia de datos experimentales específicos para estos elementos, por lo que normalmente valores entre 0.60-0.80 son recomendados para el coeficiente de descarga del orificio y 1.70-3.20 para el coeficiente de descarga del vertedero. Además, dado que los coeficientes de descarga son diferentes, necesitan ser acoplados de tal forma durante el cálculo, para asegurar transiciones suaves entre todos los casos (Djordjevic et al. 1999).

El segundo inconveniente consiste en determinar la longitud de intercepción correcta para emplear una formulación tipo vertedero, en cambio, una formulación tipo orificio emplea el área A_{int} (corresponde al área de huecos). Cuando el intercambio de flujo es del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor y el calado cubre totalmente el elemento de captación, esta longitud se caracteriza con el perímetro total del elemento, en caso contrario, esta longitud puede ser menor al perímetro total del elemento de captación.

Cuando la longitud es menor al perímetro, es difícil de determinar de forma precisa, ya que depende de diversos factores, entre ellos el calado de aproximación, topografía de la superficie, dinámica del flujo, etc. Con una mala estimación de dicha longitud se puede obtener porcentajes de error importantes en la estimación del caudal de intercepción, sin embargo, debido a que son calados pequeños cuantitativamente pueden ser de poca importancia. A pesar de lo anterior, y para tener una mejor precisión en la estimación de los caudales de intercambio, se propone caracterizar dicha longitud en función únicamente del calado de aproximación al sumidero del sistema de drenaje mayor según se muestra en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1 Longitud de intercepción en función del calado de aproximación

Calado [m]	Reja longitudinal [m]	Reja transversal [m]	Tapa de registro [m]
$h < w_1$	W	W	$0.4P$
$w_1 \leq h \leq w_2$	$W+L$	W	$0.6P$
$h > w_2$	$2W+L$	W	P

Donde h es el calado de aproximación, W el ancho de la reja, L la longitud de la reja, P perímetro de la tapa del pozo de registro (Figura 7.3). Para las rejillas ubicadas en calles con pendiente transversal S_t mayor a cero $w_1 = S_t W$ y $w_2 = S_t W + 2S_t L$, en caso contrario, asumiendo un ancho de reja de 0.5 m y una pendiente transversal de 0.02, $w_1 = 0.01$ m, en cambio, suponiendo un largo de reja de 1 m y una

pendiente longitudinal de 0.05 $w_2 = 0.05$ m. Además, se propone emplear estos valores para las rejillas transversales y tapas de los pozos de registro.

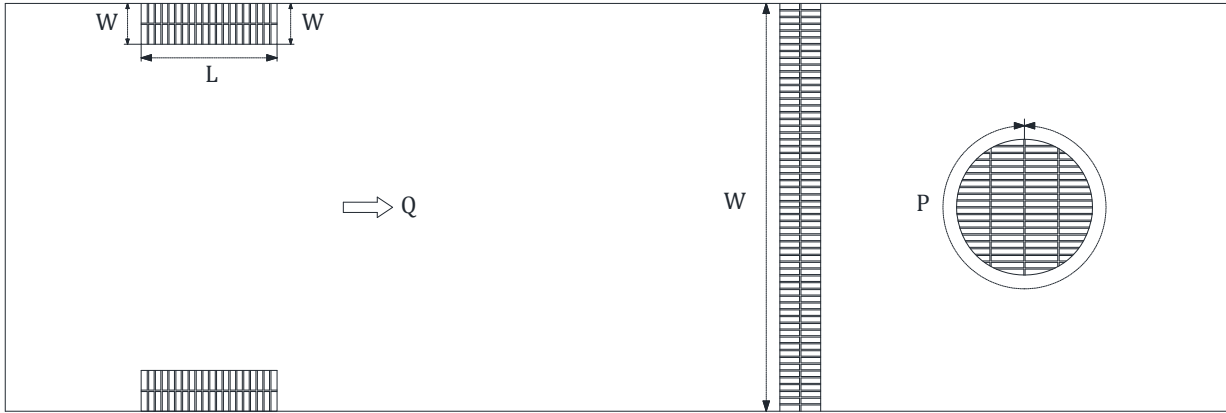


Figura 7.3 Esquema para determinar la longitud de interceptación en rejillas longitudinales, transversales y tapas de pozos de registro

7.3.2 Metodología Flumen

Esta metodología permite estimar el caudal interceptado por un sumidero a partir su eficiencia hidráulica E , definida como la proporción o porcentaje entre el caudal interceptado Q_{int} y el caudal total de aproximación al sumidero Q (Brown et al. 2001; Despotovic et al. 2005; Gómez y Russo 2009, 2011; Nicklow 2004).

$$E = \frac{Q_{int}}{Q} \quad (7.3)$$

Como resultado de los ensayos experimentales realizados en el laboratorio de hidráulica del DEHMA, ETSECCPB, UPC, para analizar el comportamiento hidráulico y capacidad de captación de diferentes tipos de rejillas y macro-rejillas, Gómez y Russo (2011), determinaron una ecuación de tipo potencial que relaciona la eficiencia de captación de rejillas y macro-rejillas con el calado y caudal de aproximación a la rejilla y de dos parámetros característicos de la geometría las mismas, definida como:

$$E = A \left(\frac{Q}{h} \right)^{-B} \quad (7.4)$$

Donde:

$$A = \frac{1.988 A_g^{0.403}}{p^{0.190} (n_t + 1)^{0.088} (n_l + 1)^{0.012} (n_d + 1)^{0.082}} \quad (7.5)$$

$$B = 1.346 \frac{L^{0.179}}{W^{0.394}} \quad (7.6)$$

Donde h es el calado de aproximación, A y B los parámetros geométricos característicos de cada reja, y que se obtiene a partir del área mínima que engloba los huecos A_g , el porcentaje entre el área de huecos A_H y el área mínima que engloba los huecos $p = (A_H / A_g) * 100$, el número de barras transversales n_t , el número de barras longitudinales n_l , el número de barras diagonales n_d , la longitud de la reja L y ancho de la reja W .

Es importante enfatizar que esta ecuación se obtuvo experimentalmente para el caudal que circula por un ancho de calzada de 3 m, por lo que se tuvieron las precauciones necesarias al momento de implementarla en el modelo numérico. En caso de que el ancho de la mitad de la calzada sea distinto, la ecuación (7.4) puede generalizarse, considerando una distribución uniforme de la velocidad (Gómez y Russo 2011).

De forma similar, para el caso de rejillas transversales continuas Gómez y Russo (2009), determinaron una ley que relaciona la eficiencia hidráulica de captación de estas estructuras con el número de Froude Fr , calado de aproximación y dos coeficientes característicos de la geometría α y β , resultando en:

$$E = \alpha \left[Fr \left(\frac{h}{L} \right)^{0.812} \right] + \beta \quad (7.7)$$

En este caso la eficiencia hidráulica de captación de rejillas continuas puede ser expresada en términos de una eficiencia unitaria, definida como el cociente entre el caudal interceptado y el caudal de aproximación, ambos por unidad de ancho.

Una vez determinada la eficacia con cualquiera de las dos fórmulas anteriores, el caudal interceptado Q_{int} se puede determinar como:

$$Q_{int} = E * Q \quad (7.8)$$

Esta metodología tiene la ventaja, de poder extrapolar la formulación a otras rejillas con características similares sin necesidad de ser ensayadas (Gómez y Russo 2011).

7.4 Drenaje dual

Para realizar la conexión entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor es trascendental en primer lugar, conocer los puntos donde se puede presentar la interacción de flujo entre ambos sistemas; en segundo lugar, conocer si existe o no intercambio de flujo entre ambos sistemas y finalmente en tercer lugar estimar el caudal de intercambio. Para ello, algunos modelos numéricos (Mark et al. 2004), solamente permiten la interacción de flujo en los pozos de registro, mientras que otros (Djordjevic et al. 2005; Leandro et al. 2009) utilizan elementos equivalentes para juntar más de un elemento de captación en un pozo de registro. Con estas opciones no es posible conocer el comportamiento hidráulico real del agua sobre las calles y en los colectores.

La interacción de flujo es un proceso hidráulico, dinámico, bastante complejo y aún no estudiado completamente, por tal motivo, en este trabajo se pretende modelar la interacción de flujo entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor de forma más realista mediante una aproximación integral (Schmitt et al. 2004). Lo anterior implica realizar la interacción en el punto físico correspondiente a los elementos de captación. Así, en función de la aplicabilidad de las metodologías anteriores, la estimación de caudales de intercambio para los casos de la Figura 7.2 se realiza de dos formas: I y II (Tabla 7.2).

- I) Consiste en utilizar la metodología Flumen para el caso a. A falta de ensayos de laboratorios se propone extender esta misma metodología para el caso b, utilizando un factor de restricción de caudales F_{RQ} , que sigue una ley lineal en función de la diferencia de cargas piezométricas entre ambos sistemas según la ecuación (7.9). Una formulación tipo orificio será empleada para modelar el caso c.
- II) Consiste en utilizar solamente la formulación orificio/vertedero para los tres casos [casos a, b y c], en función de la carga piezométrica tanto en el sistema de drenaje menor como en el sistema de drenaje mayor.

La idea de emplear una ley lineal, proviene de suponer que cuando la carga piezométrica en el colector es menor o igual a la cota de la superficie urbana (caso a), el elemento de captación intercepta el caudal sin influencia de la carga piezométrica del colector (la carga piezométrica en el colector es probable que pueda influir desde una distancia antes de que alcance la cota de la superficie del terreno, en tal caso, la

ecuación (7.9) debería ser afectada con el valor de dicha distancia. Esta distancia podría ser determinada con ensayos de laboratorio) y cuando esta misma carga piezométrica es igual o mayor a la carga piezométrica en la superficie (caso c), el caudal sale del sistema de drenaje menor al sistema de drenaje mayor. Es decir, el caudal de captación va disminuyendo desde que la carga piezométrica alcanza la cota de la superficie del terreno (o antes si se considera una distancia de interacción), hasta alcanzar un valor de cero, cuando dicha carga es igual a la carga piezométrica del sistema de drenaje mayor. Esta disminución de caudales, puede tener un comportamiento diferente al supuesto en este trabajo y depender de otros factores.

$$F_{RQ} = \frac{H_M - H_m}{h_M} \quad (7.9)$$

Donde H_M es la carga piezométrica en el sistema de drenaje mayor, en el punto de intercambio, H_m es la carga piezométrica en el sistema de drenaje menor, en el punto de intercambio y h_M es el calado en la superficie en el punto de intercambio.

Tabla 7.2 Estimación de caudales de intercambio en función de la carga piezométrica del sistema de drenaje mayor y del sistema de drenaje menor

Opción/ Carga hidráulica	I	II
$H_m < Z_M$	$Q_{M,m} = Q_{int}$	$Q_{M,m} = \min(Q_o, Q_v)$
$Z_M < H_m < H_M$	$Q_{M,m} = F_{RQ} Q_{int}$	$Q_{M,m} = Q_o$
$H_m > H_M$	$Q_{m,M} = Q_o$	$Q_{m,M} = Q_o$

Donde $Q_{M,m}$ es el caudal de intercambio del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor, $Q_{m,M}$ es el caudal de intercambio del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor, Z_M es la cota en el sistema de drenaje mayor en el punto de intercambio y Z_m es la cota de fondo del colector en el punto de intercambio.

Las tapas de los pozos de registro, generalmente no presentan orificios y cuando la carga piezométrica del sistema de drenaje menor es mayor a la del sistema de drenaje mayor, el flujo no puede salir de forma instantánea. En este caso, la carga piezométrica del sistema de drenaje menor debe de aumentar en un cierto valor para que la fuerza hidrodinámica sea capaz de levantar la tapa del pozo de registro. La carga adicional h_T [ecuación (7.10)] es igual al diámetro de la tapa multiplicada por la relación de densidades del material de la tapa del pozo de registro y del agua. Si la tapa del pozo de registro está

enganchada a la superficie urbana, la carga adicional debería ser corregida a través de h_a . (Djordjevic et al. 2005).

$$h_T = D_T \frac{\rho_T}{\rho_w} + h_a \quad (7.10)$$

El hecho de considerar el caudal de intercambio en la modelación numérica, únicamente modifica el término independiente de la ecuación de continuidad en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D (2.8), en las ecuaciones de Saint Venant en 1D (2.14) y en las ecuaciones de flujo en presión en 1D (2.21). La descomposición del término independiente de la ecuación de continuidad da lugar a $\mathbf{H} = \mathbf{H}^1 + \mathbf{H}^2 + \mathbf{H}^3$. Para las ecuaciones en 1D, \mathbf{H}^3 responde a (7.11) y para las ecuaciones en 2D a (7.12).

$$\mathbf{H}^3 = \begin{bmatrix} q_{\text{int}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$\mathbf{H}^3 = \begin{bmatrix} q_{\text{int}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

Donde q_{int} es el caudal de intercambio por unidad de longitud para el caso en 1D y el caudal por unidad de área para el caso en 2D. Para que sea considerado dentro del esquema numérico, \mathbf{H}_i^* en (3.68) y (3.91) se transforma en $\mathbf{H}_i^* = \mathbf{H}_i^{*1} + \mathbf{H}_i^{*2} + \mathbf{H}_i^{*3}$, con \mathbf{H}_i^{*3} , definido respectivamente como:

$$\mathbf{H}_i^{*3} = \Delta x_i \mathbf{H}_i^3 \quad (7.13)$$

$$\mathbf{H}_i^{*3} = V_i \mathbf{H}_i^3 \quad (7.14)$$

El resultado de lo anterior es un modelo de elementos de captación que permite determinar el caudal de intercambio de dos formas, la metodología Flumen y la formulación orificio/vertedero.

7.5 Validación y aplicación

Para valorar la aplicabilidad de las formulaciones para la estimación de caudales de intercambio en los puntos de interacción entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor, se presentan

dos casos. En el primero se utiliza la metodología Flumen para realizar una comparación numérico-experimental del efecto de un elemento de captación (una reja modelo IMPU) sobre el campo de velocidades y calados en un vial urbano; con estos mismos datos experimentales se emplea también la formulación orificio/vertedero y se determina su coeficiente de descarga. En el segundo, se aplica la metodología Flumen a un tramo de calle típico del Eixample en Barcelona, con la presencia de elementos de captación (rejas modelo R-121). En este caso, en un primer escenario se supone que todos los elementos de captación funcionan como sumidero, en un segundo se analiza su funcionamiento como fuentes y sumideros empleando un colector que entra en carga desde el extremo aguas abajo, y en un tercer escenario se emplea el modelo numérico para determinar la distancia entre elementos de captación funcionando como sumideros, considerando la descarga de hidrogramas provenientes de tejados hipotéticos sobre la calle, una lluvia de diseño asociada a un periodo de retorno y a criterios de peligro por inundación en zonas urbanas determinados.

7.5.1 Ensayo de sumidero en un vial urbano

El laboratorio de hidráulica del DEHMA, ETSECCPB, UPC dispone de una plataforma que reproduce media calzada de un vial urbano y permite probar elementos de captación funcionando como sumideros. En esta plataforma Barbero (2001) realizó una serie de ensayos para determinar la distribución de velocidades en una sección transversal, justo aguas arriba de la ubicación del sumidero. La plataforma tiene una escala 1:1, con dimensiones de 5.5 m de largo por 3 m de ancho. Las pendientes longitudinales se pueden modificar entre 0-10 % y las transversales entre 0-4 %. Los ensayos se realizaron con flujo en régimen permanente con caudales de paso de 0.020-0.200 m³/s, sin influencia de la carga piezométrica en el colector. Los caudales de entrada son estimados con una válvula multichorro y un caudalímetro electromagnético con aproximación de 1 l/s, mientras que los calados de aproximación son medidos con un limnómetro con aproximación de 0.001 m. El caudal captado por el sumidero es estimado con un vertedero triangular de pared delgada y un limnómetro con aproximación de 0.001 m. El campo de velocidades fue medido con una sonda acústica estándar ADV, frecuencia de 10 MHz, SonTek y con la ayuda de un limnómetro guía para tomar medidas en diferentes verticales y profundidades (0.004 m, 0.030 m y 0.040 m desde la solera) en una sección transversal justo aguas arriba del borde del sumidero y en las direcciones x , y , y z (Barbero, 2001).

Es necesario mencionar, que debido a las inherentes dificultades para medir el campo de velocidades cuando existen calados pequeños, no fue posible realizar las tres medidas en todas verticales a partir de 1.5 m desde el bordillo. Para tener un perfil de velocidades en toda la sección transversal, a partir de los datos medido (de 0 a 1.5 m desde el bordillo) se ajustó una función logarítmica y los valores de 1.5 a 3 m desde el bordillo fueron extrapolados (Barbero, 2001).

Para nuestro caso, se seleccionó el ensayo correspondiente a la configuración de la plataforma con una pendiente longitudinal de 0.02, pendiente transversal de 0.04 y una reja modelo IMPU. La reja tiene una longitud de 0.84 m, un ancho de 0.341 m, un valor de A de 0.40, de B de 0.82 y un área de huecos de 0.087 m^2 (32.80 % respecto al área total de la reja).

La condición inicial es un calado nulo en toda el área de estudio. Las condiciones de contorno en el extremo aguas arriba es un caudal de entrada constante de $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ y en el extremo aguas abajo caída libre. La geometría de la plataforma se discretiza con 255 elementos con forma de cuadrilátero (Figura 7.4). Se emplea la metodología Flumen.

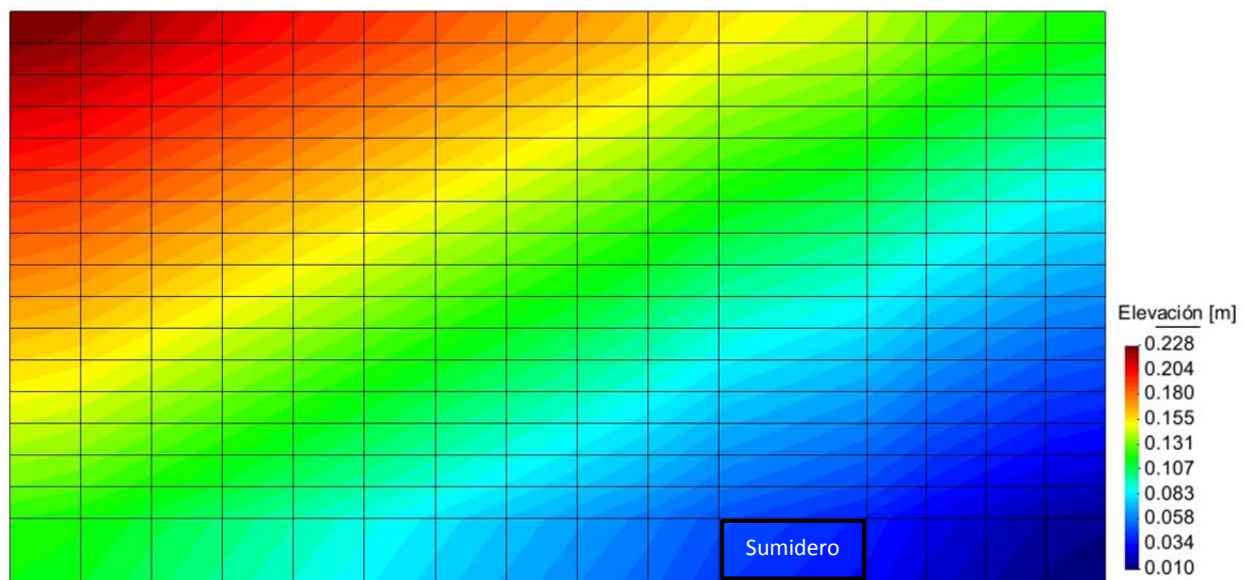


Figura 7.4 Topografía y malla de cálculo de la plataforma

Así, del análisis de los resultados, en la Figura 7.5 se puede observar la comparación numérico-experimental en una sección transversal justo aguas arriba del borde del sumidero (visto desde aguas abajo) de la velocidad medida, la velocidad calculada y como referencia la velocidad calculada sin considerar el sumidero. El campo de calados y el campo de velocidades obtenidos se pueden ver en la Figura 7.6. Como parámetro de calibración se utilizó el coeficiente fricción de Manning. El valor del coeficiente de fricción de Manning que permite ajustar medianamente los resultados, resultó de $0.05 \text{ s/m}^{1/3}$; este valor es bastante mayor al valor correspondiente para el material de la plataforma donde se realizaron los ensayos. La razón de esto, se puede deber a que el sumidero ejerce una gran resistencia al flujo, incrementado de esta forma la fricción o, que la condición de contorno no sea la adecuada, es decir, en el extremo aguas abajo se presente un calado mayor al calado crítico.

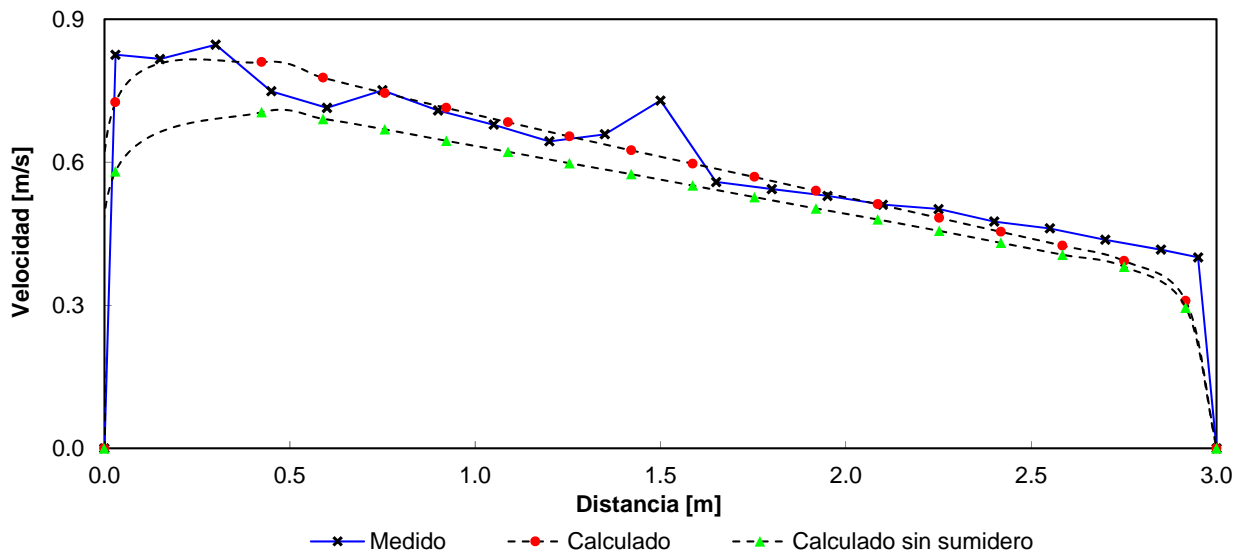


Figura 7.5 Velocidad del flujo en una sección transversal justo aguas arriba del sumidero. Visto desde agua abajo

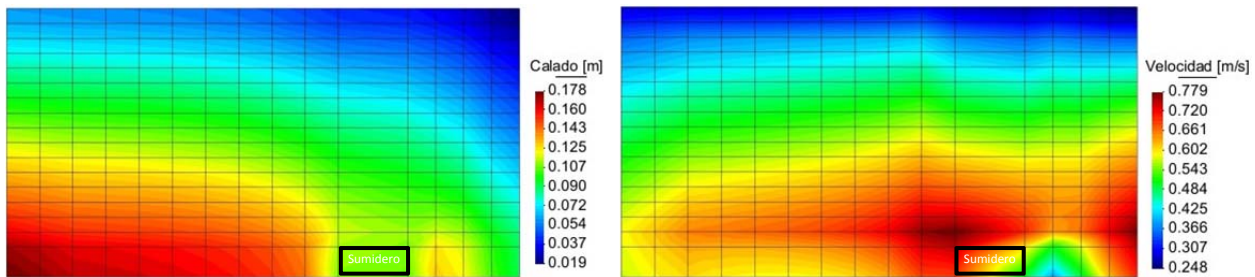


Figura 7.6 Campo de calados (izquierda) y campo de velocidades (derecha)

Con la metodología Flumen empleada en los cálculos se obtuvo en primer lugar la eficiencia del sumidero con base en el calado y caudal aguas arriba del sumidero, y las características geométricas de la reja longitudinal, resultando ésta del 29.5 % muy similar a la experimental del 31 %. En segundo lugar, se determinó el caudal captado por el sumidero siendo de $0.059 \text{ m}^3/\text{s}$. Para determinar adecuadamente la eficiencia del sumidero es fundamental conocer el elemento que se ubica aguas arriba del sumidero, ya que, se emplea el calado del mismo, además del caudal total de aproximación al sumidero. Una formulación con base en el caudal unitario sería más práctica en la modelación en 2D.

El empleo de las formulaciones orificio/vertedero en la modelación en 2D, es más sencillo ya que sólo es necesario el calado de aproximación, en cambio, definir un coeficiente de descarga no es trivial. Suponiendo igualdad de condiciones hidráulicas, para obtener el caudal interceptado empleando sólo la ecuación del orificio, es necesario un coeficiente de descarga de 0.40, mientras que únicamente con la ecuación del vertedero el coeficiente de descarga es de 0.76. Valores alejados de los que recomienda la literatura.

7.5.2 Efecto de los elementos de captación sobre la hidrodinámica del flujo en calles

El diseño de los elementos de captación, mayoritariamente aquellos que funcionan como sumideros (rejās) debería de realizarse desde el punto de vista hidráulico, sin embargo, estos diseños se realizan atendiendo a sus dimensiones, formas e integración en el mobiliario urbano, etc. (Gómez 2008b). De igual forma, la distancia de colocación entre ellos debería obedecer a factores hidráulicos, pero desgraciadamente actualmente no es así. Cuando la carga piezométrica en el colector con el cual conecta un elemento de captación es mayor a la superficie libre del agua en la calle en el punto donde se ubica dicho elemento, éste puede pasar de funcionar como sumidero a funcionar como fuente. Para conocer el comportamiento hidráulico de un tramo de calle con elementos de captación funcionando como sumideros y elementos funcionando como fuentes, se modelará una calle típica del barrio del Eixample en Barcelona, caso propuesto por (Gómez et al. 2009).

La calle tiene una longitud de 60 m (para mostrar otros aspectos importantes y para no tener efecto de la condición de contorno en el extremo aguas abajo, la longitud de la calle empleada es de 100 m), un ancho de 26 m y una pendiente longitudinal del 1 %. La calzada tiene un ancho de 12 m, una pendiente transversal del 1% y un coeficiente de fricción de Manning de $0.016 \text{ s/m}^{1/3}$; las aceras tienen un ancho de 7 m, una pendiente transversal del 1 % y un coeficiente de fricción de Manning de $0.02 \text{ s/m}^{1/3}$ para considerar los efectos de la macro-rugosidad (Figura 7.7). En las cunetas formadas entre el bordillo y la calzada se ubican los sumideros con un espaciamiento de 10 m. El elemento de captación empleado para tal efecto es una reja modelo R-121, con una longitud de 0.78 m, un ancho de 0.61, un valor de A de 0.47, de B de 0.77 y un área de huecos de 0.1214 m^2 (42.76 % con respecto a su área total). El caudal que intercepta esta reja, también se puede estimar mediante una ecuación tipo orificio y cuyo coeficiente de descarga es de 0.2 (Gómez 2008c).

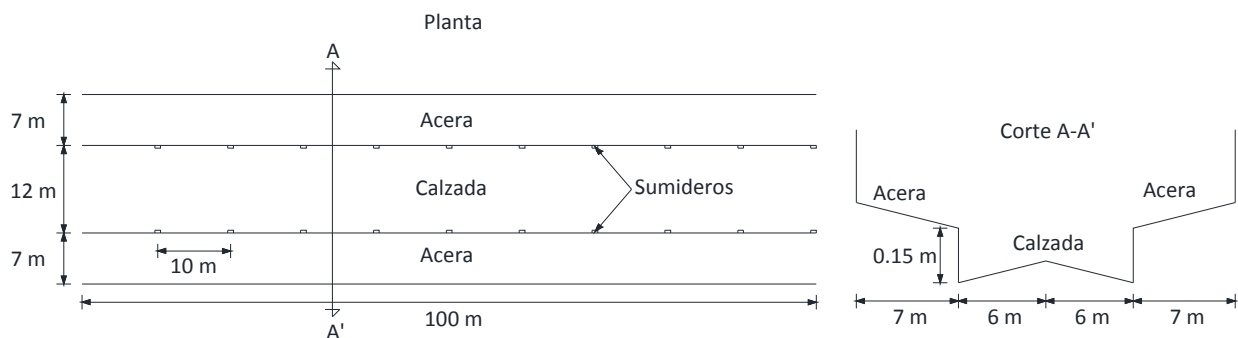


Figura 7.7 Esquema de un tramo de calle típico del barrio del Eixample en Barcelona

La condición inicial son calados y velocidades nulas; como condición de contorno en el extremo aguas abajo se considera caída libre. No se impone condición de contorno en el extremo aguas abajo, en cambio, se utiliza una lluvia de diseño con periodo de retorno de 10 años y duración de una hora, empleada en el plan director de la ciudad de Barcelona. El dominio de cálculo se discretiza en 3,300 cuadriláteros.

Con la finalidad de analizar algunas condiciones de flujo que se pueden presentar en las calles, se plantean tres escenarios. En el primer escenario se trata de conocer los patrones de flujo debidos a la presencia de elementos de captación funcionando como sumideros. Para este escenario en particular y con fines ilustrativos se plantean tres opciones:

- I) No se considera ningún sumidero, a diferencia de la segunda y tercera.
- II) Se emplea la metodología orificio/vertedero considerando únicamente la ecuación tipo orificio.
- III) Se utiliza la metodología Flumen.

De los resultados obtenidos, en la Figura 7.8 se muestra el hidrograma de salida para la opción I (eje principal) y los hidrogramas de salida correspondientes a las opciones I y II (eje secundario). Como se puede apreciar, cuando se emplean sumideros existen muy pocas diferencias entre ambas formulaciones (opciones II y III). Las diferencias son menores del 2 % en el caudal punta y de alrededor del 22 % en el volumen; las mayores diferencias en el volumen como ya se dejaba en entredicho se presentan para calados pequeños.

En esta misma figura se observa que las diferencias en volumen y caudal punta de dichos hidrogramas de salida entre los resultado con y sin sumideros son significativas; es ahí donde radica la importancia de colocar tanto el número como la localización adecuada de estos elementos. Dada la poca diferencia entre las metodologías, en los escenarios posteriores se utilizará la metodología Flumen.

Con los cálculos correspondientes a la opción III, que corresponde al empleo de la metodología Flumen se obtuvieron diferentes resultados. Así, en la Figura 7.9 se muestran el campo de calados (arriba) y el campo de velocidades (abajo) para el instante de tiempo 1,920 s (instante de tiempo en el cual se presenta el caudal punta en el hidrograma de salida). En ellos, se observa que los sumideros provocan una disminución del calado y un aumento de las velocidades alrededor del elemento don se ubican dichos sumideros.

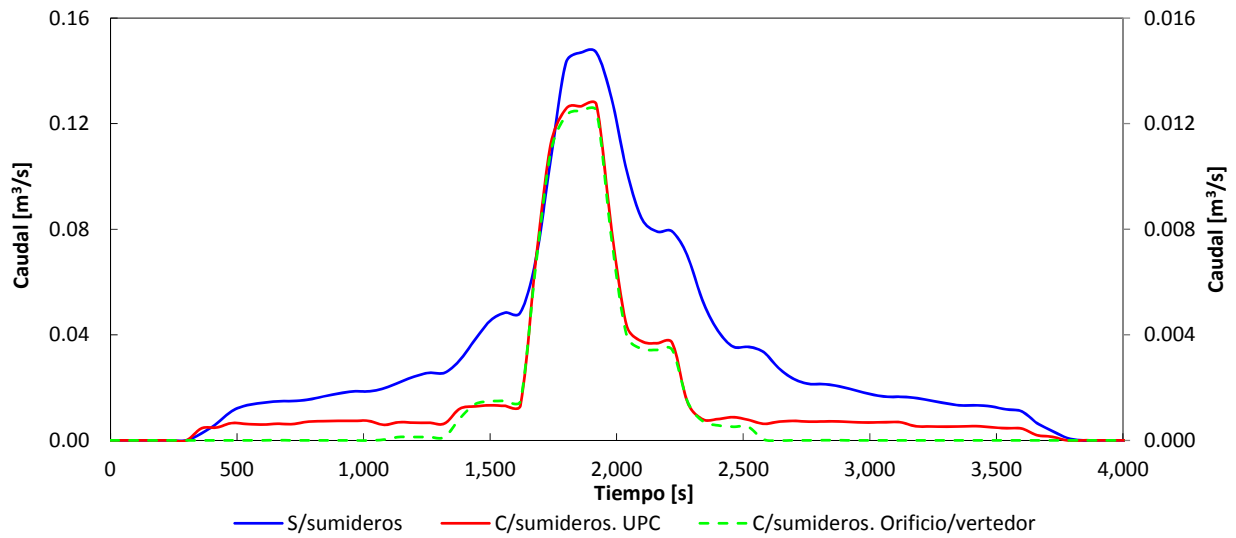


Figura 7.8 Hidrogramas de salida para la opción I (eje principal) y las opciones II y III (eje secundario)

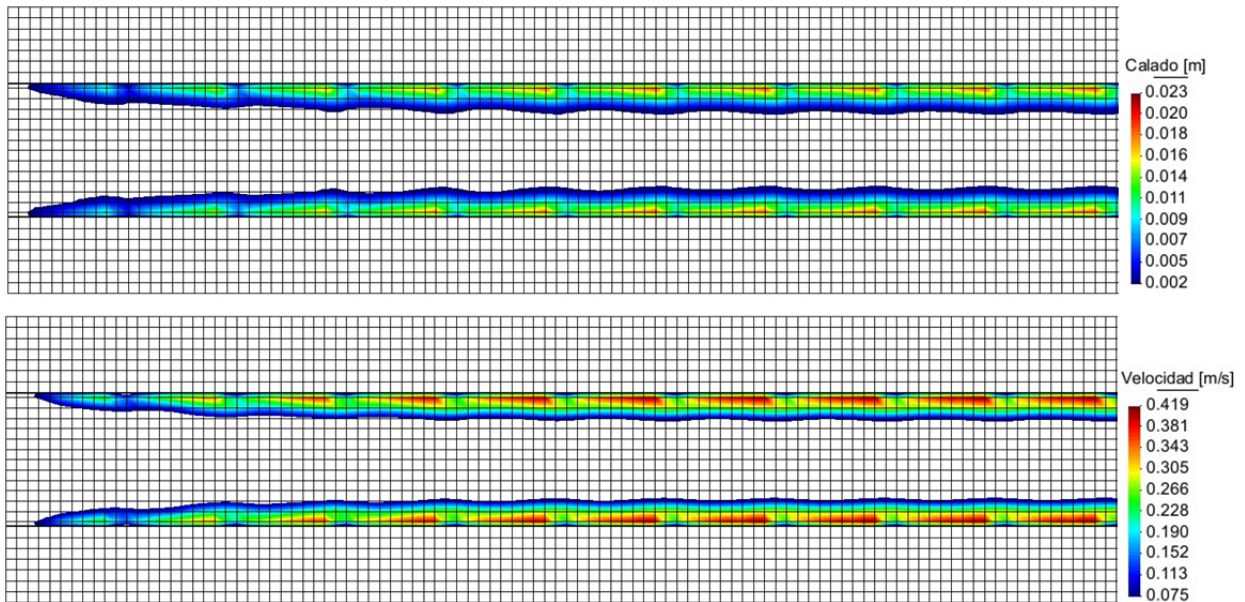


Figura 7.9 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo) para el instante de tiempo 1, 920 s

De la cuantificación de caudales sobre las calles se pueden obtener los caudales de aproximación a los sumideros, justo aguas arriba de los mismos (Figura 7.10), los caudales de continuación, inmediatamente aguas abajo de los sumideros y que son caudales no interceptados (Figura 7.11), y por supuesto, los caudales interceptados por los sumideros (Figura 7.12).

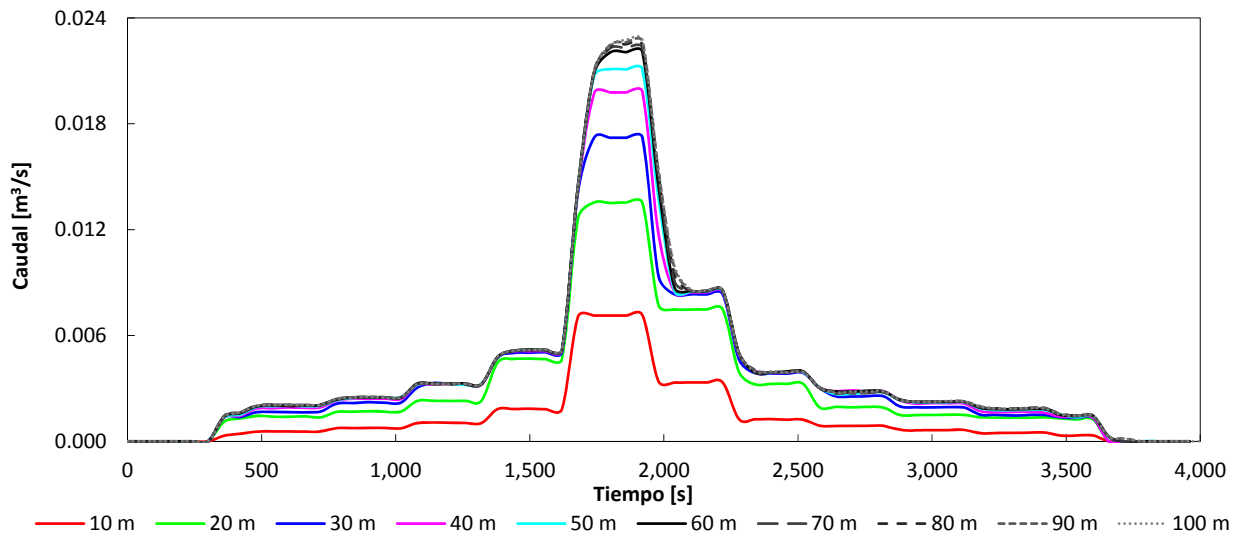


Figura 7.10 Caudales de aproximación a los sumideros

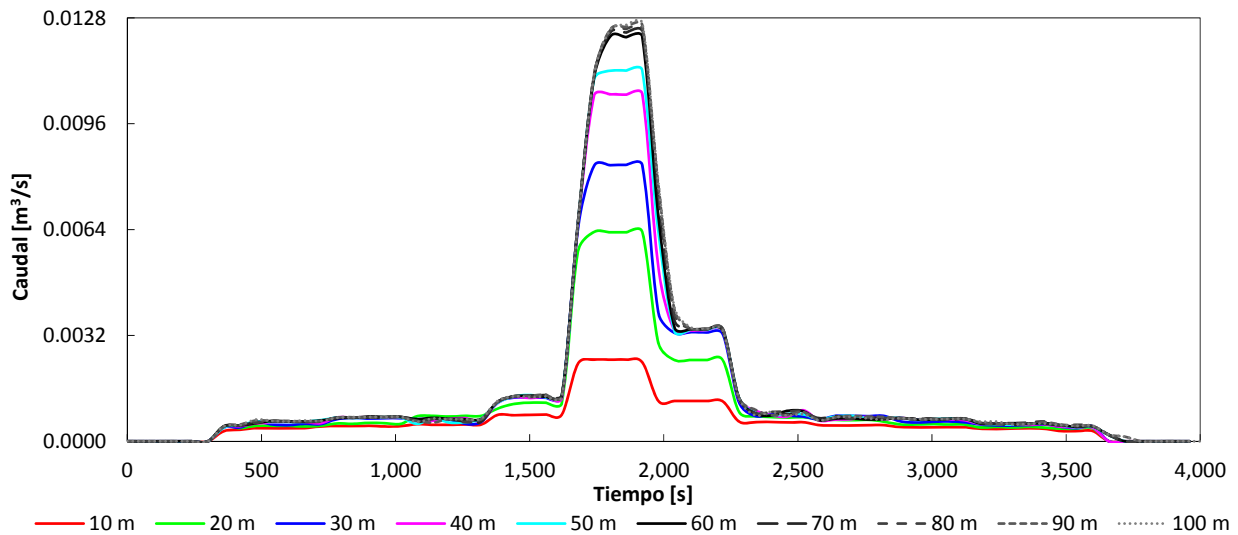


Figura 7.11 Caudales de continuación, inmediatamente aguas abajo de los sumideros

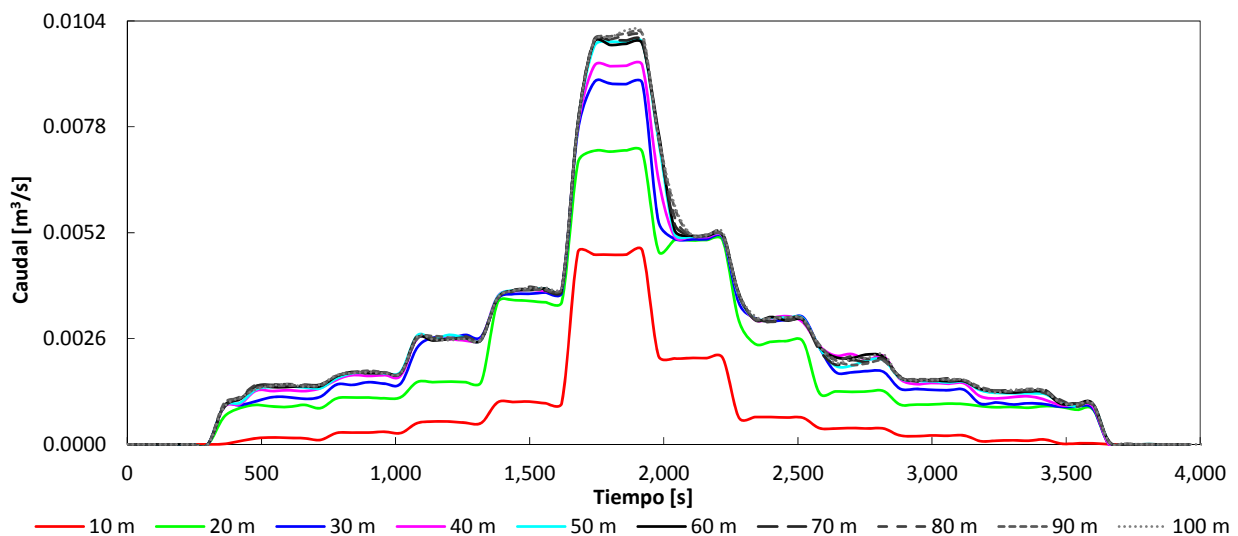


Figura 7.12 Caudales interceptados por los sumideros

Con los caudales punta de los hidrogramas anteriores, se integró la Figura 7.13. La línea punteada superior indica el caudal punta de aproximación a los sumideros, mientras que la línea punteada inferior indica el caudal punta de continuación; la diferencia de estos dos valores nos da el caudal interceptado por los sumideros (línea inferior con escala en el eje secundario), por lo que, la línea continua entre las dos líneas punteadas representa el caudal punta que circula sobre la calle. Lo interesante, de esta gráfica es que todos los caudales tienden a un valor constante o de estabilización, el cual se alcanza a una distancia de 80 m aproximadamente, llamada longitud de estabilización.

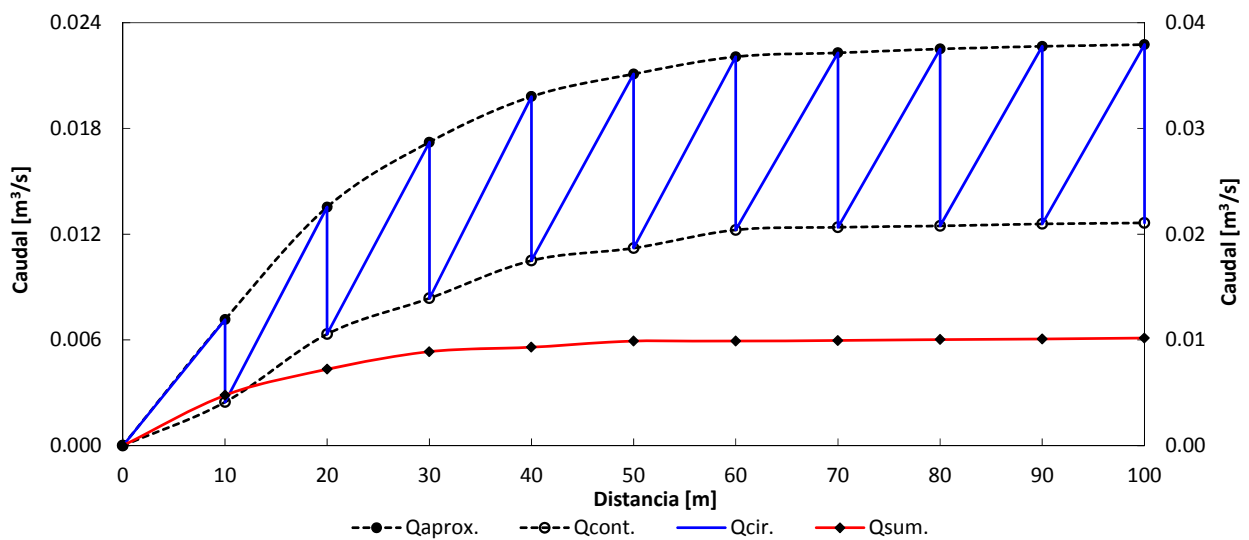


Figura 7.13 Caudales punta sobre la calle (eje principal) y caudales punta interceptados (eje secundario)

En el segundo escenario, se analiza el comportamiento de los elementos de captación funcionando como fuentes y/o sumideros, por lo tanto, se considera que de forma paralela a la calle existe un colector que recibe el caudal proveniente de los sumideros y que adicionalmente conduce un caudal de $0.08 \text{ m}^3/\text{s}$. Para lograr lo anterior, se provoca la entrada en carga del colector desde el extremo aguas abajo cerrando dicho extremo durante 1,000 s (100 s-1,100 s). El resultado es que la carga piezométrica en el colector es mayor a la cota más baja de la calle desde el instante de tiempo 1,860 s hasta el instante de tiempo 2,340 s. En la Figura 7.14, se puede ver la superficie libre del agua sobre la calle y la carga piezométrica máxima en el colector, que corresponde al instante de tiempo 2,200 s. En ella, la carga piezométrica en el colector es superior a la superficie libre del agua en la calle entre los 65 m y 100 m, por lo tanto, las rejillas localizadas en este tramo que funcionan como sumideros también podrán funcionar como fuentes. Con esta configuración, los campos de calados y velocidades correspondientes al instante de tiempo 2,200 s, se puede ver en la Figura 7.16.

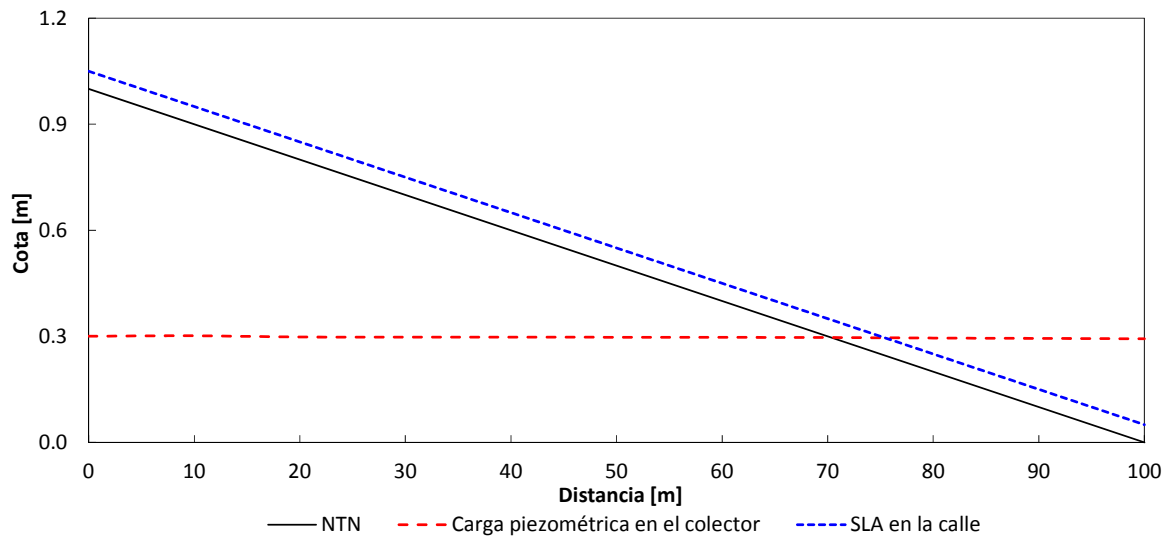


Figura 7.14 Carga piezométrica en el colector y superficie libre del agua en la calle, para el instante de tiempo 2,200 s

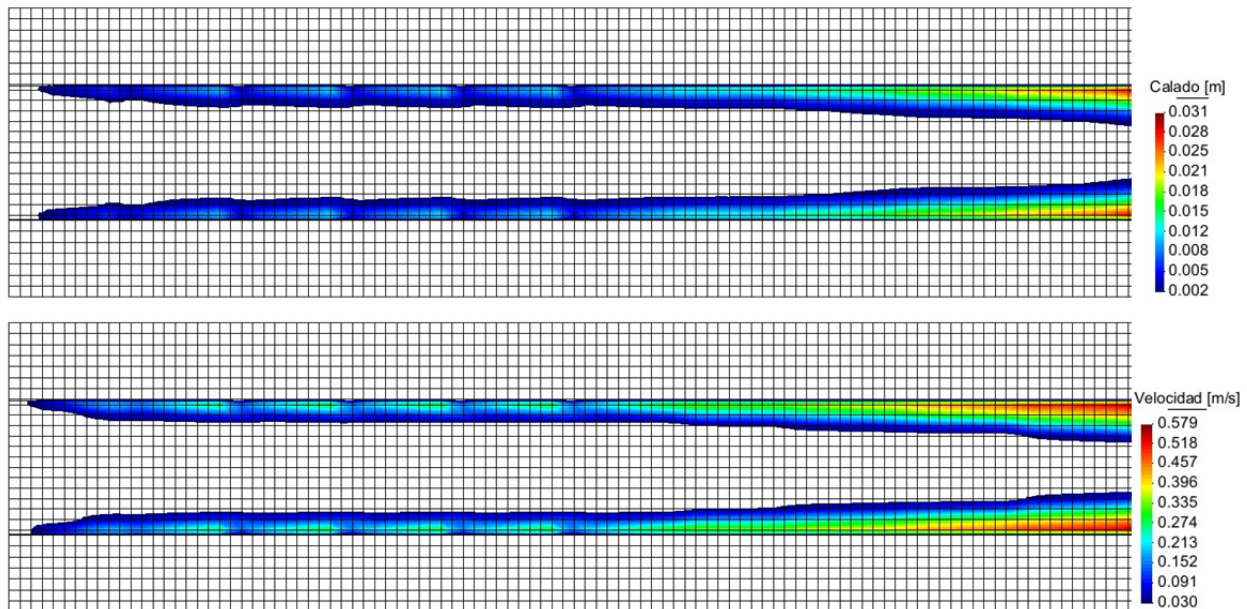


Figura 7.15 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo), para el instante de tiempo 2,200 s

Como resultado de este caso, en la Figura 7.16 se tiene el caudal de aproximación a los elementos de captación, en la Figura 7.17 los caudales de continuación y en la Figura 7.18 los caudales de intercambio en los puntos de interacción (elementos de captación que funcionan como fuentes y sumideros). Los caudales de intercambio positivos son los caudales interceptados por los sumideros, mientras que los caudales negativos son los caudales expulsados por las fuentes. En las Figura 7.16 y Figura 7.17 existe un cambio en el patrón de los hidrogramas (líneas en escala de grises), esto se debe al caudal de intercambio que sale a través de las fuentes (caudales negativos de la Figura 7.18). Los hidrogramas con un patrón distinto tienen dos caudales punta, ello se debe a que la salida de caudal de las fuentes se inicia primero en los elementos más aguas abajo, después continúan en los elementos que se encuentran aguas arriba, producto de la entrada en carga del colector desde el extremo aguas abajo.

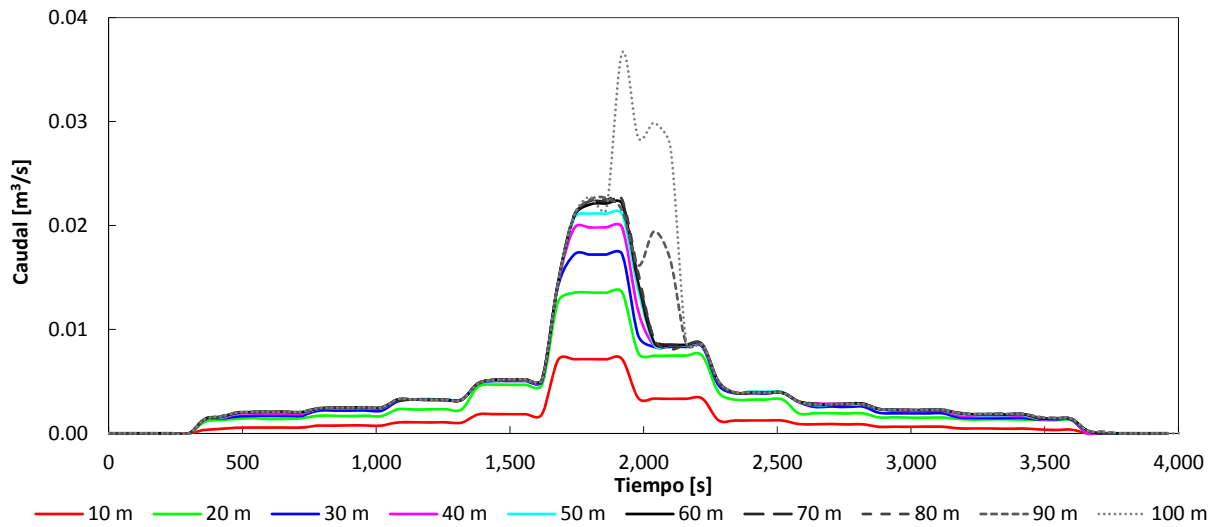


Figura 7.16 Caudales de aproximación a los elementos de captación

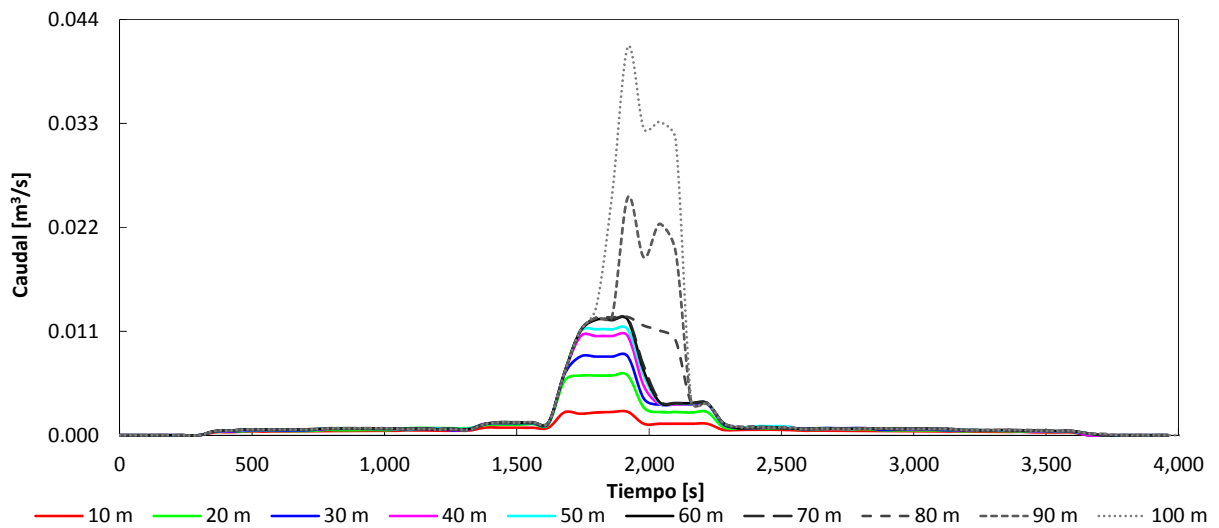


Figura 7.17 Caudales de continuación, inmediatamente aguas abajo de los elementos de captación

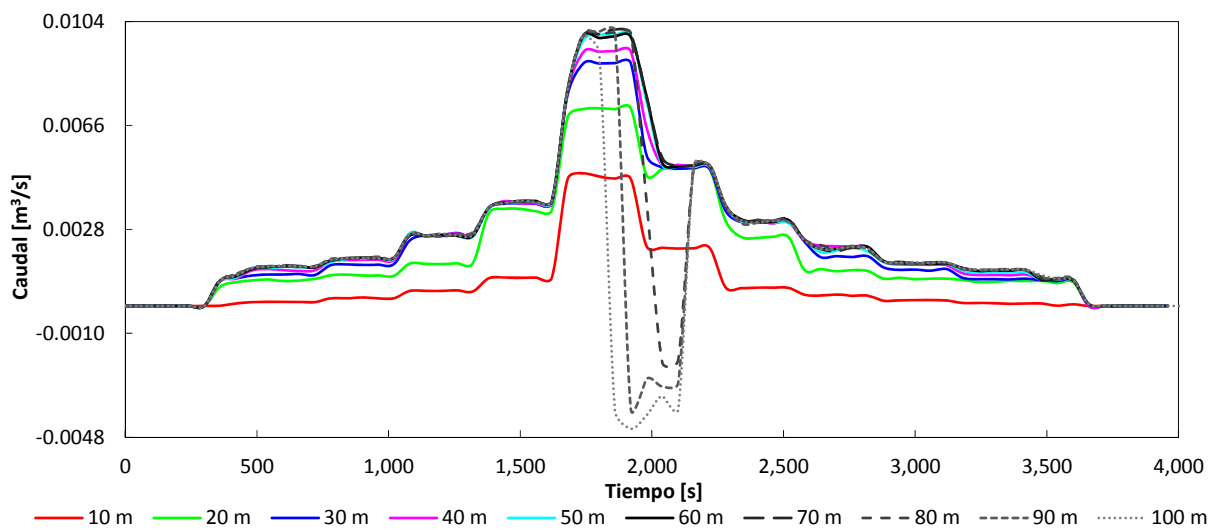


Figura 7.18 Caudales de intercambio en los elementos de captación (rejillas). Interceptados por los sumideros (valores positivos) y expulsados por las fuentes (valores negativos)

De forma similar al escenario anterior, con los caudales punta de las figuras anteriores se integró la Figura 7.19. Adicionalmente, en esta figura se muestra el caudal punta de intercambio a través de las fuentes (caudales de intercambio negativos en el eje secundario). Como en la figura correspondiente al escenario anterior, aquí también se observa una tendencia a un caudal de estabilización en función de la distancia de la calle, pero dicha tendencia cambia, debido a un aumento del caudal superficial. Este aumento se debe a la aportación de caudal de intercambio por parte de los elementos de captación que funcionan como fuentes, esto es, la carga piezométrica del colector es mayor a la superficie libre del agua en la calle, en estos puntos. Ello, también provoca que el caudal de aproximación a los elementos de captación sea menor al caudal que continua por la calle.

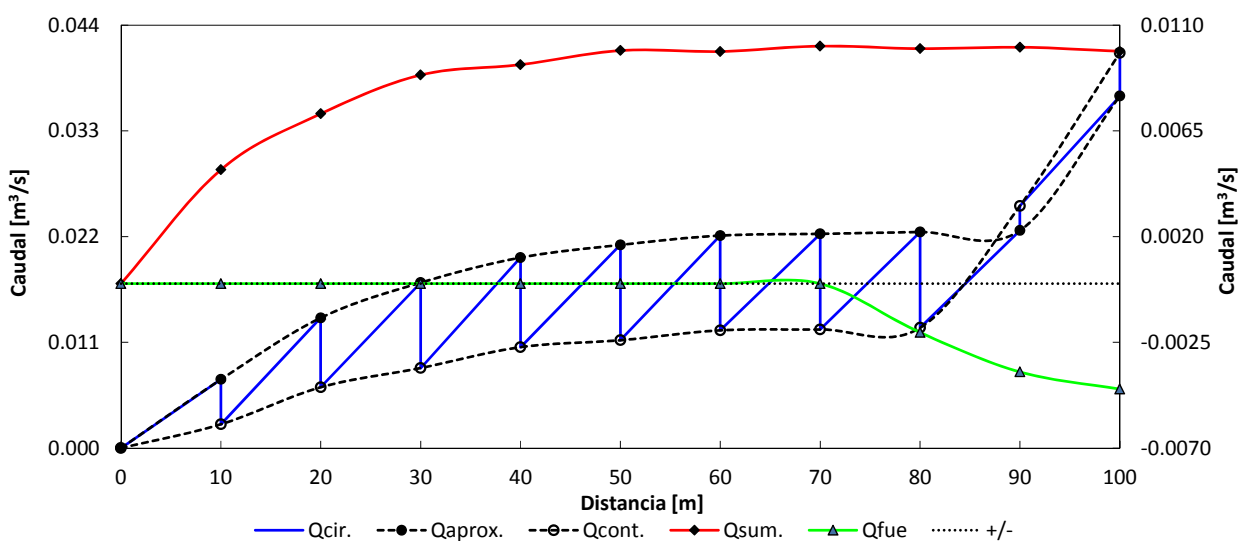


Figura 7.19 Caudales punta que circulan por la calle (eje principal) y, caudales punta de intercambio en fuentes y sumideros (eje secundario)

El tercer y último escenario, consiste en utilizar el modelo numérico desarrollado para determinar la distancia óptima entre los elementos de captación (rejillas). Las calles son diseñadas principalmente para la circulación de vehículos, sin embargo, cuando la capacidad de los elementos de captación es superada, una cierta cantidad de aguas es transportada por las calles, aumentando los calados y velocidades hacia aguas abajo. Si los calados o las velocidades alcanzan ciertos umbrales, el flujo de aguas por las calles puede ser peligroso para la seguridad de los peatones e incluso los vehículos. Por esta razón han surgido algunos criterios de peligro por inundación en zonas urbanas, según los cuales, conviene restringir el escurrimiento que puede transportar una calle en función de valores límite del calado, velocidad o combinación de estos (Gómez 2008b). Como ejemplo, la ciudad de Barcelona diseña los sistemas de captación admitiendo un calado máximo de 0.06 m y una velocidad máxima de 1.5 m/s, asociados a una lluvia con un periodo de retorno de 10 años (CLABSA 2007).

En la práctica, el empleo de los valores de peligro por inundación consiste en determinar la distancia entre los elementos de captación. Con el modelo numérico desarrollado esto se hace por medio de tanteos, esto es, se propone una distancia entre elementos de captación, se realizan los cálculos y se verifica que ningún elemento de la malla de cálculo sobrepase los criterios de peligro establecidos. Este proceso se repita hasta cumplir con los mismos. Este procedimiento se aplica al tramo de calle del Eixample. En la realidad, el flujo de los tejados puede descargar en las calles; para simular esta situación, se supone que a cada lado de la calle del Eixample descarga un tejado a cada 10 m. El hidrograma de cada tejado es de forma triangular con un caudal punta de $0.025 \text{ m}^3/\text{s}$, un tiempo punta de 1,800 s y un tiempo base de 3,600 s.

El resultado del procedimiento anterior, es una distancia entre sumideros de 10 m. El campo de calados y velocidades para tal configuración se puede ver en la Figura 7.20 y en la Figura 7.21 se observa el patrón del campo de velocidades para los últimos 40 m. De la primer figura se determina que la variable que restringe tener una distancia entre sumideros más grande es el calado, con un valor máximo de 0.057 m, mientras que la velocidad máxima es de 0.817 m/s.

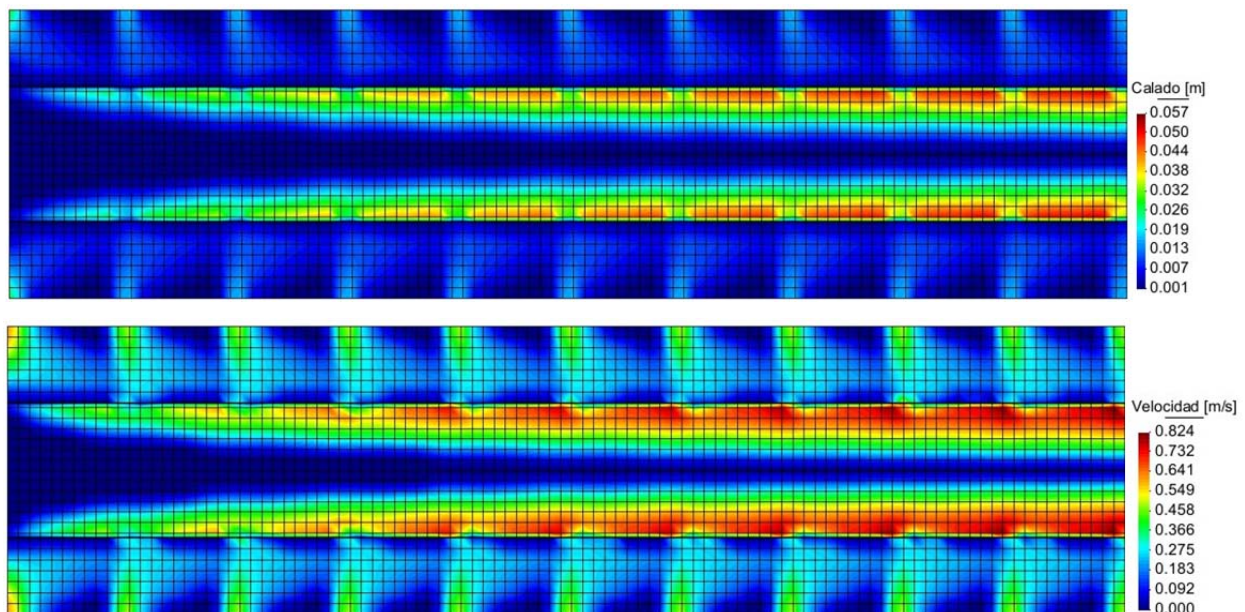


Figura 7.20 Campo de calados (arriba) y campo de velocidades (abajo), para el instante de tiempo 1,920 s

Así como en los escenarios anteriores, el postproceso de los resultados da origen a la Figura 7.22 que muestra los caudales punta de aproximación, caudales de punta de continuación y los caudales punta que circulan por la calle (eje principal), además del caudal interceptado (secundario). El comportamiento de los caudales punta es similar al primer escenario, salvo que con caudales mayores, debido a la aportación de los tejados.

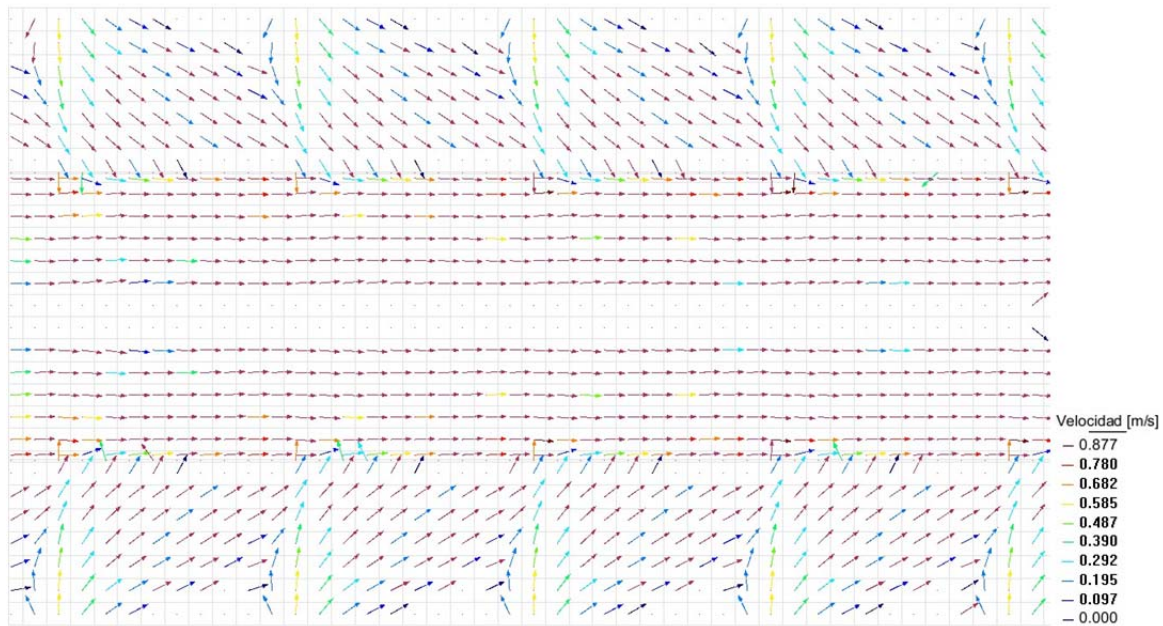


Figura 7.21 Patrón del campo calados de velocidades para el instante de tiempo 1,800 s, en los últimos 40 m de la calle

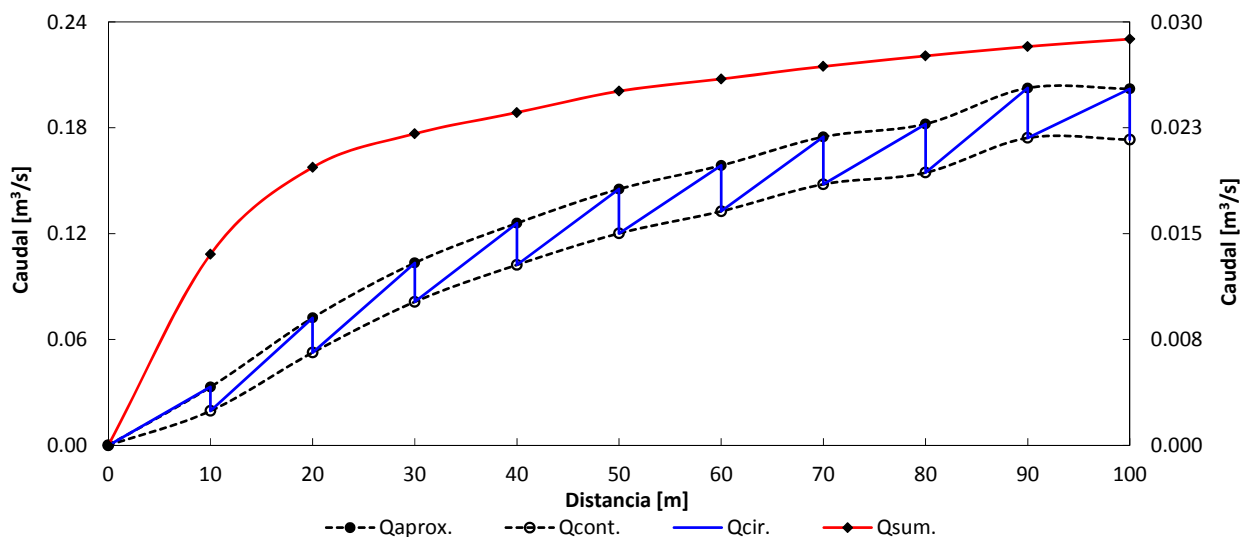


Figura 7.22 Caudales punta sobre la calle (eje principal) y caudales punta interceptados por los sumideros (eje secundario)

Los resultados de los escenarios analizados, indican que los elementos de captación funcionando como sumideros cumplen con su objetivo principal, conducir el agua que circula por la calle hacia el colector. El volumen de agua depende de las variables hidráulicas y de las características geométricas de la reja, pero también, de la distancia entre ellos, de ahí la importancia de emplear herramientas que permitan determinar esta distancia adecuadamente en función de los criterios de peligro establecidos. El patrón de flujo cambia en función del caudal que circula por la calle, así, en el primer escenario la presencia de sumideros provoca que alrededor de los mismos exista una disminución de calados y aumento de velocidades notable, en cambio, cuando los caudales de circulación son importantes (tercer escenario)

este efecto local deja de reflejarse en las variables del flujo. La metodología Flumen empleada, asume que el flujo ingresa al sumidero en su gran mayoría desde aguas arriba del mismo y en un menor porcentaje, por un costado (del lado opuesto al bordillo), pero cuando un tejado descarga un caudal importante sobre la acera a la altura de un sumidero, puede existir una entrada de caudal adicional importante, por el lado opuesto, que provoca un cambio en el patrón del flujo, que debería ser evaluado.

8 MODELO NUMÉRICO INTEGRADO

En los capítulos anteriores se desarrollaron y describieron diferentes modelos numéricos. Cada uno de ellos para el cálculo del proceso hidráulico correspondiente en cada uno de los elementos del drenaje urbano. Por la forma en que fueron desarrollados, estos modelos numéricos pueden funcionar ya sea de forma separada o conjuntamente con algún otro modelo, con la finalidad de calcular el proceso hidráulico en uno o más elementos del drenaje urbano, según las necesidades de modelación. La integración de estos modelos permitirá obtener un modelo numérico integrado capaz de realizar cálculos numéricos en 1D/2D, totalmente integrada de los procesos hidráulicos que ocurren en el drenaje urbano.

La versatilidad que nos brinda esta herramienta, aunado a la estabilidad y robustez de los esquemas numéricos empleados, y el desarrollo de una interfaz gráfica, le proporcionan un gran potencial para ser utilizada en la modelación numérica de casos reales.

8.1 Estructura del modelo

Como se mencionó anteriormente, el modelo numérico integrado se forma con los diferentes modelos numéricos desarrollados, implementados y ya descritos en su momento. Así, En la Figura 8.1 se presenta un esquema de los elementos que conforman el drenaje urbano, la relación que mantienen con otros elementos y los modelos numéricos disponibles para calcular el proceso hidráulico que en ellos ocurre. Como resultado de lo anterior, se tiene para efectos prácticos y modelación numérica de forma general, modelos de tejados, calles, elementos de captación (fuentes y sumideros), conductos y la unión de conductos. Es necesario mencionar, que entre los tejados y calles se puede abarcar la totalidad de la superficie de una zona urbana. Así por ejemplo, se puede modelar cualquier área interior de una manzana que no tenga una conexión física con el exterior, o un área exterior, que por cuya topografía tenga una conexión ya sea con la calle o con un colector.

A continuación, se realiza una descripción detallada de dichos procesos hidráulicos que ocurren en los diferentes elementos del drenaje urbano, los modelos numéricos indicados para modelarlos, las diferentes estrategias que se pueden utilizar con este modelo numérico integrado, y la información necesaria para realizar una modelación adecuada.

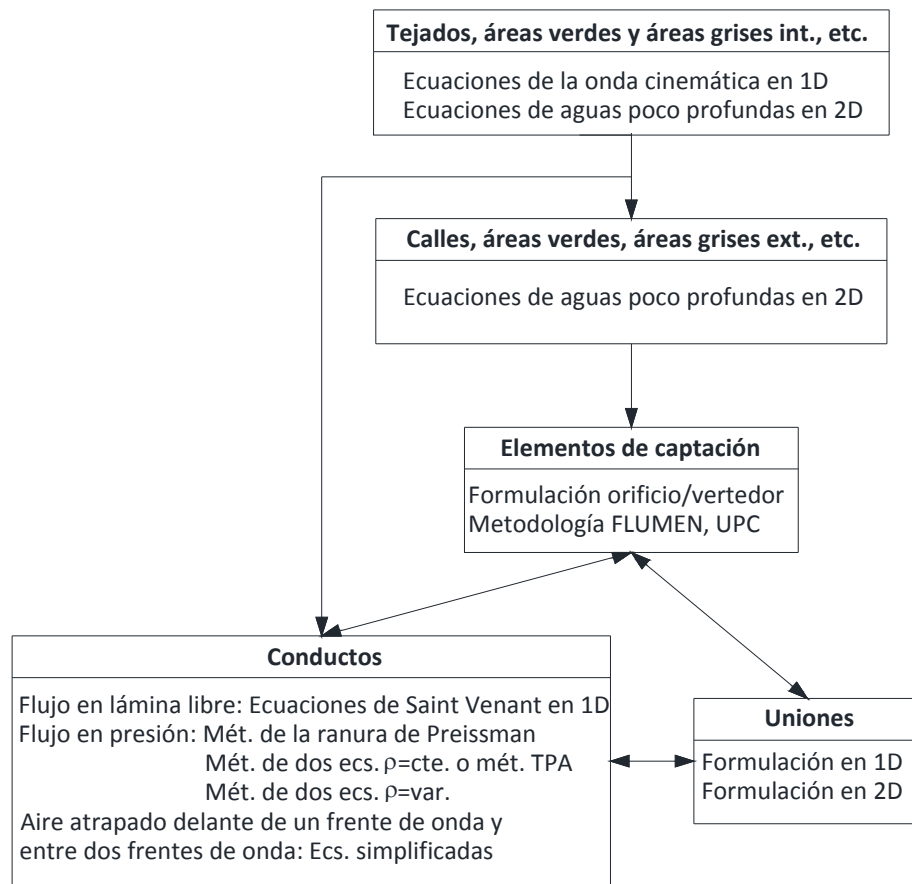


Figura 8.1 Estructura del modelo numérico integrado. Relación entre los elementos del drenaje urbano y modelos numéricos disponibles para el cálculo de los procesos hidráulicos correspondientes

8.1.1 Tejados, áreas verdes, áreas grises, etc.

Los tejados de edificios en su gran mayoría son de hormigón o algún otro material impermeable y con pendientes de los mismos bajas (del orden del 1-2 %, aunque pueden existir algunas excepciones) y distancias cortas en dirección del escurrimiento. Debido a ello, presentan poca resistencia al paso del agua (baja rugosidad), además con poca o nula infiltración. La relación de calados y el ancho en estos elementos es de 1 o más ordenes de magnitud. Generalmente, las condiciones de contorno en el extremo aguas abajo de estos elementos, tiene nula o poca influencia sobre el flujo. De esta forma, el proceso lluvia-escurrimiento y propagación del flujo en los tejados se puede realizar con las ecuaciones de la onda cinemática en 1D y/o las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, ambas descritas en el capítulo 2 y en capítulo 3.

8.1.1.1 Ecuaciones de la onda cinemática en 1D

Las ecuaciones de la onda cinemática en 1D es una muy buena aproximación para representar la transformación lluvia-escurrimiento y propagación del flujo sobre superficies naturales con delgadas capas de suelo y baja capacidad de infiltración o en superficies impermeables en áreas urbanas, tal es el caso de los tejados de casas y edificios, las cuales permiten conocer el calado y caudal a la salida de los mismos.

La discretización de las manzanas en tejados debería de hacerse en función de la topografía de los mismos, es decir, definiendo una cuenca en función de su parteaguas, que permita que una gota que cae sobre ésta, pueda llegar a la calle o a los colectores, sin embargo, esto es difícil de conocer aun teniendo la topografía de los mismos, ya que, el flujo de los tejados puede estar directamente conectado a un patio interior, al colector, a la acera a través de una tubería o simplemente caer sobre la misma de forma casi uniforme. Lo anterior puede llevar a una discretización con formas complejas (Figura 8.2a). Por este motivo, es más práctico realizar una discretización en tejados considerando formas simples o considerando que porcentaje de área en planta de la manzana desagua hacia cada lado (calle o espacio abierto) con que limita (Figura 8.2b). De esta forma, se considera que cada tejado se forma por un polígono cuya área en planta está limitada por al menos tres lados; al menos un lado limita con una calle o algún espacio abierto, que forma parte del dominio de cálculo.

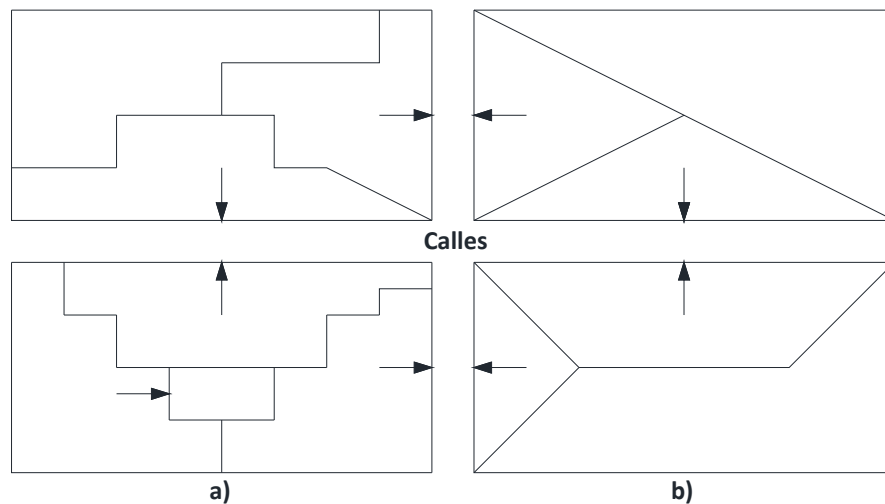


Figura 8.2 Discretización de las manzanas en tejados

Para la aplicación de las ecuaciones de la onda cinemática, los tejados se pueden concebir como planos inclinados impermeables de ancho teórico unitario, caracterizados por su pendiente, rugosidad y longitud en la dirección del flujo. Así, cada tejado será simplificado a través de un plano equivalente de forma rectangular. El plano tiene un área A_p correspondiente a la superficie del tejado sin importar su

forma, un ancho W_p que corresponde a la longitud del lado de descarga (longitud de calle o colector) y la longitud en dirección del flujo L_p dada por (Figura 8.3):

$$L_p = \frac{A_p}{W_p} \quad (8.1)$$

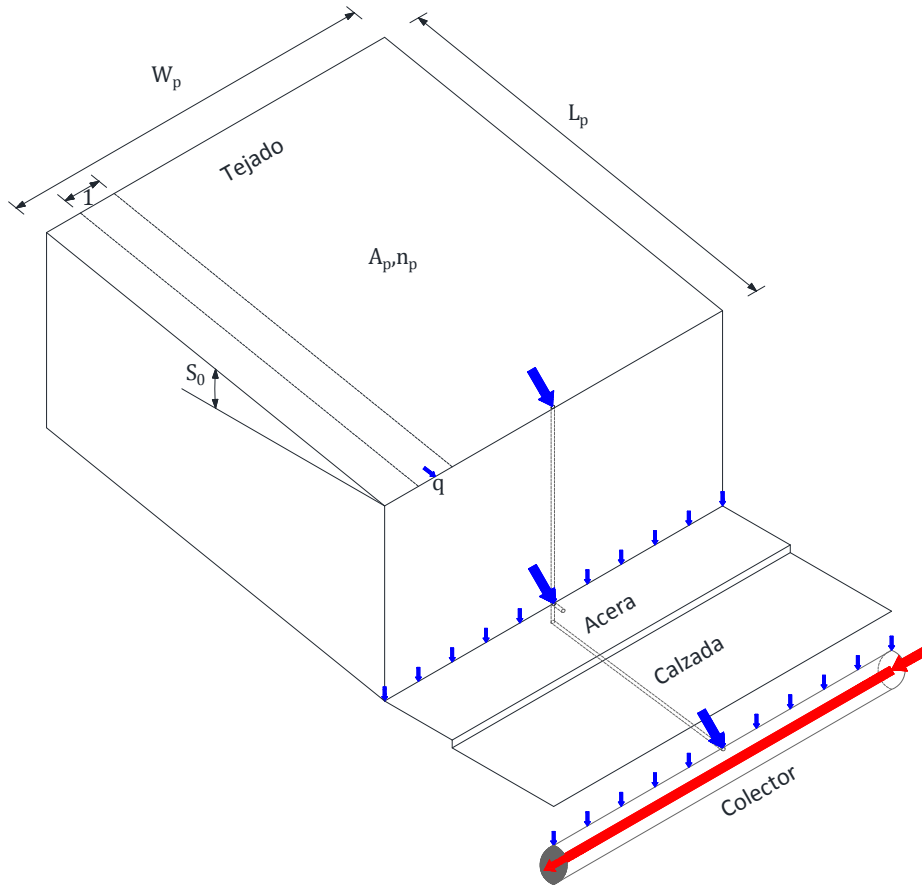


Figura 8.3 Geometría de un tejado y conexión con otros elementos del drenaje urbano

8.1.1.2 Ecuaciones de aguas poco profundas en 2D

Con el esquema numérico en volúmenes finitos para las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, se puede aportar o extraer un volumen de agua de forma bastante intuitiva y sencilla en cada elemento de la malla de cálculo, lo cual es útil a la hora de transformar la lluvia en escurrimiento. Considerar el proceso de lluvia-escurrimiento en las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, implica modificar el término independiente de la ecuación de continuidad. La descomposición de este término da lugar a

$H = H^1 + H^2 + H^3 + H^4$, con H^4 definido como:

$$\mathbf{H}^4 = \begin{bmatrix} i - f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

Donde i es la intensidad de lluvia y f las pérdidas, ambas en volumen por unidad de tiempo y unidad área. Para que sean consideradas dentro del esquema numérico, \mathbf{H}_i^* en (3.91) se transforma en $\mathbf{H}_i^* = \mathbf{H}_i^{*1} + \mathbf{H}_i^{*2} + \mathbf{H}_i^{*3} + \mathbf{H}_i^{*4}$, con \mathbf{H}_i^{*4} definido como:

$$\mathbf{H}_i^{*4} = V_i \mathbf{H}_i^4 \quad (8.3)$$

Las pérdidas que se consideran en el proceso de transformación lluvia-escurrimiento son generalmente pérdidas por infiltración, aunque en los tejados son prácticamente nulas, estas pueden ser útiles en otras áreas donde se aplican las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. Las funciones de pérdidas por infiltración que incluye el modelo numérico en 2D (Bladé 2005) son el modelo lineal, el método de curva del SCS, el método de Horton y el método de Green-Ampt (Nanía y Gómez 2004).

El empleo de las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D para la transformación lluvia-escurrimiento y propagación del flujo en los tejados requiere un modelo digital del terreno adecuado y ello implica que el tiempo de cálculo aumente de forma considerable. Debido a la diferencia de elevación entre las aceras y los tejados existe una zona de transición en los elementos de la malla con una pendiente alta, por lo que, el valor de las variables hidráulicas en esta zona puede no ser real debido a que no se cumplen algunas hipótesis de las ecuaciones, provocando además, la generación de elementos pequeños y formas desproporcionadas con velocidades altas que pueden elevar aún más el tiempo de cálculo. Además de las dos formulaciones anteriores, es posible incorporar hidrogramas obtenidos por algún otro medio.

El hidrograma proveniente de los tejados calculado ya sea con las ecuaciones de la onda cinemática en 1D o las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, resultado del proceso lluvia-escurrimiento y propagación del flujo en los mismos, se puede descargar puntualmente o distribuirlo uniformemente por unidad de longitud sobre las calles o los colectores.

8.1.2 Calles, áreas verdes, áreas grises, etc.

La modelación numérica de flujo de agua en calles, áreas verdes, áreas grises, en el sistema de drenaje mayor es vital, en primer lugar para el diseño de los elementos necesarios para evacuar el escurrimiento

superficial hacia el sistema de drenaje menor, debido a un evento de lluvia, y en segundo lugar para la revisión y proponer acciones en zonas propensas a generar peligro por inundación. Para conocer en detalle las variables hidráulicas del flujo, es necesaria la modelación numérica en 2D. Así, tanto el proceso lluvia-escurrimiento, si se considera, como la propagación del flujo se debe realizar con las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D.

Para hacer una modelación adecuada, es importante disponer de un modelo digital del terreno con buena precisión, para obtener una representación real de la topografía sobre todo de las calles. En cambio, en las áreas verdes y grises esta precisión puede ser menor.

8.1.3 Conductos

Los colectores permiten desalojar el flujo de agua proveniente de los sumideros hacia un depósito de retención, una planta de tratamiento o descargarlo al medio natural. En función de las condiciones topográficas e hidráulicas en un conducto se puede presentar, de forma general, flujo en lámina libre en régimen lento o régimen rápido o flujo en presión. Dentro de un conducto puede existir transición de un tipo de flujo a otro. El flujo es principalmente unidimensional, por lo que para su propagación se emplean las ecuaciones de Saint Venant en 1D cuando el flujo que se desarrolla es en lámina libre. Para flujo en presión se cuenta con tres alternativas en función de las necesidades de la modelación. Estas alternativas son el método de la ranura de Preissmann, dos métodos de dos ecuaciones (ecuaciones de flujo en lámina libre y ecuaciones de flujo en presión); uno considera flujo incompresible en presión basado en el método TPA y el otro flujo compresible en presión; todos descritos en el capítulo 4. Además, cuando existe la necesidad de conocer las propiedades del aire dentro de un colector en particular, se dispone de un modelo numérico para simular aire delante de un frente de onda de presión y el aire atrapado entre dos frentes de onda de presión, presentado en el capítulo 5.

La información necesaria para incluir los colectores en el cálculo, son la geometría de la sección transversal, pendiente, rugosidad, longitud y la celeridad de la onda de presión. Adicionalmente, cuando se emplea el modelo de aire atrapado, se necesita la densidad del agua, las condiciones iniciales de la bolsa de aire (densidad, volumen, masa, carga de presión), y propiedades del proceso termodinámico (coeficiente politrópico, coeficiente isentrópico y factor de expansión del aire).

8.1.4 Unión de conductos

El flujo que se presenta en la unión de conductos generalmente es tridimensional, por lo que es necesario representar los fenómenos más importante que en ella se presentan, lo más aproximado

posible a la realidad. Para ello, se dispone de dos opciones: la formulación en 1D y la formulación en 2D, ambas descritas en el capítulo 6. Los datos necesarios para emplear cualquiera de las formulaciones son la geometría y la topografía de la unión. Adicionalmente, se necesita la rugosidad de la unión cuando se emplea la formulación en 2D.

8.1.5 Elementos de captación

Los elementos de captación (fuentes y sumideros) son clave en la modelación del drenaje urbano dual, ya que, permite el intercambio de flujo entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor. Una mala estimación del caudal de intercambio, repercutirá de forma importante en la hidrodinámica del flujo en ambos sistemas. Para el cálculo de los caudales de intercambio se dispone de la metodología Flumen y una formulación orificio/vertedero, ambos métodos descritos en el capítulo 7.

La inclusión de estos elementos no es simple, ya que se debe de contar con la localización y características geométricas de cada uno. Cuando se emplea la formulación orificio/vertedero se debe de utilizar un coeficiente de descarga, en la mayoría de las veces teórico, ya que solamente existen ensayos de laboratorio para rejas muy concretas que funcionan básicamente como sumideros.

8.2 Preproceso de datos y postproceso de resultados

El motor de cálculo del modelo numérico integrado por si solo genera a partir de unos datos de entrada (archivos de texto), una gran cantidad de datos de salida (archivos de texto) con los resultados de las variables hidráulicas, producto de utilizar uno o varios modelos numéricos. Como la visualización tanto de los datos de entrada como de los resultados de salida, almacenados en estos archivos de texto es fundamental, para ello, se emplea el programa GiD (CIMNE 2012). GiD, consiste de una interfaz gráfica para el tratamiento general de datos de geometría, generación de mallas, y visualización de resultados que puede ser adaptado a modelos numéricos como el desarrollado en este trabajo, y personalizado según las necesidades del usuario.

Como se describió anteriormente, para emplear el modelo numérico integrado se requiere del preproceso de cierta cantidad de información y postproceso de los resultados. Actualmente, existe una interfaz gráfica adaptada a la modelación de flujo en 1D y en 2D en ríos que permite gestionar información topográfica, generar mallas de cálculo, asignar condiciones iniciales, de contorno, rugosidades y parámetros para el modelo lluvia-escurrimiento (Bladé 2005; Corestein y Bladé 2008). Realizar la contraparte en una área urbana, es laborioso y de forma manual es casi imposible, y puede conducir a cometer muchos errores, por lo que también se desarrolló una interfaz gráfica para ello.

De esta forma, la interfaz gráfica cuenta con una ventana general (Figura 8.4) para la introducción de datos que se emplean de forma habitual en el cálculo (coeficientes de pérdida en la unión de colectores, celeridad de la onda de presión y propiedades de la tapa de registro) o para seleccionar alguna metodología o formulación concreta y/o el empleo de un modelo numérico específico (sistema de drenaje a modelar, metodología para el intercambio de flujo, flujo a través de las tapas de registro, método de flujo mixto, fórmula de fricción en colectores y fase de aire), ventanas específicas (Figura 8.5) para introducir datos o seleccionar métodos de cálculo para los tejados (área de la manzana, porcentaje de aportación de la manzana al tejado, pendiente y coeficiente de fricción de Manning), elementos de captación (tipo de elemento, parámetros geométricos, largo y ancho del elemento, área de huecos, coeficientes de descarga) y red de conductos (forma de la sección transversal del colector, diámetro, tamaño de la celda o volumen finito, coeficiente de fricción de Manning, cota y nodos de los extremos de los colectores, celeridad de la onda de presión).

Adicionalmente, dispone de algunas herramientas para facilitar las tareas durante la propia modelación y futuras modelaciones, como generar un colector a partir de dos o más colectores o líneas, generar e imponer condiciones iniciales y de contorno internas en las uniones en 2D, y guardar los datos de los elementos de captación (fuentes y sumideros); esto último es relevante, ya que las condiciones de estos elementos se imponen en la malla y cada vez que ésta se vuelve a generar, estas condiciones desaparecen de la misma. Desde el punto de vista espacial, el sistema de drenaje urbano se forma por dos capas superpuestas, por lo tanto, es importante que cada elemento del drenaje urbano que forma parte del modelo tenga una referencia espacial en tres dimensiones.

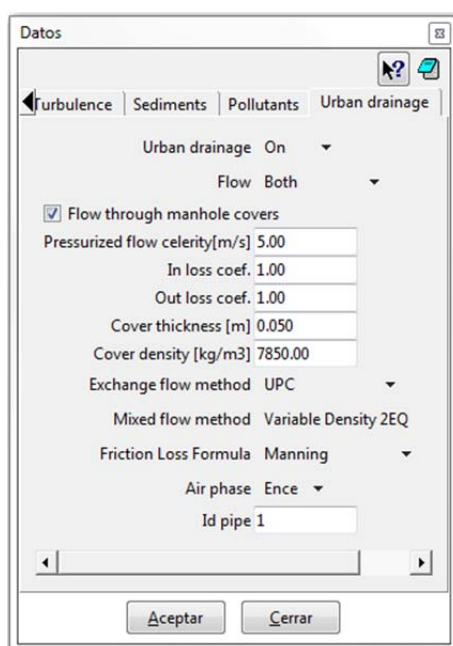


Figura 8.4 Interfaz gráfica. Ventana general

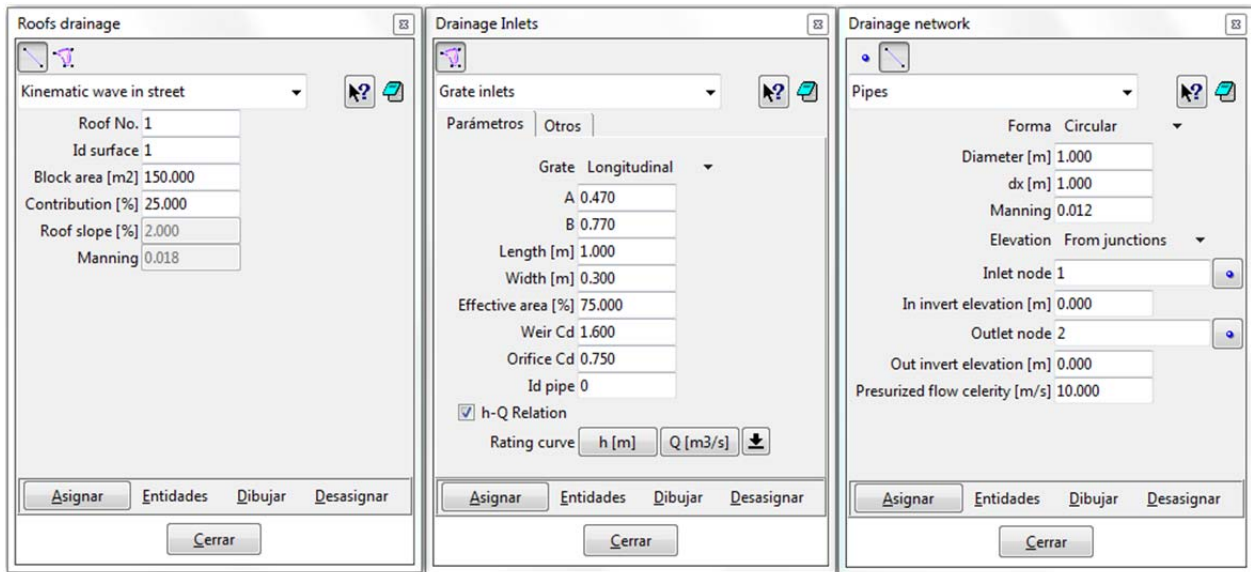


Figura 8.5 Interfaz gráfica. Ventanas específicas: a) tejados, b) elementos de captación, y c) red de conductos

8.3 Validación

Para evaluar el funcionamiento y desempeño de modelo numérico integrado desarrollado en cuanto a la configuración, velocidad, estabilidad y aproximación se refiere, éste se aplica a algunos casos seleccionados de la literatura. En capítulos anteriores se realizó una exhaustiva verificación, validación y alguna aplicación de los modelos numéricos implementados, pero existen otros que aún necesitan pasar por este proceso, como el método de la onda cinemática en 1D para modelar el proceso lluvia-escurrimiento en los tejados y el esquema numérico en 2D para este mismo proceso. En el caso del esquema numérico en 2D ya ha sido verificado y validado ampliamente por Bladé (2005) y por Bladé et al. (2012) con aplicaciones puramente hidráulicas. Debido a la dificultad inherente para modelar flujos con calados muy pequeños, los cuales aparecen al emplear las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D en el proceso lluvia-escurrimiento, es necesario comprobar la estabilidad del esquema sobre todo con umbrales de secado-mojado menores a 0.001 m, que no son propios de la modelación puramente hidráulica.

De esta forma, en esta sección se emplean las ecuaciones de la onda cinemática en 1D y las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D para modelar el proceso lluvia-escurrimiento y la propagación del flujo en tejados, comparando los resultados con la solución analítica de la onda cinemática en 1D, con resultados numéricos de la onda cinemática en 2D y con datos experimentales. Posteriormente, se emplean las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, para verificar la conservación de masa y la

captura de frentes de onda en una rotura de presa. Con estos casos, también se pretende evaluar la habilidad de la condición de secado-mojado, en un evento de lluvia.

Con este proceso de validación y lo realizado en otros capítulos, se da por finalizado el proceso de validación de cada uno de los modelos numéricos implementados de forma separada. De aquí en adelante, es el momento de validar el modelo numérico integrado. Para ello, el modelo numérico integrado será empleado para modelar casos más complejos. En primer lugar, se utilizará una red arborescente modelada por otros autores, por lo tanto, existe una solución con modelos y esquemas numéricos distintos. Adicionalmente, se probará la capacidad y robustez del modelo para modelar redes malladas, en las cuales se presenta flujo en lámina libre y flujo en presión (flujo mixto). Con la modelación de redes arborescentes y redes malladas con flujo en lámina libre, flujo en presión, flujo mixto con entrada en carga desde el extremo aguas abajo y desde el extremo aguas arriba, uniones formadas por 2 y 3 colectores con sección transversal de forma circular y rectangular, se cubre un gran abanico de posibles casos que pueden existir en la realidad.

8.3.1 Flujo en 1D sobre un plano inclinado

Se modela un plano inclinado propuesto por Gottardi y Venutelli (2008), que para nuestros propósitos puede representar un tejado. El plano tiene un ancho unitario, una longitud de 200 m, una pendiente de 0.001 y un coeficiente de rugosidad de Manning de $0.03 \text{ s/m}^{1/3}$. Sobre el plano se presenta una lluvia con una intensidad de 60 mm/hr durante una hora. A partir de la solución analítica de la onda cinemática en 1D, el tiempo de concentración para esta cuenca es de 1,896 s; para condiciones de flujo permanente el calado normal es de 0.032 m y el caudal unitario de $0.033 \text{ m}^2/\text{s}$. El número de onda cinemático es de 177, lo que implica que la solución es adecuada.

En la aplicación del método de la onda cinemática en 1D, el plano se discretiza en celdas con tamaño de 1 m. Adicionalmente, se emplearon las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. En este caso, como condición inicial se utiliza un caudal y velocidad nulos, y como condición de contorno en el extremo aguas abajo caída libre. El tejado se discretiza en 670 cuadriláteros.

La Figura 8.6 muestra los hidrogramas de salida del tejado (caudal por unidad de área), calculados con la solución analítica, con las ecuaciones de la onda cinemática en 2D por Gottardi y Venutelli (2008), con las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D por Kim et al. (2012), con el método de onda cinemática en 1D y con el esquema numérico en 2D; los dos últimos resultados fueron obtenidos en este trabajo.

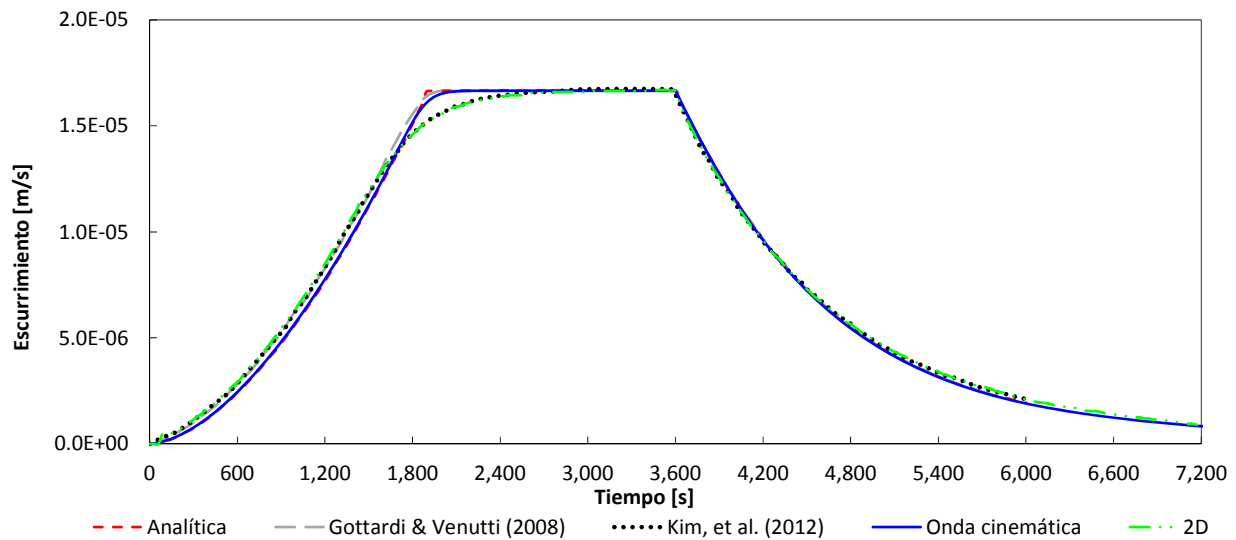


Figura 8.6 Ecurrimiento generado en la salida del plano inclinado

Las soluciones mostradas en la figura anterior son muy similares y todas ellas comparten el mismo caudal de equilibrio y el tiempo de inicio de la rama descendente. La solución obtenida con el método de la onda cinemática en 1D en este trabajo y la obtenida por Gottardi y Venutelli (2008) con las ecuaciones de la onda cinemática en 2D presentan una pequeña difusión en la solución alrededor del tiempo de concentración, ello, es producto de los esquema numéricos empleados. Ambos hidrogramas son consistentes con la solución analítica, el primero prácticamente en todo el dominio, mientras que el segundo, en la rama ascendente, es más similar a la soluciones de las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. Los hidrogramas obtenidos con el esquema numérico en 2D de este trabajo y los obtenidos por Kim et al. (2012) son prácticamente idénticos.

8.3.2 Lluvia sobre un plano inclinado

El método de la onda cinemática en 1D implementado, se emplea para reproducir un evento de lluvia y por lo tanto el hidrograma de salida medido en extremo aguas abajo de un plano inclinado cubierto con césped, propuesto por Morgali y Linsley (1965). El plano tiene un ancho unitario, una longitud de 21.945 m, una pendiente de 0.04, un coeficiente de rugosidad de Manning de $0.5 \text{ s/m}^{1/3}$. Sobre el plano se impone una precipitación de 92.964 mm/hr (caso a) y otra de 48.006 mm/hr (caso b). El plano se discretiza en celdas con tamaño de 1 m.

La comparación numérico-experimental entre los hidrogramas experimentales [medidos por Morgali y Linsley (1965)] y los hidrogramas calculados, se pueden ver en la Figura 8.7 y Figura 8.8 para el caso a y b respectivamente. Los hidrogramas calculados son resultado de la solución analítica de la onda

cinemática, el método de la onda cinemática en 2D por Gottardi y Venutelli (2008) y el método de la onda cinemática en 1D implementado en este trabajo.

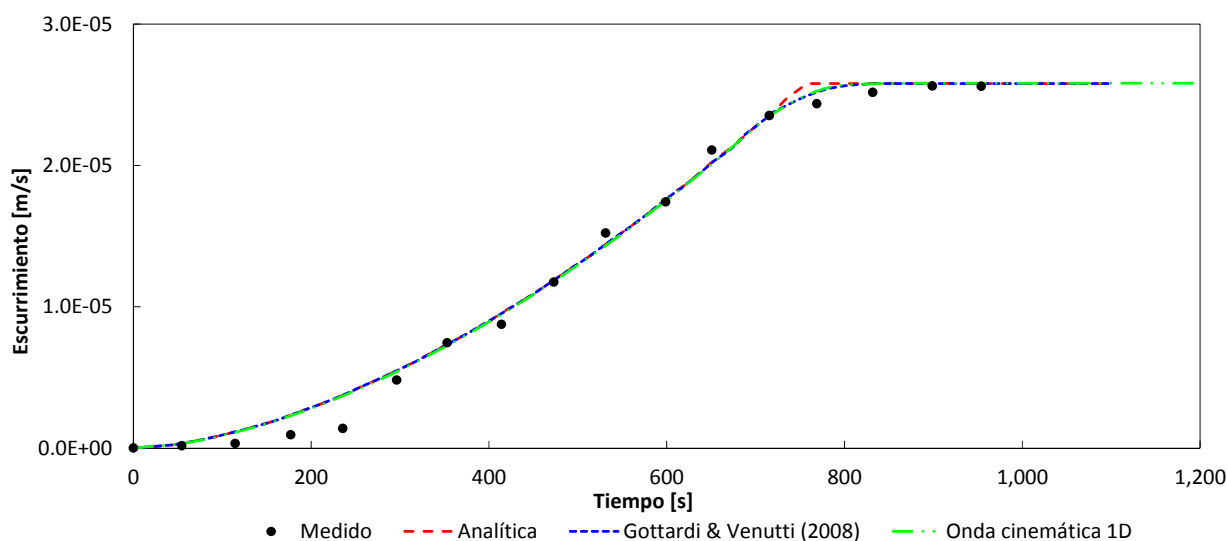


Figura 8.7 Comparación numérico-experimental de los hidrogramas de salida. Caso a

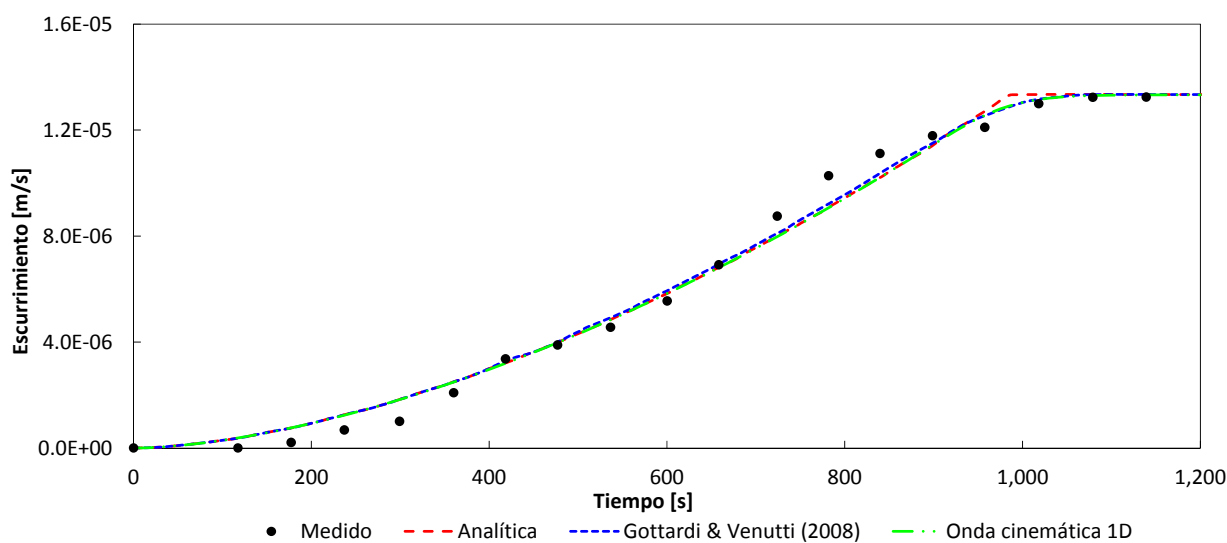


Figura 8.8 Comparación numérico-experimental de los hidrogramas de salida. Caso b

Como se puede apreciar, la comparación numérico-experimental indica que los resultados obtenidos son satisfactorios en ambos casos. Los hidrogramas resultado de la solución analítica y los hidrogramas numéricos [onda cinemática en 1D de este trabajo y la onda cinemática en 2D de Gottardi y Venutelli (2008)] son prácticamente idénticos, salvo por la difusión numérica de estos dos últimos, alrededor del tiempo de concentración; esta difusión es local, es decir, no se propaga, por lo que no afecta la solución final. Las discrepancias existentes en los primeros minutos, se pueden deber a la dificultad para medir el flujo de agua por la presencia del césped (Morgali y Linsley 1965).

8.3.3 Conservación de volumen en un proceso de secado-mojado en 2D

Se considera un canal con sección transversal de forma rectangular, en planta tiene una longitud de 30 m y un ancho de 5m. El canal se divide en tres tramos iguales de 10 m cada uno, el primero tiene cota de 5 m, el tercero una cota de 0 m, y el tramo intermedio es un plano inclinado que une los tramos de los extremos. El canal se discretiza en 300 elementos de forma rectangular con un tamaño de 1 m de largo por 0.5 m de ancho. La condición inicial es un calado de 5 m, en los primeros 5 m del canal ($5\text{m} \times 5\text{m} \times 5\text{m}=125\text{ m}^3$), el resto del canal se supone seco. No se impone ninguna condición de contorno.

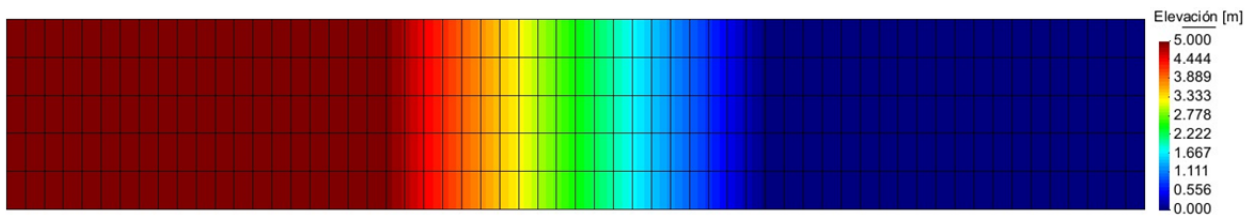


Figura 8.9 Topografía y malla de cálculo del canal

Iniciada la modelación a partir de la condición inicial (volumen de agua localizado en la cota superior) se produce un fenómeno de ruptura de presa y posteriormente la propagación hacia la cota inferior donde permanece almacenada hasta la alcanzar la condición de equilibrio (agua parada). El campo de calado resultado de la modelación se puede ver en Figura 8.10. En la Figura 8.11 se muestra una vista en perfil del fondo del canal, con la superficie libre del agua correspondiente a la condición inicial en la cota superior y la superficie libre del agua correspondiente a la condición final en la cota inferior.

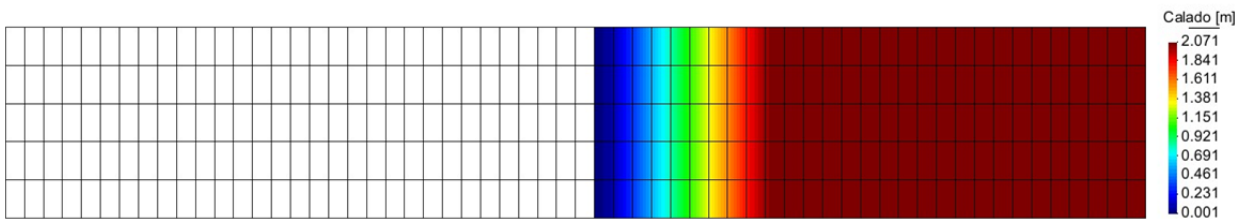


Figura 8.10 Campo de calados en la condición final

El volumen del recipiente inferior responde a la ecuación (8.4), de donde, la profundidad h es de 2.071 m, que corresponde al valor obtenido en los cálculos. Ello implica que el esquema WAF-TVD conserva la masa. En los cálculos, se utiliza un umbral de secado mojado de $h_{\text{seco}}=0.00001\text{ m}$; este valor es exageradamente pequeño para realizar cálculos puramente hidráulicos, pero cuando se modela el proceso lluvia-escurrimiento, debe ser lo suficiente pequeño para representar adecuadamente dicho proceso. Con valores tan pequeños como este, no se observaron inestabilidades en la solución.

$$5 \left[10h + \frac{2h(h)}{2} \right] = 125 \quad (8.4)$$

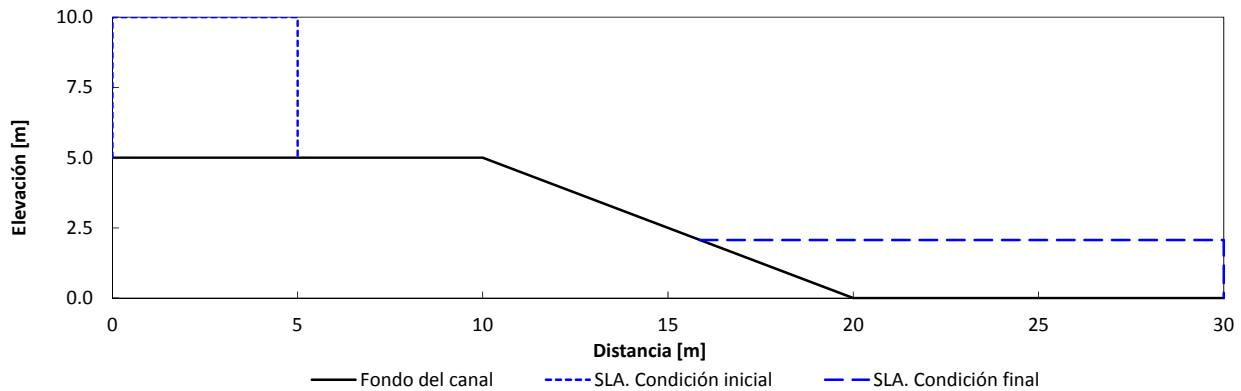


Figura 8.11 Esquema del canal. Superficie libre del agua en la condición inicial (línea punteada) y en la condición final (línea continua)

8.3.4 Rotura de presa en 2D

El fenómeno de la rotura de una presa ideal es un ejemplo de aplicación muy frecuente en la modelación numérica para evaluar el avance del frente de onda. Para ello, se parte de un fluido en reposo con dos calados distintos a ambos lados de una compuerta imaginaria en $x=0$ m. En el instante $t=0$ s se elimina la compuerta y el fluido se propaga libremente. Para tal efecto, se utiliza un canal horizontal de sección rectangular con un ancho de 10 m, una longitud de 100 m y sin fricción. El canal se discretiza en 10,000 cuadriláteros de forma rectangular de 0.5 m de ancho por 1 m de largo.

Los cálculos se realizan con fondo mojado y seco. Las condiciones iniciales para tal efecto, son en el extremo aguas arriba de la compuerta un calado de 10 m, en el extremo aguas abajo de la compuerta se utiliza un calado de 1 m para fondo mojado y de 0 m para fondo seco.

Los resultados de ambos casos se presentan para el instante de tiempo $t=5$ s. Se realiza una comparación numérica con la solución exacta (Toro 2000) y la solución calculada con las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. Así, en la Figura 8.12 y Figura 8.13 se presentan los calados en el eje del canal (arriba) y la superficie libre del agua para todo el dominio de cálculo (abajo) para la rotura de presa con fondo mojado y fondo seco, respectivamente. De igual forma, en la Figura 8.14 y Figura 8.15 se presentan las velocidades en el eje del canal (arriba) y el campo de velocidades (abajo) en todo el dominio de cálculo, para la rotura de presa con fondo mojado y fondo seco, respectivamente.

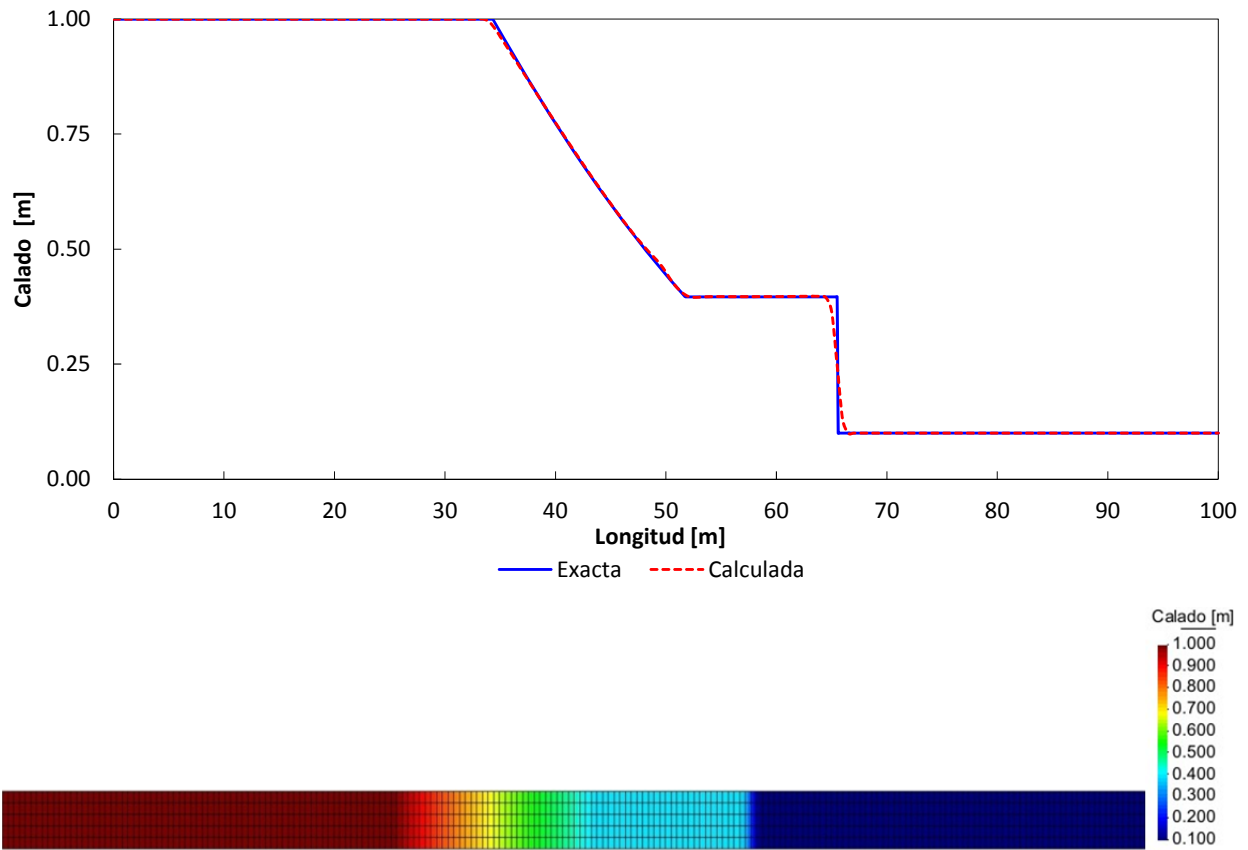


Figura 8.12 Rotura de presa con fondo mojado. Calados en el eje del canal (arriba) y superficie libre del agua (abajo)

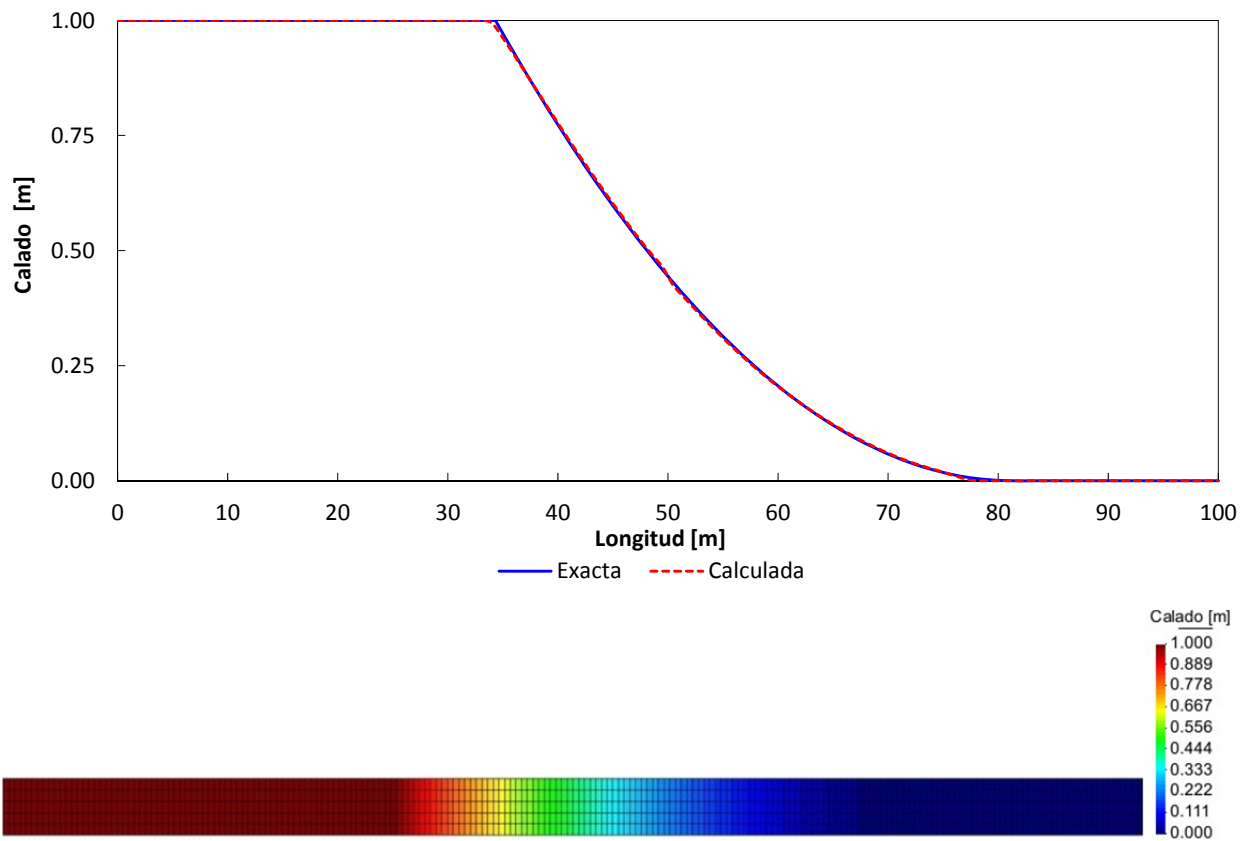


Figura 8.13 Rotura de presa con fondo seco. Calados en el eje del canal (arriba) y superficie libre del agua (abajo)

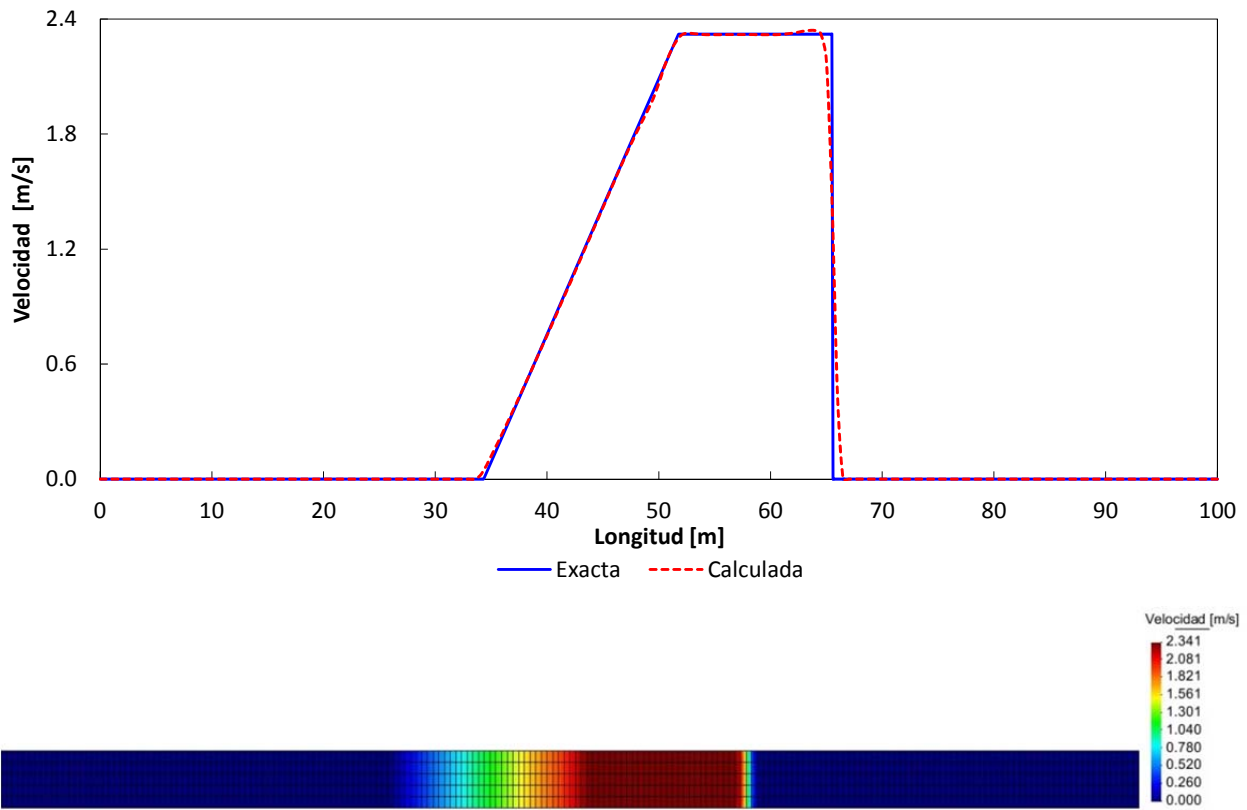


Figura 8.14 Rotura de presa con fondo mojado. Velocidades en el eje del canal (arriba) y campo de velocidades (abajo)

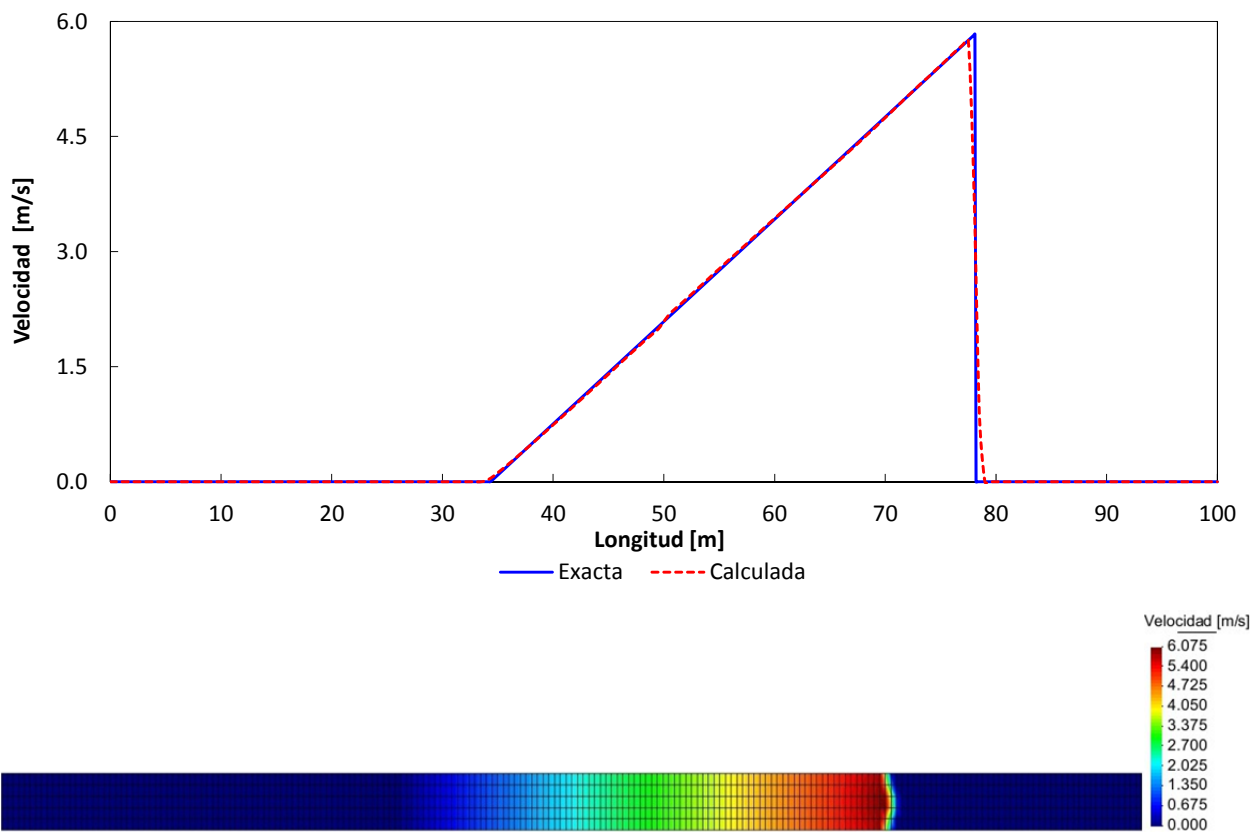


Figura 8.15 Rotura de presa con fondo seco. Velocidades en el eje del canal (arriba) y campo de velocidades (abajo)

En cada una de las figuras anteriores (arriba) se realiza una comparación en el eje del canal de la solución exacta con los resultados obtenidos. En ambos casos, los resultados tienen buena aproximación con la solución exacta, es decir, los frentes de onda son capturados adecuadamente por el esquema numérico en 2D.

8.3.5 Flujo no permanente en una red de canales arborescente

La red de canales no mallada propuesta por Akan y Yen (1981) consiste de dos uniones y seis canales, como muestra la Figura 8.16. Las características geométricas de los canales se especifican en la Tabla 8.1. La condición inicial es un flujo permanente correspondiente a un caudal de $2 \text{ m}^3/\text{s}$ en los canales 1 y 2, de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ en los canales 3 y 5, de $7 \text{ m}^3/\text{s}$ en el canal 4, y de $10 \text{ m}^3/\text{s}$ en el canal 6 y su correspondiente calado normal, que en este caso es de 0.6 m para todos los canales. La condición de contorno en el extremo aguas arriba de los colectores 1, 2, 3 y 5 son los hidrogramas de entrada que se muestran en la Figura 8.17. La condición de contorno en el extremo aguas abajo del colector 6 es un calado de 0.6 m . El canal se canales se discretiza en celdas con un tamaño de 10 m .

Las uniones de la red representadas con los nodos 4 y 6 tienen una cota del fondo de 0 m y un área en planta de 50.265 y 78.540 m^2 respectivamente. La condición inicial es un calado de 0.6 y 0.9 m , respectivamente. Para modelar las uniones se emplearon las dos formulaciones implementadas, formulación en 1D y formulación en 2D. En la formulación en 1D, se utiliza el área en planta correspondiente, mientras que en la formulación en 2D se usa un solo elemento de forma rectangular para cada unión, siendo estos de 8 m de largo por 6.283 m de ancho y de 10 m de largo por 7.854 m de ancho, respectivamente; además, se utiliza un coeficiente de fricción de Manning de $0.010 \text{ s/m}^{1/3}$. En la formulación en 1D se supone una unión con almacenamiento e igual elevación de la superficie libre del agua entre los colectores de entrada-unión-colectores de salida.

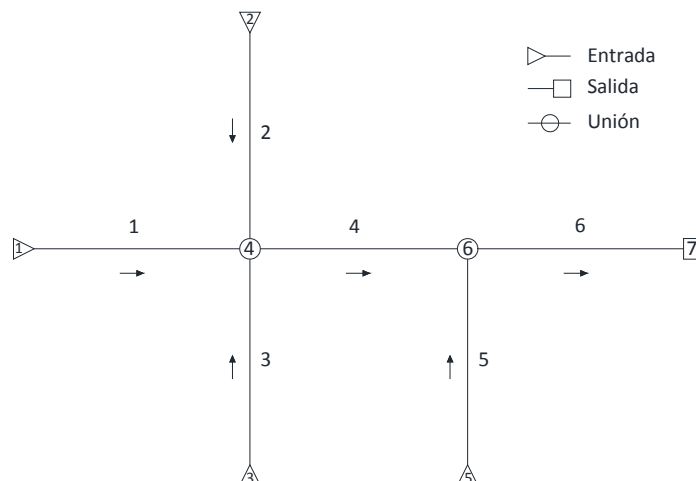


Figura 8.16 Esquema de la red de canales arborescentes

Tabla 8.1 Características generales de la red de canales arborescente

Colector [Id]	Longitud [m]	Pendiente []	Ancho [m]	Manning [s/m ^{1/3}]
1	600	0.0005	5	0.0207
2	600	0.0005	5	0.0207
3	600	0.0005	5	0.0138
4	600	0.0010	8	0.0141
5	600	0.0005	5	0.0138
6	600	0.0010	10	0.0125

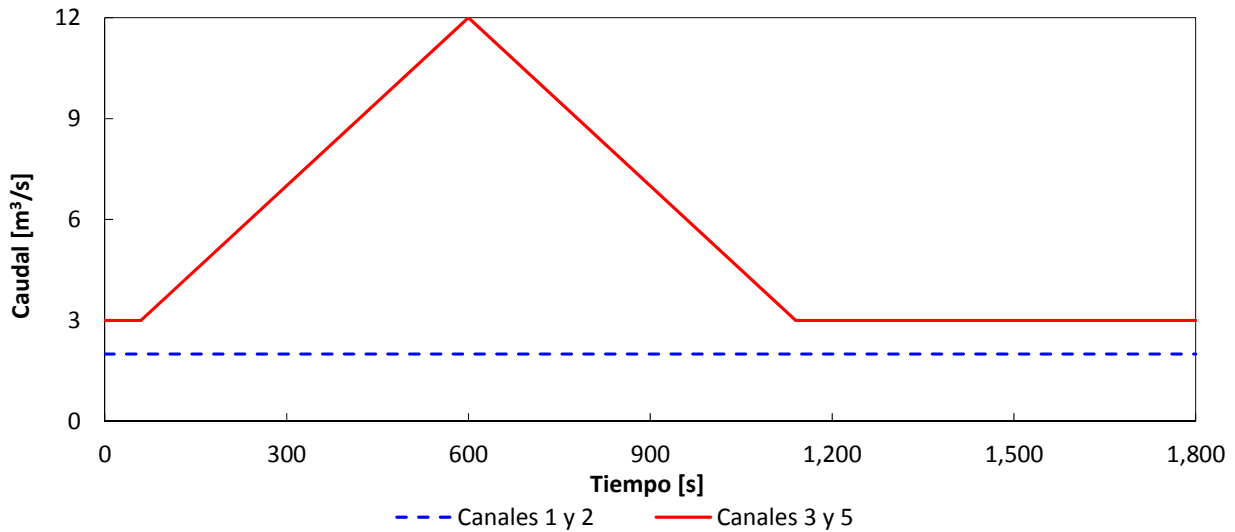


Figura 8.17 Hidrogramas de entrada en los canales 1 y 2, y 3 y 5

Entre la Figura 8.18 y la Figura 8.23 se encuentra una comparación numérica de los hidrogramas de salida de cada uno de los colectores. Akan y Yen (1981) obtuvieron los hidrogramas con un modelo en diferencias finitas, mientras que Noto y Tucciarelli (2001) emplearon HidroWorks.

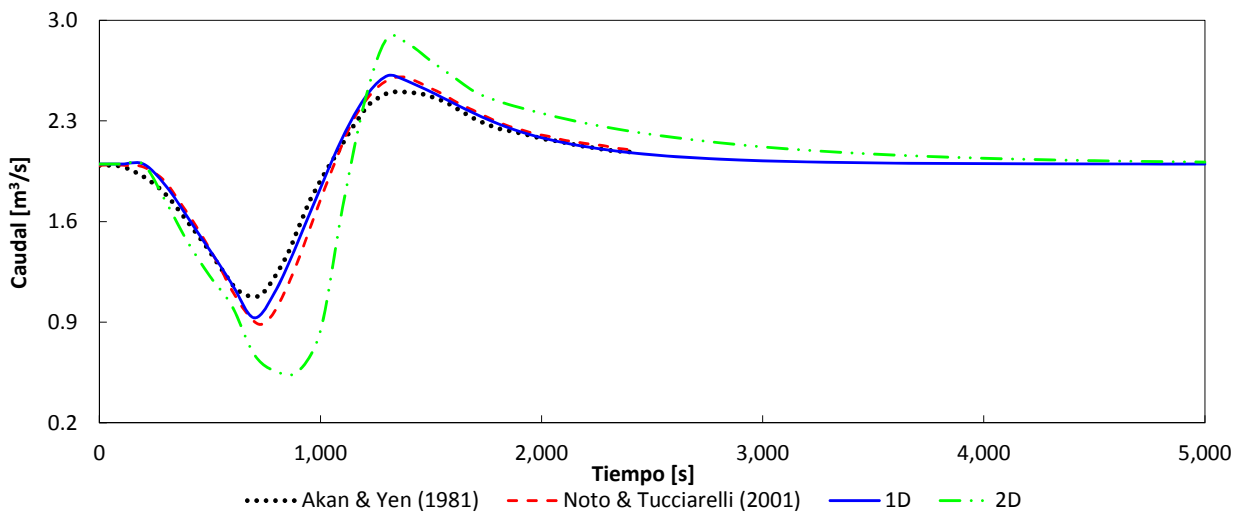


Figura 8.18 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 1

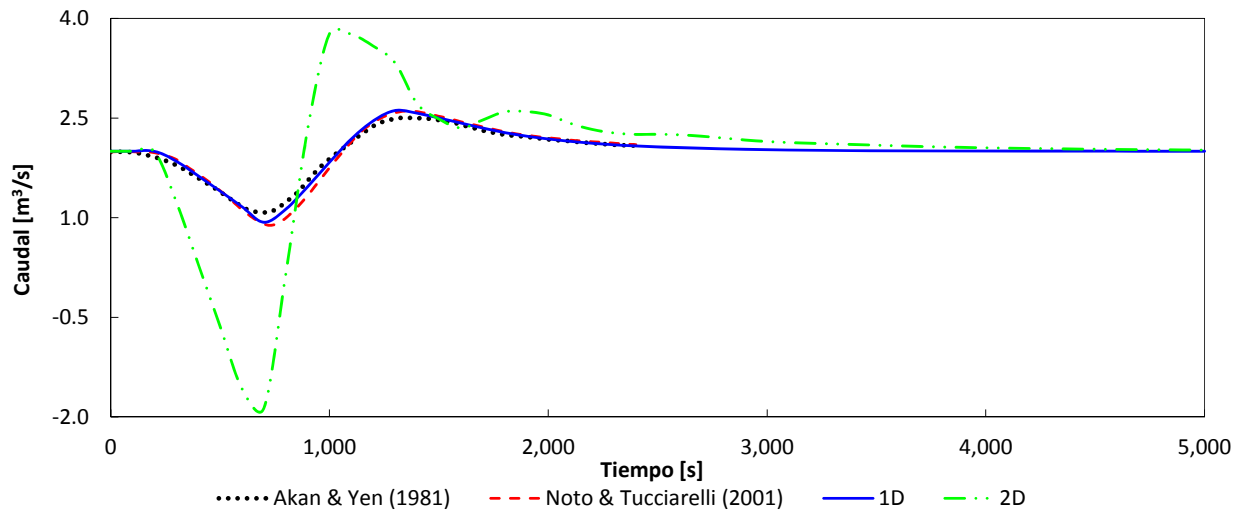


Figura 8.19 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 2

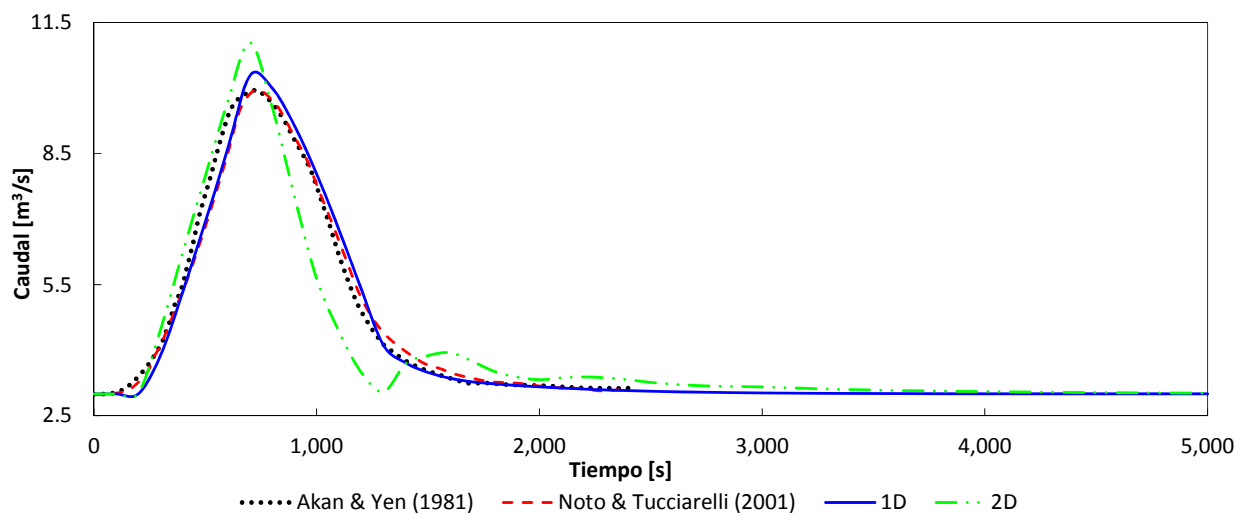


Figura 8.20 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 3

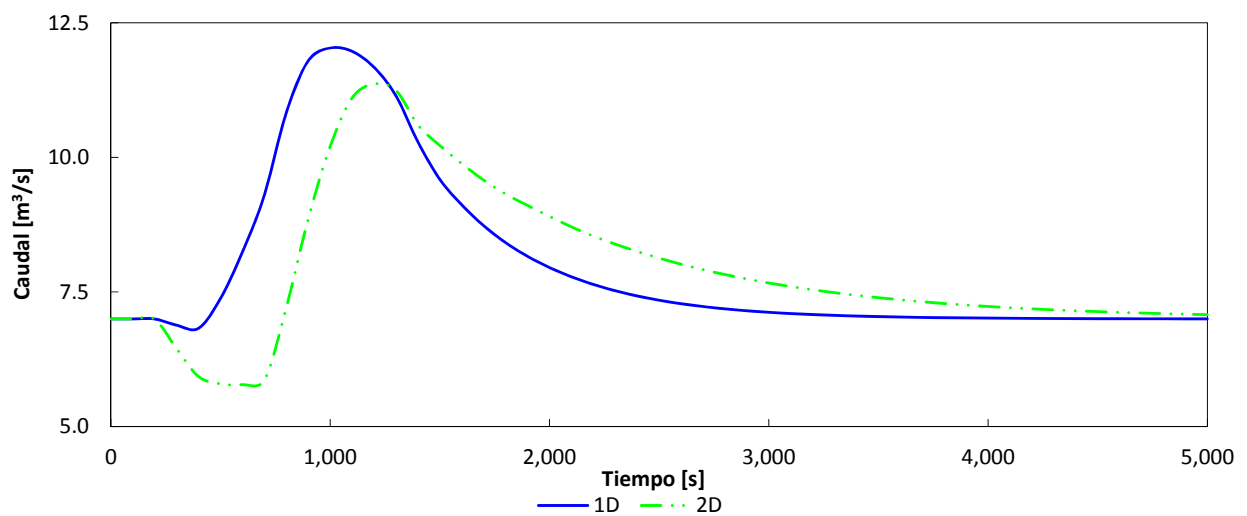


Figura 8.21 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 4

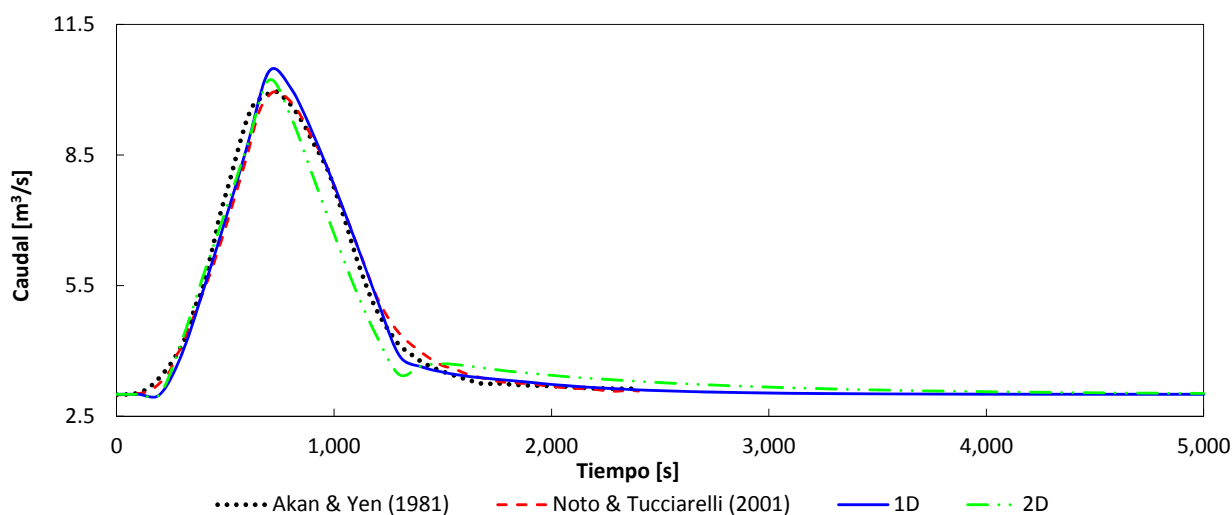


Figura 8.22 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 5

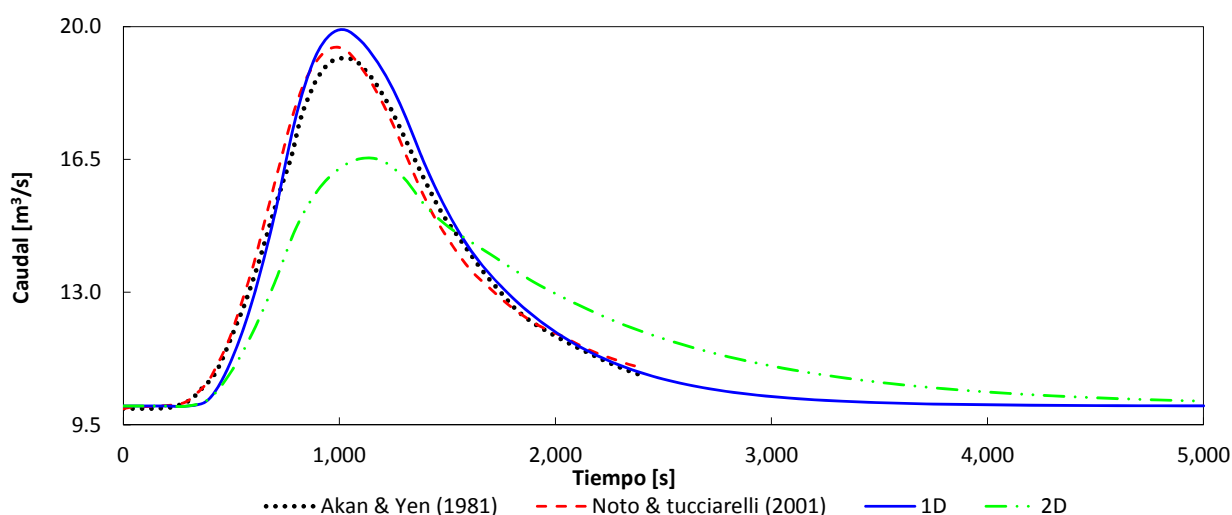


Figura 8.23 Comparación numérica de los hidrogramas de salida en el colector 6

Los hidrogramas de salida reportados por los autores indican que los colectores 1 y 2 y, 3 y 5 son idénticos, característica que también comparte los hidrogramas de este trabajo con la formulación en 1D, sin embargo, en la formulación en 2D hay grandes diferencias entre los hidrogramas de salida de los colectores 1 y 2, y en menor medida entre los colectores 3 y 5. La comparación de resultados muestra que los hidrogramas de salida obtenidos con la formulación en 1D son muy similares a los obtenidos por los otros autores, salvo por algunas pequeñas diferencias en el caudal punta menores al 5% en los colectores 3, 5 y 6. El tiempo de llegada del hidrograma al extremo aguas abajo del colector puede deberse a temas de discretización.

Los hidrogramas de salida con la formulación en 2D, a pesar de tener la forma de los hidrogramas de salida de la formulación en 1D, existen grandes diferencias de los mismos en los colectores 1, 2 y 6, en menor medida en el colector 3, y diferencias aceptables en el colector 5. Las diferencias en el caudal

punta de los hidrogramas correspondientes a los colectores 4 y 6 sin duda se deben a la atenuación a causa del almacenamiento que se logra con esta formulación en las uniones de los nodos 4 y 6. En la formulación en 1D, se considera que la unión tiene almacenamiento, pero debido al origen de esta formulación, dicho efecto practicante no se aprecia en los resultados.

Las diferencias en los hidrogramas de salida en los colectores 1 y 2, tiene que ver con el fenómeno hidráulico que sucede en la unión representada por el nodo 4. Para representar el comportamiento hidráulico de las uniones, en la formulación en 2D se emplean las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, por lo que, adicionalmente a la ecuación de continuidad se emplea la ecuación de cantidad de movimiento. Esta ecuación adicional, permite tener en cuenta una serie de fuerzas que actúan sobre el fluido.

De esta forma, antes de que el hidrograma de entrada del colector 3 llegue a la unión, la velocidad en la misma es básicamente es en la dirección del eje x (u), es decir, en la dirección aguas abajo del colector 1, debido a su propio caudal, la velocidad en la unión en la dirección del eje y (v) es despreciable, ya que las velocidades de los colectores 2 y 3 (opuestos) prácticamente se anulan entre ellas, predominando la de este último, por tener un caudal base mayor (Figura 8.24).

Cuando los caudales mayores al caudal base del hidrograma de entrada del colector 3 llegan a la unión, la velocidad en extremo aguas abajo del colector (en dirección del eje y), provoca que la velocidad en la unión en dirección del eje y se incremente rápidamente, siendo por algún tiempo incluso superior (casi el doble) que la velocidad en dirección del eje x . La consecuencia, una disminución e incluso un cambio de dirección en el caudal de salida del colector 2 y en menor medida del colector 1, además, de la generación de ondas en la dirección del eje y . El proceso descrito, se puede apreciar en los hidrogramas de salida principalmente de los colectores 2 y 3 (Figura 8.23), y en la velocidad de la unión en dirección y (Figura 8.24).

El efecto del comportamiento hidráulico en la unión representada por el nodo 4, se propaga aguas abajo, como lo deja ver el hidrograma de salida del colector 4 (Figura 8.23). En la unión correspondiente al nodo 6, el comportamiento es similar al anterior, en este caso, los hidrogramas de los colectores 4 y 5 son comparables, pero con dominio del primero, de ahí, que no se presente un fenómeno tan dinámico como en la unión del nodo 4.

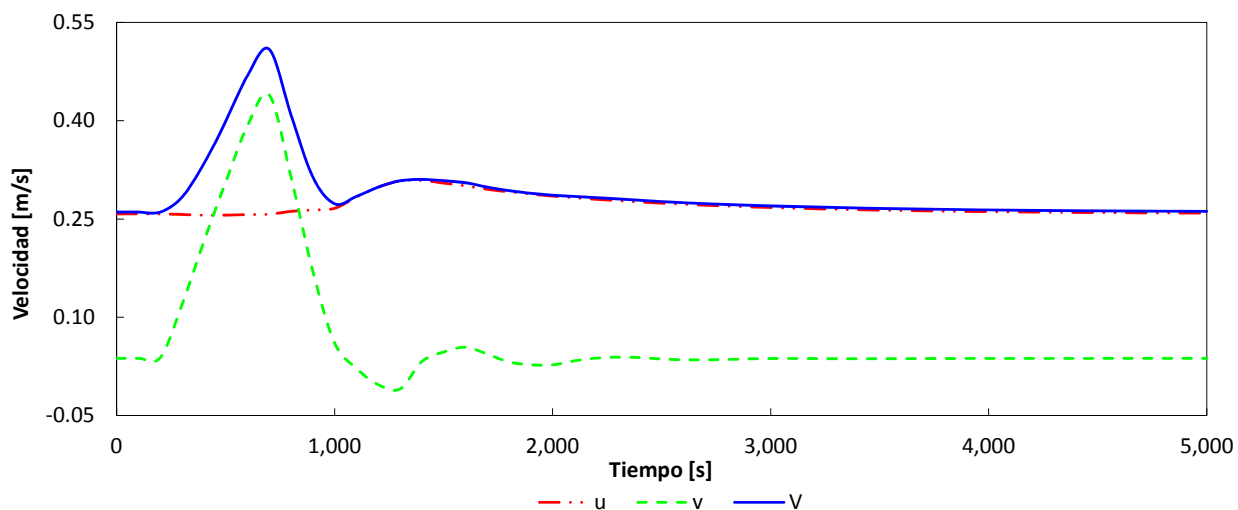


Figura 8.24 Velocidad en el nodo 4

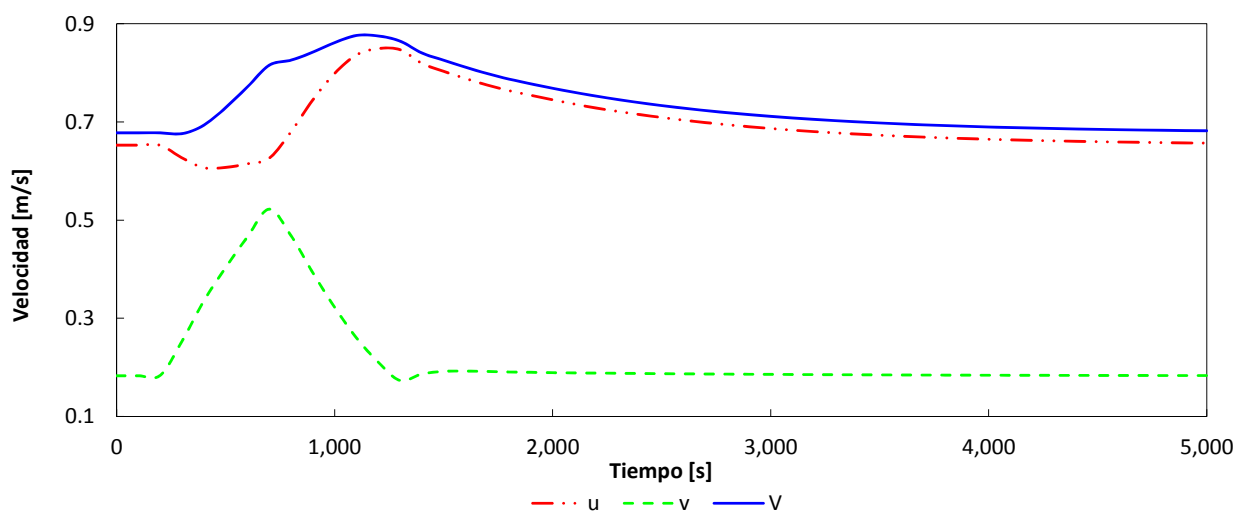


Figura 8.25 Velocidad en el nodo 6

En vista de lo anterior, se muestra que el esquema numérico en 1D para flujo en lámina libre en conductos y la formulación en 1D para representar las uniones son adecuados, ya que al realizar la comparación numérica se obtienen resultados satisfactorios. En cambio, el empleo de la formulación en 2D para modelar la unión de colectores, arroja resultados diferentes, pero ello no implica que sean erróneos. Esta formulación incorpora más detalles del proceso hidráulico que ocurre en la unión, ya que considera velocidades en dos direcciones principales (se desprecia la velocidad en la vertical) y se considera el efecto de las paredes y del fondo, por lo tanto, los resultados deberían ser más congruentes con que realmente ocurre.

8.3.6 Flujo transitorio en una red de colectores mallada

En esta sección se modela una red mallada, empleada también por García-Navarro et al. (1994), compuesta por 6 colectores y 4 uniones (Figura 8.26). Cada colector tiene una sección transversal de forma rectangular, un ancho de 1 m, una longitud de 100 m y un coeficiente de fricción de Manning de $0.01 \text{ s/m}^{1/3}$; las pendientes de los colectores se encuentran en la Tabla 8.2. Las uniones representadas por los nodos 1 y 4 tienen un área en planta de 1 m^2 , mientras que las uniones correspondientes a los nodos 2 y 3 tienen un área de 5 m^2 . Cada colector se discretizó en celdas de 1 m.

Las condiciones iniciales para cada colector se indican en la Tabla 8.2. Como condición de contorno en el extremo aguas arriba del colector 1, se impone un hidrograma dentado con un caudal base de $0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ y un caudal punta de $2 \text{ m}^3/\text{s}$ durante cuatro periodos; cada periodo tiene una duración de 600 s (Figura 8.26); en el extremo aguas abajo del colector 6 se impone un calado de 0.2 m.

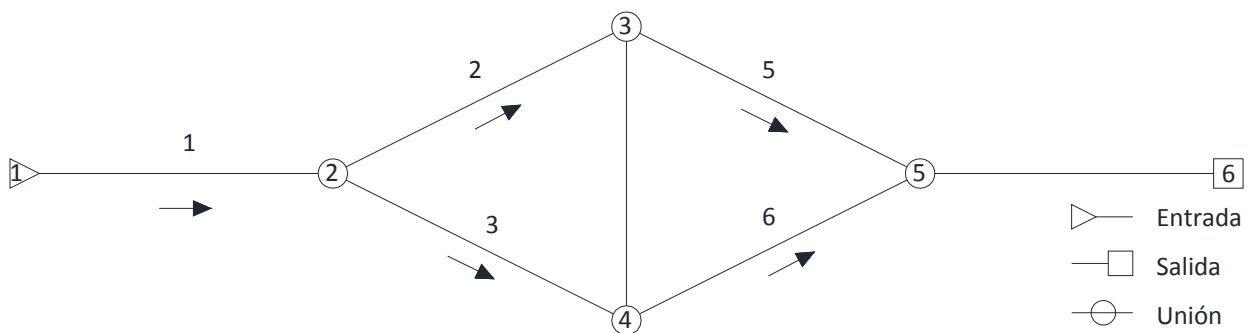


Figura 8.26 Esquema de la red de colectores mallada

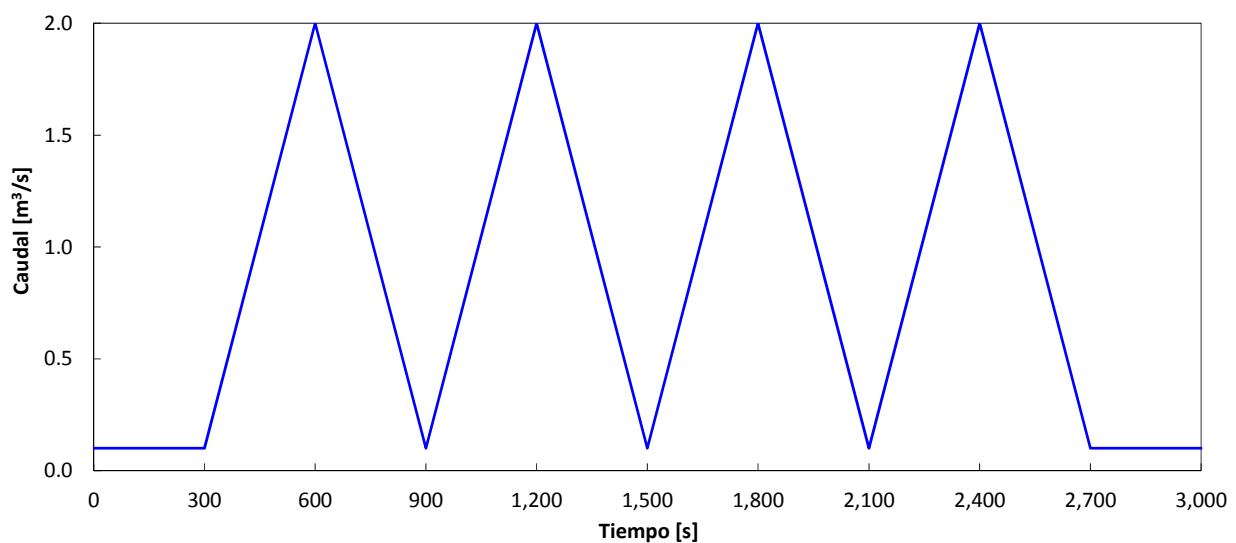


Figura 8.27 Hidrograma de entrada

Tabla 8.2 Características generales de la red de colectores mallada

Colector [Id]	Pendiente []	Caudal [m³/s]	Calado [m]
1	0.002	0.10	0.2
2	0.001	0.05	0.2
3	0.001	0.05	0.2
4	0.000	0.00	0.2
5	0.001	0.05	0.2
6	0.001	0.05	0.2
7	0.001	0.10	0.2

Los resultados indican que la solución del estado permanente tiene un caudal nulo en el colector 4, como consecuencia de la simetría de la red. Si N, es el número de celdas o volúmenes finitos en que se discretiza cada colector, los caudales en N/2 y N para los colectores 1, 2-3, 5-6 y 7, y en 1, N/2 y N para el colector 4 se muestran en las siguientes figuras. Debido a la simetría de la red, los hidrogramas de los colectores 3 y 6, son idénticos a los hidrogramas de los colectores 2 y 5, respectivamente.

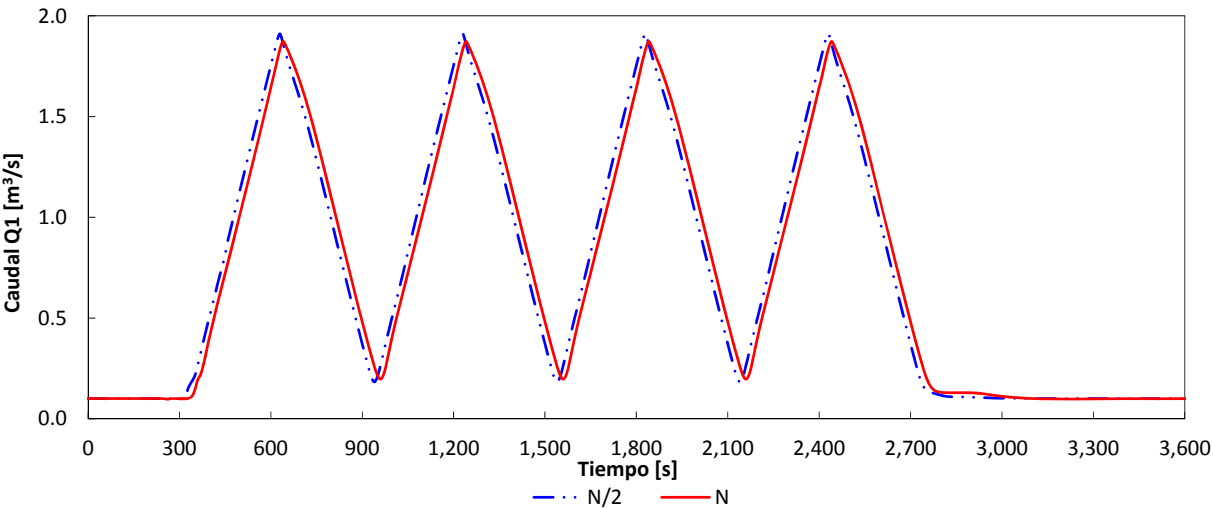


Figura 8.28 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 1

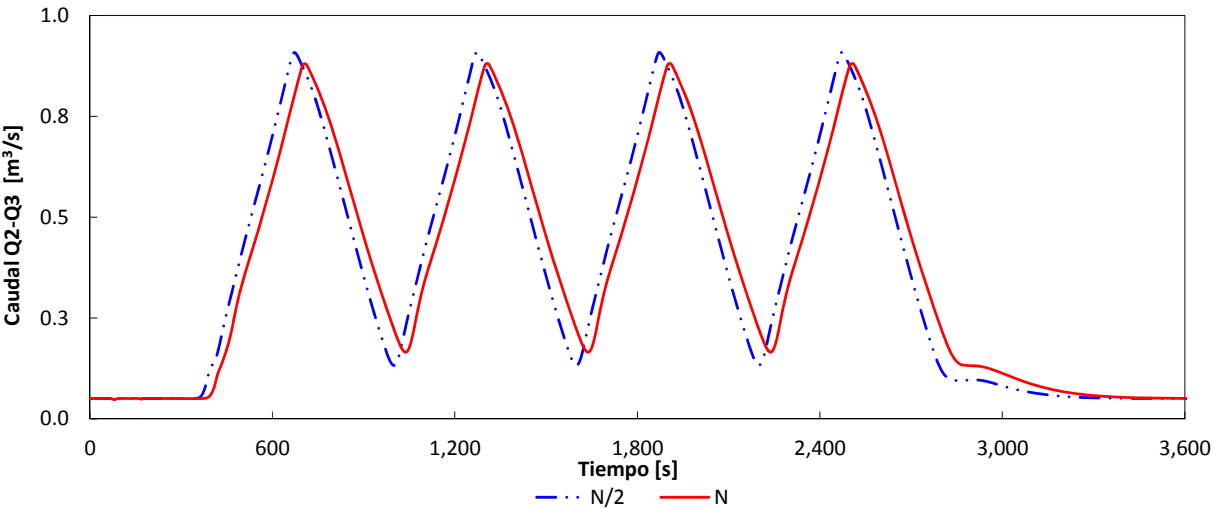


Figura 8.29 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 2 y 3

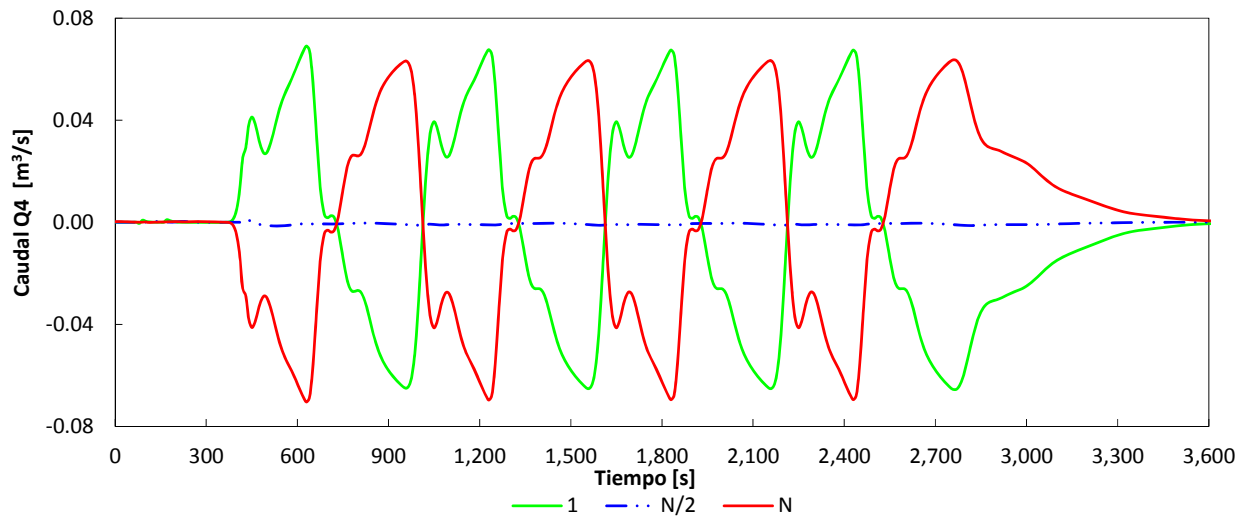


Figura 8.30 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2 y N. Colector 4

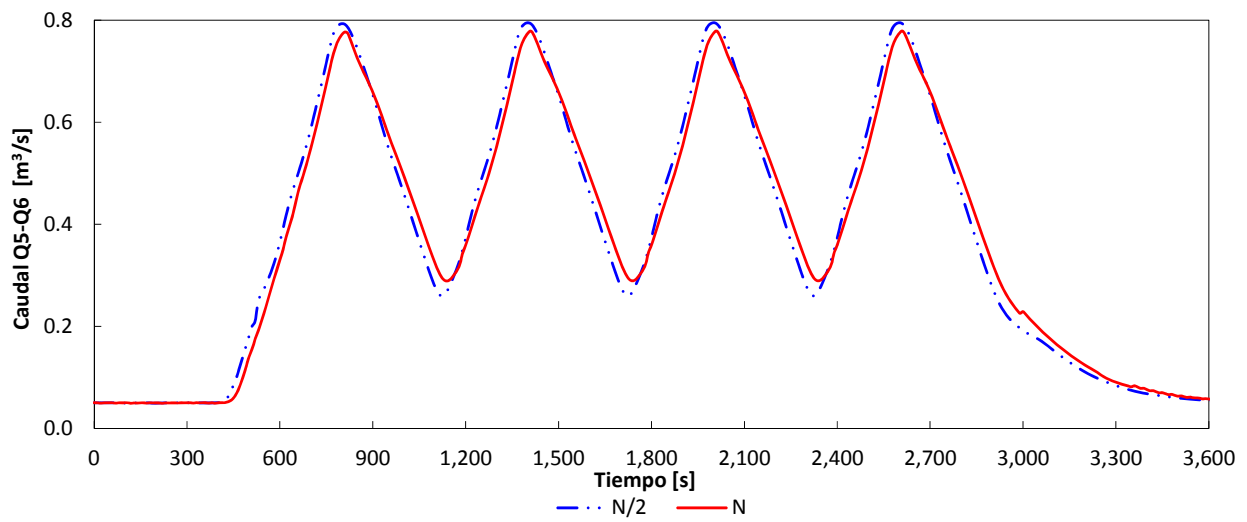


Figura 8.31 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 5 y 6

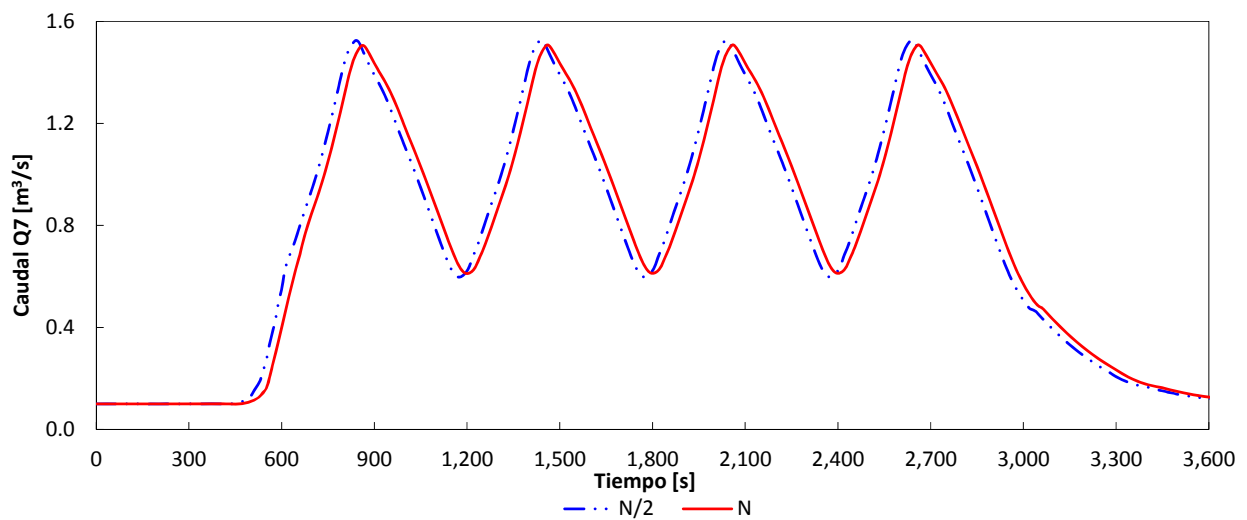


Figura 8.32 Hidrograma en los volúmenes finitos 1, N/2. Colector 7

Los hidrogramas de los colectores, 2, 2-3, 5-6 y 7, son similares a los obtenidos por García-Navarro et al. (1994); en todos ellos se puede ver la atenuación y traslación de los mismos. En el colector 4, el hidrograma en el volumen finito central es nulo, mientras que los hidrogramas de los extremos (volúmenes finitos 1 y N) son iguales pero con signo contrario. Ello se debe, a la simetría de la red.

9 CASOS DE APLICACIÓN

Con la finalidad de evaluar el funcionamiento y desempeño del modelo numérico integrado desarrollado, éste se aplica a dos cuencas urbanas con características y ubicaciones muy distintas entre sí. La primera se ubica en Sant Boi de Llobregat cerca de la ciudad de Barcelona en España. La zona es casi completamente impermeable con alta densidad de población y un régimen de lluvia propio de la zona mediterránea, en cambio, la segunda cuenca se ubica en el entorno de *Orchard Road* en la ciudad de Singapur. Esta zona se distingue por tener islas de edificios e importantes áreas verdes y un régimen de lluvia muy dependiente de la ocurrencia de tifones.

9.1 Cuenca urbana La Riereta

La cuenca urbana de La Riereta se encuentra ubicada en la zona conocida como la Riereta en el municipio de Sant Boi de Llobregat (Baix Llobregat), en el área metropolitana de Barcelona (Cataluña, España) y próxima al delta del río Llobregat, aproximadamente a una distancia de poco más de 4 km de la línea de costa (Figura 9.1). Su trama urbana puede ser considerada como representativa de otras poblaciones de su entorno. Se caracteriza por tener pendientes medias-altas en su parte superior y bajas cerca de la margen derecha de la desembocadura del río Llobregat. La cuenca tiene un área de 18 Ha, abarcando el casco antiguo de la población de Sant Boi de Llobregat, con ausencia casi total de zonas verdes, una elevada impermeabilidad, y pendiente elevada de la superficie. El drenaje de los tejados no está conectado directamente a la red de colectores, sino que vierte directamente a la calle a través de canalones de desagüe (Gómez 2008d).

La cuenca La Riereta en su día se estableció como una cuenca piloto con la finalidad de paliar la carencia de información de tipo hidrológico. De esta forma, uno de los objetivos era la caracterización hidrológica. En una primera fase, la caracterización incluía estimar el coeficiente de escurrimiento, la fracción de lluvia transformada en caudal, y el tiempo de concentración. En una segunda fase, el estudio comprendía el estudio de formación de hidrogramas de escurrimiento, sus caudales punta, y el comportamiento hidráulico de la red de alcantarillado. Para cumplir estos objetivos, se instalaron medidores de lluvia y caudal durante un periodo de tiempo suficiente para la recogida de 5 a 7 eventos de lluvia (Gómez 2008d).

Debido a los objetivos perseguidos con esta aplicación del modelo numérico integrado, solamente se utiliza una parte de la cuenca La Riereta. De esta forma, en la Figura 9.1 se observa el parteaguas de la cuenca urbana La Riereta y la subcuenca seleccionada para la aplicación. En la zona de estudio (la subcuenca), el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor tienen salidas distintas. Esta subcuenca es representativa de la cuenca urbana La Riereta, y representa aproximadamente el 40 % de la cuenca total. Los límites de la subcuenca fueron determinados con base en la topografía superficial, a la disposición de la red de alcantarillado y al punto de drenaje de los tejados. La información complementaria de la zona de estudio, se detalla en los siguientes apartados.

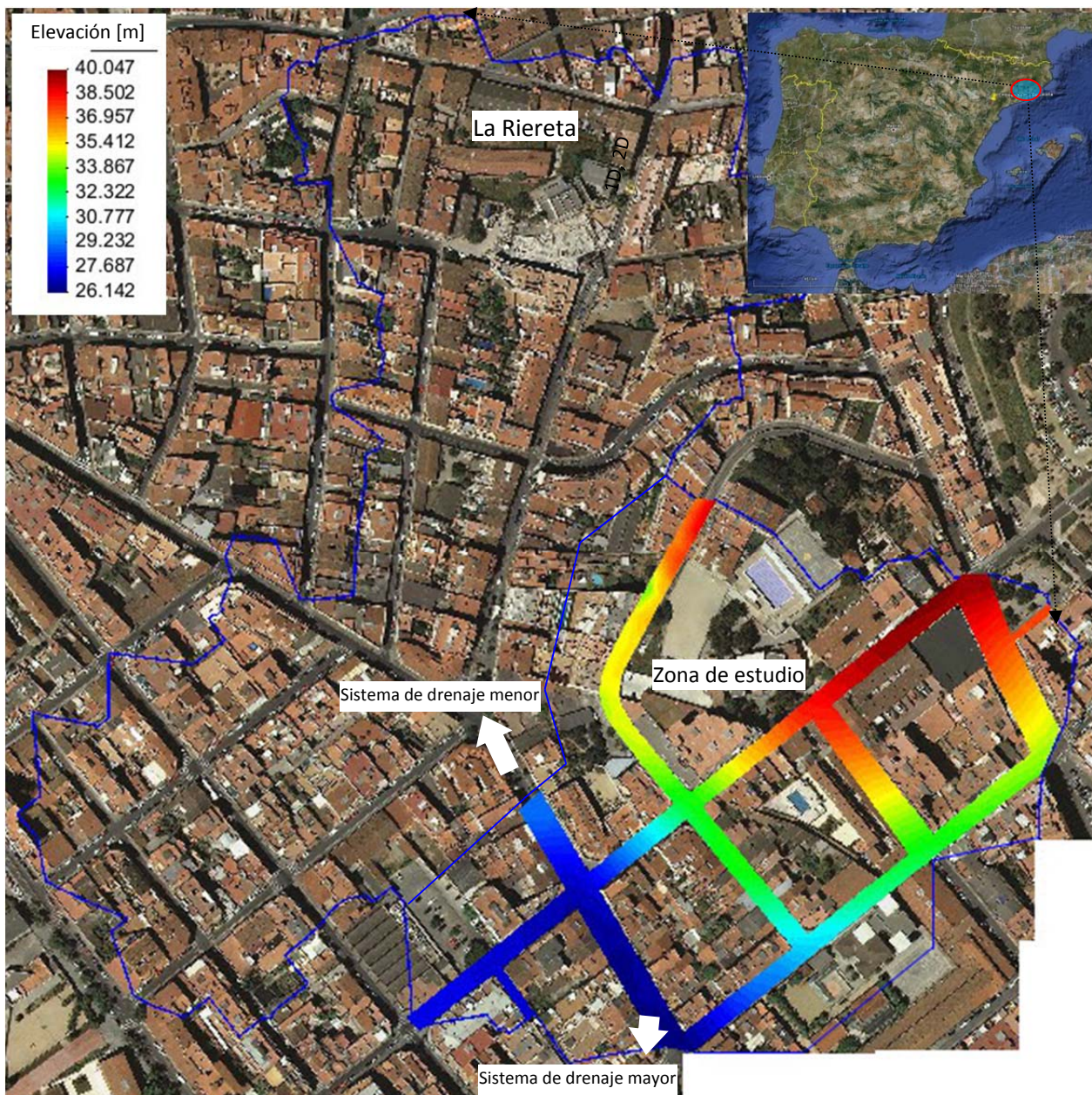


Figura 9.1 Localización espacial. Cuenca La Riereta, zona de estudio y cota de las calles

9.1.1 Sistema de drenaje mayor

La trama urbana de una ciudad viene definida por sus calles, manzanas, áreas verdes y áreas grises. Debido a que la zona está altamente urbanizada, el sistema de drenaje mayor de la zona de estudio está formado principalmente por dos áreas o elementos distintos muy concretos del drenaje urbano, que son calles y tejados, en los cuales, se aplica el modelo numérico correspondientes. En este caso, los tejados abarcan las zonas habitables, patios interiores, áreas verdes y áreas grises, por su parte, la calles, abarcan, la zona de aceras y calzadas de las calles únicamente.

Los tejados son una discretización de las manzanas, con los cuales se intenta reproducir el proceso lluvia-escurrimiento y propagación del flujo sobre los mismos. Dependiendo del tipo de urbanización, los tejados pueden estar conectados a la red de alcantarillado o a la calle, o una combinación de ambas; esta conexión generalmente es puntual cuando la descarga es a un colector (a través de un bajante y después con un conducto cerrado), sin embargo, cuando la descarga es una calle puede ser puntual a través de canalones de desagüe o de forma casi uniforme sin conexión física alguna, simplemente el caudal desliza por el bordes de un tejado y cae por la fuerza de gravedad sobre la calle. En la zona de estudio, la gran mayoría de los tejados descargan directamente a las calles, ello se debe a que tanto la cuenca como la subcuenca de estudio se ubican en medio del casco antiguo del municipio de Sant Boi de Llobregat, donde encontramos, mayoritariamente construcciones antiguas (Gómez 2008d). Entre las construcciones, se distinguen unas con tejados tipo galería y otras con tejados que vierten a dos aguas (Múrcia 2011). Este hecho, debería de ser considerado a la hora realizar la discretización de las manzanas en tejados, pero por falta de información detallada al respecto, en este trabajo se considera que los tejados descargan hacia la calle con la que limita.

Con fines de cálculo, una manzana debe de compartir por lo menos uno de sus lados con un tramo de calle, que forma parte del dominio de cálculo. Si existe una zona abierta rodeada por tejados (áreas interiores), ésta se puede modelar como tejado. La zona de estudio se integra por 12 manzanas; cada manzana se discretizó con tejados, cada uno de los cuales descarga de forma uniforme hacia un tramo de calle, obteniéndose así 30 tejados (Figura 9.2). Las características geométricas de dichos tejados se encuentran en la Tabla 9.1. De esta forma, las dimensiones del plano inclinado que representa el tejado en cuestión, son el área (área del tejado), longitud (longitud de lado del polígono por donde descarga el tejado) y ancho (área dividida entre la longitud).

Por su parte, las calles se forman por calzadas con pendiente transversal generalmente del 2 % y aceras con pendiente transversal habitualmente del 1 %. La topografía de las calles de la zona de estudio se

obtuvo a partir de un modelo digital del terreno con escala 1:2,500 mediante celdas de 15 m de lado aproximadamente y una resolución de 0.25 m. El resultado del procesado de este modelo es la topografía de las calles que se muestra en la Figura 9.1, donde se observa que la cota de las calles va desde los 26.142 m hasta 40.047 m.



Figura 9.2 Discretización. Sistema de drenaje mayor: Tejados (#-# indica: manzana-tejado) y calles (malla de cuadriláteros)

Repartidos sobre la red de calles que conforman la zona de estudio, se encuentran localizados los elementos de captación. En su mayoría son rejillas longitudinales convencionales ubicadas sobre la calzada junto al bordillo, que recogen el flujo de agua que circula por las cunetas, debido a la pendiente transversal de la calzada. En zonas conflictivas con valores de escurrimiento altos, se encuentran macro-rejillas principalmente longitudinales que garantizan una rápida evacuación del escurrimiento superficial debido al elevado porcentaje de área de huecos. Además, en calles con pendientes transversales nulas se encuentran rejillas transversales colocadas en todo el ancho de la calzada y casi siempre al final del

tramo de una calle con pendiente longitudinal. En general, las rejillas transversales presentan una alta eficiencia de captación, debido a sus dimensiones ya que con ello tienen un área de huecos importante. Los tres tipos de rejillas permiten el desagüe del agua que circula por la calzada de una calle y es transportada hacia el sistema de drenaje menor. En la cuenca experimental la Riereta, Murcia (2011) realizó un estudio de campo para determinar la localización y tipo de elemento de captación existente. En la zona de estudio se encuentran 5 tipos de rejillas longitudinales (Figura 9.5) y un tipo de rejilla transversal (Figura 9.6). La geometría de las mismas se presenta en la Tabla 9.2 y su localización en la Figura 9.5.

Tabla 9.1 Características generales de los tejados de la zona de estudio

Manzana [Id]	Tejado [Id]	Área [m ²]	Ancho [m]	Largo [m]
1	1	1,456.6	84.6	17.2
1	2	1,456.6	65.9	22.1
1	3	1,456.6	84.5	17.2
1	4	1,456.6	71.6	20.4
2	5	1,542.5	82.6	18.7
2	6	1,542.5	84.1	18.3
2	7	1,542.5	65.0	23.7
2	8	1,542.5	85.0	18.1
3	9	1,352.5	85.1	15.9
3	10	1,352.5	70.4	19.2
3	11	1,352.5	84.8	15.9
3	12	1,352.5	57.6	23.5
4	13	4,338.3	160.7	27.0
5	14	904.2	66.7	13.5
6	15	700.2	50.4	13.9
6	16	300.1	24.2	12.4
7	17	236.2	25.1	9.4
7	18	236.2	33.0	7.1
8	19	1,933.3	82.4	23.5
8	20	966.7	48.8	19.8
8	21	322.2	28.3	11.4
9	22	2,963.9	104.8	28.3
9	23	1,270.2	47.9	26.5
10	24	2,366.7	60.7	39.0
10	25	3,550.1	113.4	31.3
10	26	5,916.8	179.0	33.1
11	27	1,502.1	55.6	27.0
11	28	6,008.3	157.6	38.1
12	29	315.0	28.3	11.1
12	30	315.0	47.9	6.6
		51,551.7		

Tabla 9.2 Características generales de los elementos de captación de la zona de estudio

Reja [Tipo]	Modelo []	A []	B []	Largo [m]	Ancho [m]	Área [m ²]	Área [%]	C _{do} []
Longitudinal	-	0.34	0.57	0.44	0.28	0.284	42.8	-
Longitudinal	E-25	0.39	0.77	0.64	0.30	0.19	36.1	0.33
Longitudinal	IMPU	0.40	0.82	0.78	0.34	0.266	32.8	0.25
Longitudinal	Ebro	0.44	0.81	0.77	0.34	0.27	39.2	0.25
Longitudinal	R-121	0.47	0.77	0.78	0.35	0.284	42.8	0.20
Transversal	-	0.52	0.60	0.49	0.36	1.93	32.5	-



Figura 9.3 Rejas longitudinales modelo R-121 ubicadas sobre la calle de la Cerdanya que conectan con el colector³ (izquierda) y rejas modelo E-25 (Gómez 2008c) e IMPU (derecha)



Figura 9.4 Reja transversal continua modelo ubicada sobre la calle Joan Salvat i Papasseit que conecta con el colector

El área de huecos de los elementos de captación, cuando no existe dato alguno al respecto, se calcula como un porcentaje del área total de la misma, en este nuestro caso del 25 %. Esto, con la finalidad de realizar los cálculos ya sea con la formulación orificio/vertedero, o para determinar el caudal de salida a través de las fuentes cuando la carga piezométrica del sistema de drenaje menor es mayor a la superficie libre del agua en el sistema de drenaje mayor, en estos puntos.

Las características geométricas de las tapas de los pozos de registro no fueron reportadas por los trabajos anteriores, por lo que en este trabajo se considera que son de forma circular con un diámetro de 1 m; este tipo de elementos no ha sido caracterizado experimentalmente. En la zona de estudio, las tapas de los pozos de registro no tienen área de huecos, por lo que es imposible evacuar el escurrimiento superficial por estos puntos, es decir, solamente es posible el intercambio de flujo del sistema de drenaje menor al sistema de drenaje mayor. Cuando las tapas de los pozos de registro no presentan orificios como en nuestro caso, si la carga piezométrica en el pozo es mayor a la carga piezométrica de la superficie en este mismo punto, se permite que el agua salga ya sea libremente o considerando el peso de la tapa del pozo de registro.

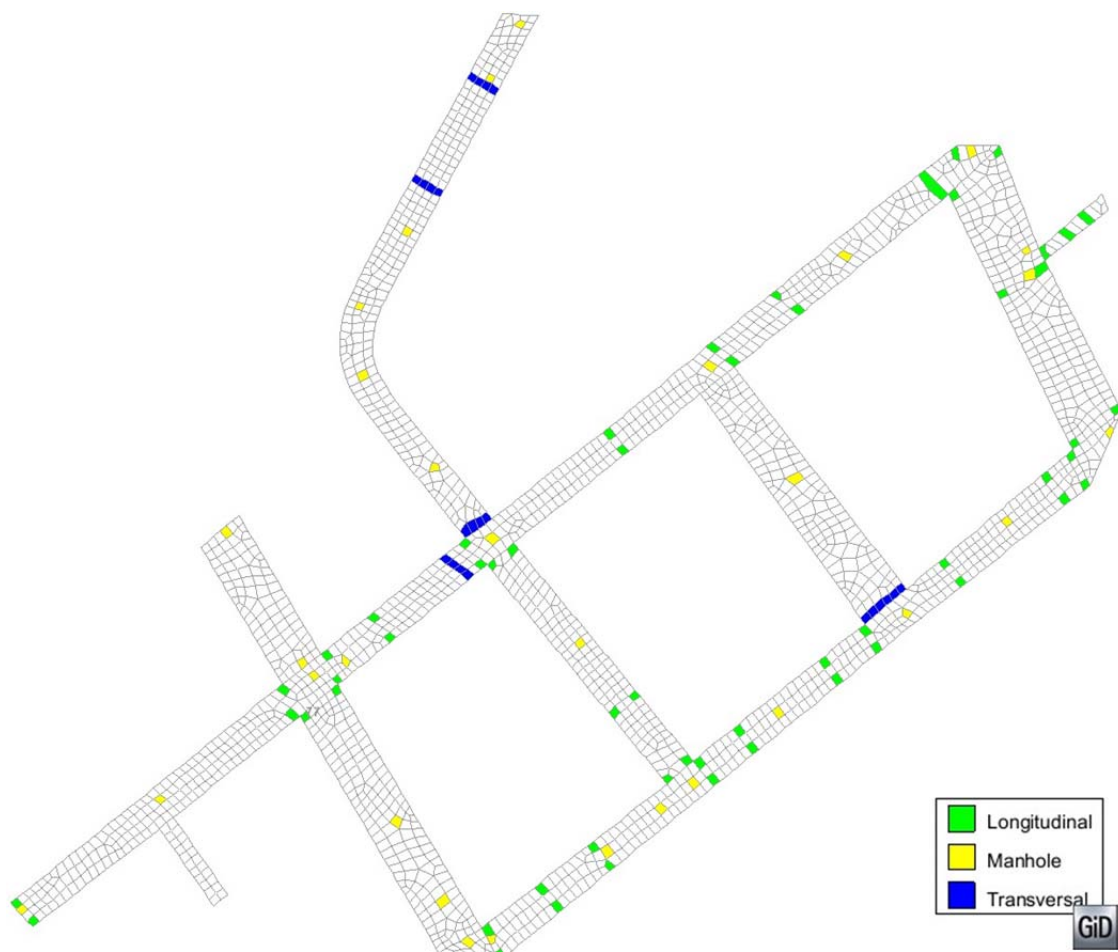


Figura 9.5 Localización y tipo de elementos de captación. Reja longitudinal (verde), reja transversal (azul) y tapa de pozo de registro (amarillo)

9.1.2 Sistema de drenaje menor

La red de alcantarillado de la cuenca Riereta y también de la subcuenca de la zona de estudio es de tipo unitaria y con una estructura mallada. Hidráulicamente en las redes malladas, a diferencia de las arborescentes, el agua no tiene un único camino para ir por de un punto hasta otro.

En la zona de estudio, el sistema de drenaje menor se compone de pozos de registro y colectores, así, éste se integra por 31 pozos de registro y 32 colectores. Dado que no se dispone de información de la forma de los pozos de registro, se considera que tienen forma circular con un diámetro de 1 m. Los colectores en su gran mayoría son conductos de forma circular con diámetros variables entre 0.30-0.60 m, pero dos conductos tienen forma rectangular (0.30 m de ancho por 0.40 m de altura). La red de colectores tiene dos conductos con pendientes negativas (-0.0759 y -0.1075) y el resto con pendientes positivas entre 0.0025 y 0.2909. Las longitudes de los colectores van desde 4.355 m hasta los 81.460 m. En la Tabla 9.3 se presentan los datos geométricos tanto de los pozos de registro como de los colectores y en la Figura 9.7 la localización espacial de los mismos.

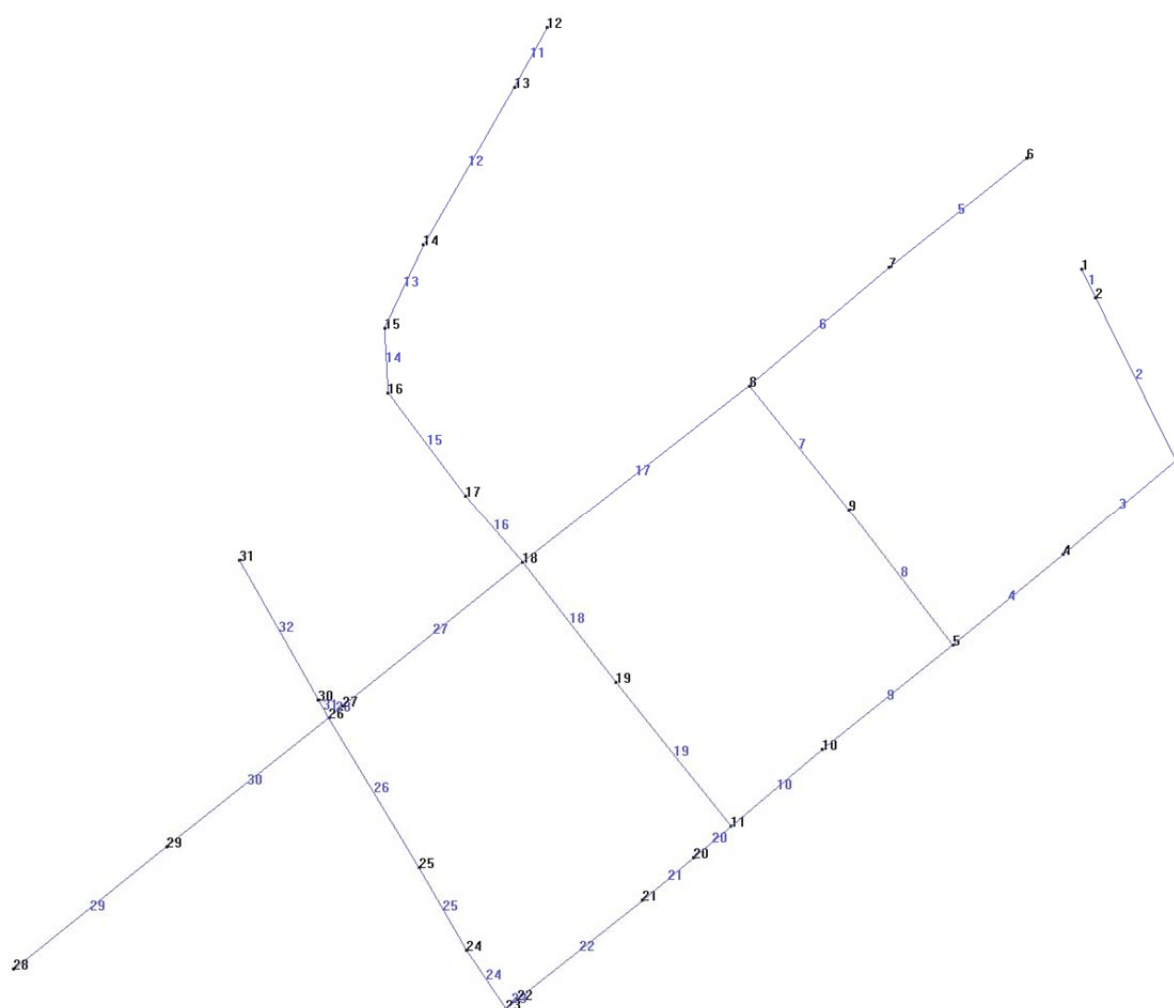


Figura 9.6 Sistema de drenaje menor. Pozos de registro (negro) y colectores (azul)

Tabla 9.3 Características generales de la red de alcantarillado de la zona de estudio

Colector [Id]	Longitud [m]	Pendiente []	Ancho [m]	Cota 1 [m]	Cota 2 [m]	Nodo 1 [Id]	Nodo 2 [Id]
1	8.9	0.0792	0.4	36.1	35.4	1	2
2	51.5	0.0398	0.4	35.4	33.4	2	3
3	41.9	0.0177	0.4	33.1	32.3	3	4
4	40.3	0.0192	0.4	32.3	31.5	4	5
5	49.7	0.0032	0.5	37.6	37.4	6	7
6	51.8	0.0229	0.5	37.4	36.2	7	8
7	45.1	0.0535	0.4	36.5	34.1	8	9
8	48.5	0.0534	0.4	34.1	31.5	9	5
9	47.3	0.0260	0.5	31.4	30.2	5	10
10	33.7	0.0448	0.5	30.2	28.7	10	11
11	19.7	0.0518	0.4	37.7	36.6	12	13
12	51.5	0.0025	0.6	34.0	33.9	13	14
13	26.0	0.0152	0.6	33.9	33.5	14	15
14	18.5	0.0091	0.6	33.5	33.3	15	16
15	36.5	0.0295	0.6	33.3	32.2	16	17
16	24.7	0.0619	0.5	32.2	30.7	17	18
17	81.5	0.0644	0.5	36.0	30.8	8	18
18	43.2	0.0268	0.5	30.9	29.7	18	19
19	52.2	0.0113	0.5	29.7	29.2	19	11
20	13.8	0.0282	0.5	28.7	28.3	11	20
21	18.7	0.0481	0.5	28.2	27.3	20	21
22	45.3	0.0712	0.5	27.3	24.1	21	22
23	4.4	0.2909	0.5	24.1	22.8	22	23
24	20.2	0.0758	0.3	22.8	24.3	23	24
25	26.6	0.0294	0.3	24.3	23.6	24	25
26	49.6	0.0048	0.3	23.6	23.3	25	26
27	65.4	0.0945	0.5	30.9	24.7	18	27
28	5.6	0.0967	0.5	24.7	24.2	27	26
29	55.2	0.0120	0.3x0.4	26.3	25.6	28	29
30	58.7	0.0240	0.3x0.4	25.6	24.2	29	26
31	5.7	0.1075	0.4	23.3	23.9	26	30
32	45.4	0.0316	0.4	23.9	22.5	30	31
	1,187.1						

9.1.3 Modelación numérica

A efecto de realizar los cálculos, es necesario discretizar la geometría de las manzanas, calles y colectores. Así, las manzanas se discretizan con 30 tejados (Figura 9.2 y Tabla 9.1), las calles con 1,832 elementos de tipo cuadrilátero con un área promedio de 9 m² (Figura 9.2) y los colectores con 691 celdas con un tamaño promedio de 1.718 m (Figura 9.6 y Tabla 9.3).

La rugosidad en los elementos se representa por medio del coeficiente de fricción de Manning, los valores empleados son de 0.016 s/m^{1/3} para los tejados, 0.018 s/m^{1/3} para las calles y de 0.012 s/m^{1/3} para los colectores. Además, se utiliza una celeridad de onda de presión de 5 m/s, para el cálculo de flujo en presión, en caso de que algún colector entre en carga.

Las condiciones iniciales son un caudal y un calado nulo para los tejados; una velocidad y un calado nulo para las calles; un caudal de $0.001 \text{ m}^3/\text{s}$ y el calado crítico correspondiente a este mismo caudal para los colectores. Como condiciones de contorno en el extremo aguas arriba, se utiliza un caudal y un calado nulo en los tejados; en las calles no existe ninguna entrada y no se definen dichas condiciones; en los colectores se utiliza un caudal constante de $0.001 \text{ m}^3/\text{s}$ (tratando de representar el flujo de aguas residuales). En caso de que el flujo en el colector tenga régimen supercrítico, la condición de contorno adicional en el extremo aguas arriba es el calado crítico correspondiente al caudal impuesto. En el extremo aguas abajo, los tejados no precisan de condición de contorno ya que se emplean las ecuaciones de la onda cinemática en 1D para el cálculo, en cambio, tanto para las calles como para los colectores se utiliza una condición de caída libre. En la unión de colectores las condiciones de contorno internas son impuestas de forma automática con la formulación general en 1D; no se consideran pérdidas de carga locales por la entrada y salidas de colectores en las uniones. Para determinar el caudal de intercambio en los elementos de captación se emplea la metodología Flumen y como ya se ha dicho no se permite la entrada de flujo a través de las tapas de los pozos de registro.

Finalmente, como señal de entrada se utiliza una lluvia de diseño de 10 mm con una duración de una hora (Figura 9.7). La distribución de la lluvia del hietograma en el tiempo, responde a las tormentas de diseño para la ciudad de Barcelona.

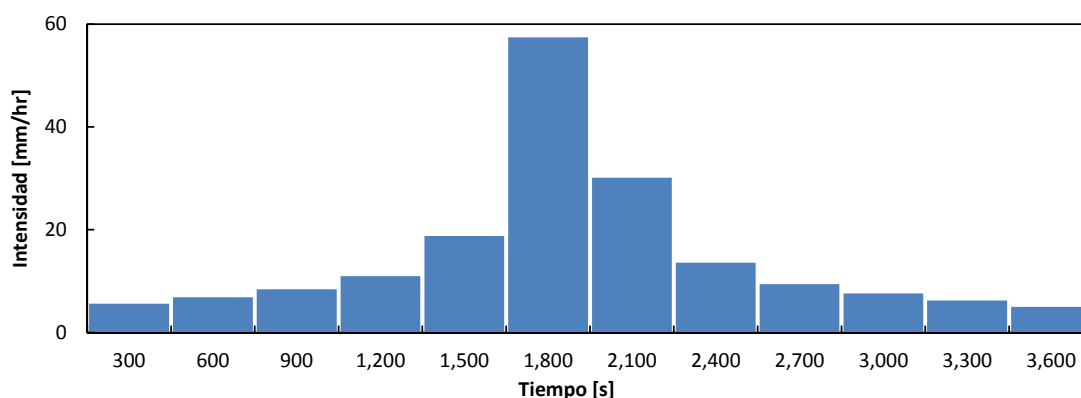


Figura 9.7 Lluvia de diseño de 10 mm y duración de una hora

Para evaluar el funcionamiento y rendimiento de los modelos numéricos implementados en este trabajo y con ello conocer el valor de las variables del flujo (calados, velocidades y caudales) del proceso hidráulico que ocurre en cada uno de los elementos que compone el drenaje urbano trabajando conjuntamente, así como también, las diferencias más significativas y la influencia en los resultados, de incluir o no, algún elemento del drenaje urbano, se hacen algunas consideraciones, que se sintetizan en los escenarios siguientes:

- A. Flujo sobre las calles. Se considera que el flujo proveniente de los tejados está conectado directamente al sistema de drenaje menor y los elementos de captación (sumideros) se encuentran bloqueados o colmatados. No se modela el flujo en los tejados, el flujo de intercambio en los sumideros ni el flujo en los colectores.
- B. Flujo sobre las calles y flujo en los tejados. Se considera que los elementos de captación (sumideros) se encuentran bloqueados o colmatados. No se modela el flujo de intercambio en los sumideros ni el flujo en los colectores.
- C. Flujo sobre las calles y flujo de intercambio en los elementos de captación (sumideros) en una sola dirección (del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor). Se considera que el flujo proveniente de los tejados está conectado directamente al sistema de drenaje menor. No se modela el flujo en los tejados ni el flujo en los colectores.
- D. Flujo sobre las calles, flujo de intercambio en los elementos de captación (sumideros) en una sola dirección (del sistema de drenaje mayor al sistema de drenaje menor) y flujo en los tejados. No se modela el flujo en los colectores.
- E. Flujo sobre las calles, flujo en los colectores y flujo de intercambio en los elementos de captación (fuentes y sumideros). No se modela el flujo en los tejados.
- F. Flujo sobre las calles, flujo en colectores, flujo de intercambio en los elementos de captación (fuentes y sumideros) y flujo en los tejados.

Los escenarios E y F son modelaciones desde el punto de vista del drenaje urbano dual, ya que permite intercambio de flujo en los elementos de captación (fuentes y sumideros). El escenario F representa una modelación numérica en 1D (colectores) y 2D (superficie) totalmente integrada, ya que se modelan todos los procesos hidráulicos del drenaje urbano desde el punto de vista dual, y se representan los diferentes fenómenos hidráulicos en el lugar y tiempo en que ocurren.

9.1.4 Resultados y comparación

En la Figura 9.8, se observa una comparación de los caudales de salida del sistema de drenaje mayor para los diferentes escenarios establecidos, es decir, el correspondiente a los escenarios A) las calles, B) calles y tejados, C) calles y sumideros y D) calles, sumideros y tejados. Los escenarios C y D son idénticos a los escenarios E y F, con la diferencia de que en estos últimos se incluye el sistema de drenaje menor. De esta comparación, se desprenden aspectos importantes. En primer lugar, el caudal y volumen proveniente de los tejados es más de 5 veces mayor que el de las propias calles y en segundo lugar, los elementos de captación (sumideros) interceptan volumen de agua mayor en cuanto mayor es el escurrimiento superficial. La capacidad de captación de un sumidero viene condicionada por su eficiencia, por lo que, mientras el escurrimiento superficial continúe aumentando, llegará un momento

en que los sumideros alcancen su capacidad máxima. Además, como era de esperar los hidrogramas de salida del sistema de drenaje mayor para los escenarios C y E, así como de los escenarios D y F, son idénticos debido a que la carga hidráulica en los colectores en ningún momento supera la superficie libre del agua en las calles en los puntos de intercambio.

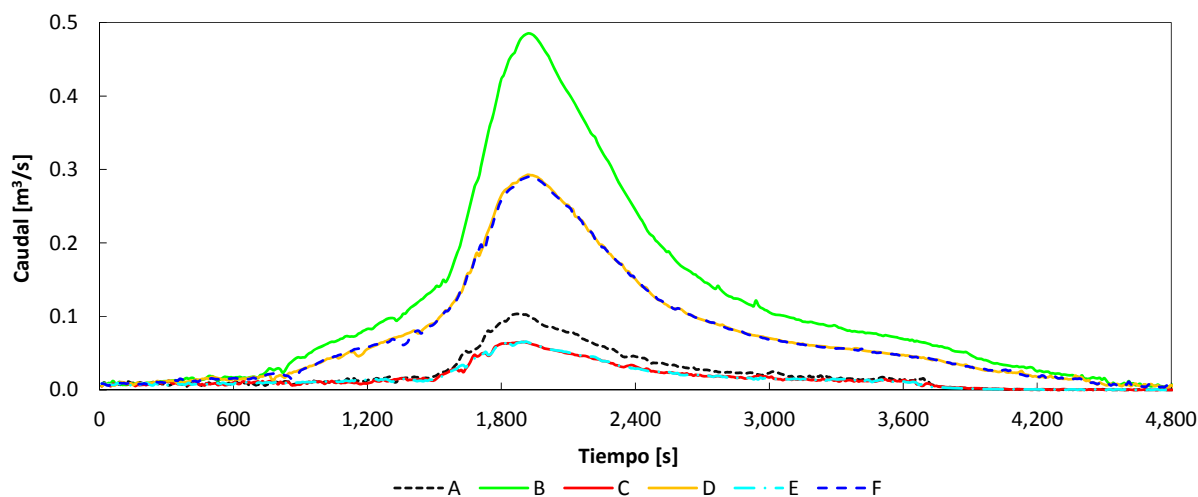


Figura 9.8 Hidrogramas de salida en el sistema de drenaje mayor para los diferentes escenarios

En la Figura 9.9 se muestran los hidrogramas de salida del sistema de drenaje menor, para los escenarios E y F, es decir, los escenarios donde se incluye el sistema de drenaje menor. En esta figura, descontando el caudal base que es poco significativo, el volumen de los hidrogramas representa el caudal captado por los sumideros. El caudal punta del hidrograma de salida correspondientes al escenario F, es aproximadamente la diferencia entre los caudales punta del escenario B y F de los hidrogramas de salida del sistema de drenaje mayor. Un fenómeno similar sucede con el caudal punta del hidrograma de salida del sistema de drenaje menor para el escenario E y los caudales punta de los hidrogramas de salida del sistema de drenaje mayor en los escenarios A y E.

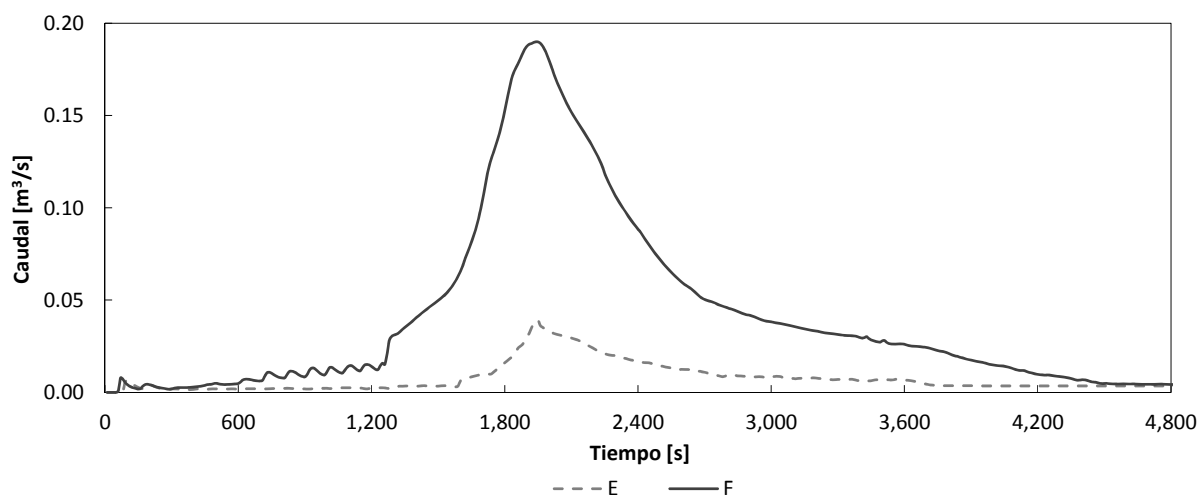


Figura 9.9 Hidrogramas de salida en el sistema de drenaje menor para los escenarios E y F

Como ya se mencionó anteriormente, el caudal proveniente de los tejados aporta un volumen de agua importante. El caudal y calado a la salida de los tejados sin duda viene condicionado por la geometría de los tejados, para constarlo en la Figura 9.10 se presentan los hidrogramas y en la Figura 9.11 los limnigramas de salida para algunos tejados seleccionados.

Los hidrogramas dibujados corresponden a los valores mínimos, promedio y máximos de las variables geométricas de los tejados (área, ancho y longitud de los tejados). Así, los tejados 16, 22 y 28 corresponden a áreas, los tejados, 16, 8 y 13 a anchos y los tejados 30, 19 y 24 a longitudes mínimas, medias y máximas respectivamente. De la primera figura se desprende que el caudal punta de los hidrogramas depende, descontando otros factores no considerados y en orden de importancia, del área, de la longitud y del ancho. En los calados de salida no se observa un patrón claro. Además, cuanto más grandes son los valores del área, ancho y longitud, tanto los hidrogramas como los limnigramas adquieren una forma de 'v' invertida, y a valores más pequeños adquieren una forma más plana. Lo anterior se debe al tiempo de concentración, es decir, para valores de área, anchos y longitudes bajos, el tiempo de concentración es menor al tiempo de cálculo.

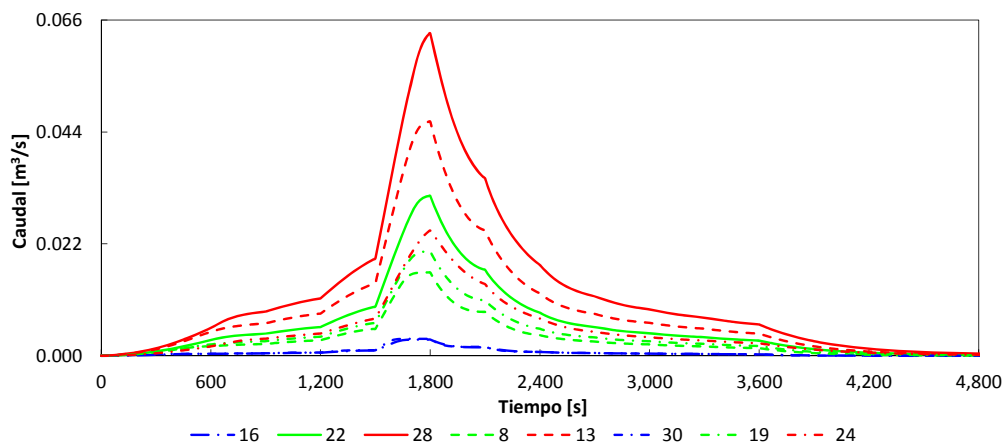


Figura 9.10 Hidrogramas de salida de algunos tejados seleccionados (escenarios B, D y F)

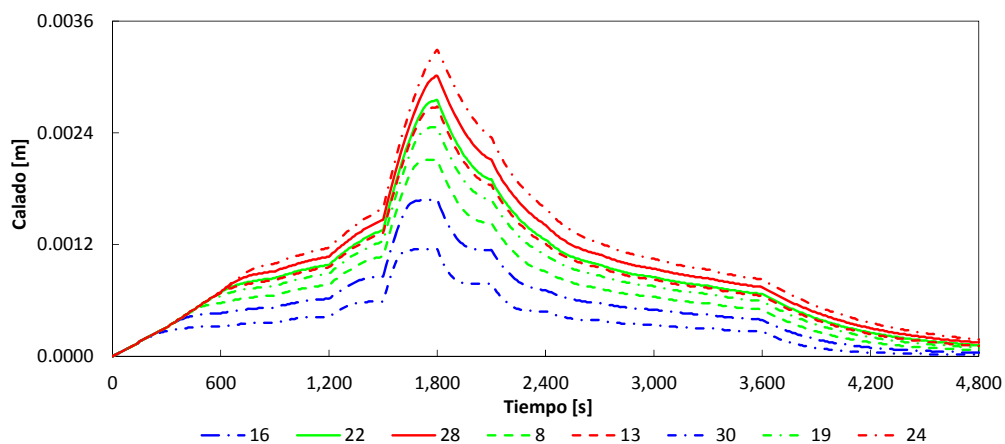


Figura 9.11 Limnigramas de salida de algunos tejados seleccionados (escenarios B, D y F)

Un aspecto importante en la modelación del drenaje urbano desde el punto de vista del drenaje urbano dual, es el flujo de intercambio en las fuentes y sumideros. Por ello, en la Figura 9.12 y la Figura 9.13 se presentan los hidrogramas para seis rejillas longitudinales y dos rejillas transversales (##-## tipo de rejilla longitudinal/transversal, número de rejilla - colector, número de colector al cual descarga la rejilla), para los escenarios E y F respectivamente. Como se mencionó anteriormente, el caudal punta del hidrograma de salida del sistema de drenaje menor del escenario F es mayor en comparación al escenario E, esta misma tendencia se observa en los hidrogramas de los elementos de captación. Tanto es así, que los hidrogramas de las rejillas longitudinales L53-C18 y L75-C28 y la rejillas transversales T4-C16 y T1-C8 en el escenario E, interceptan un caudal punta muy bajo, menor a $0.001 \text{ m}^3/\text{s}$, su contraparte, los caudales punta del escenario F, son entre 4 y 6 veces mayores.

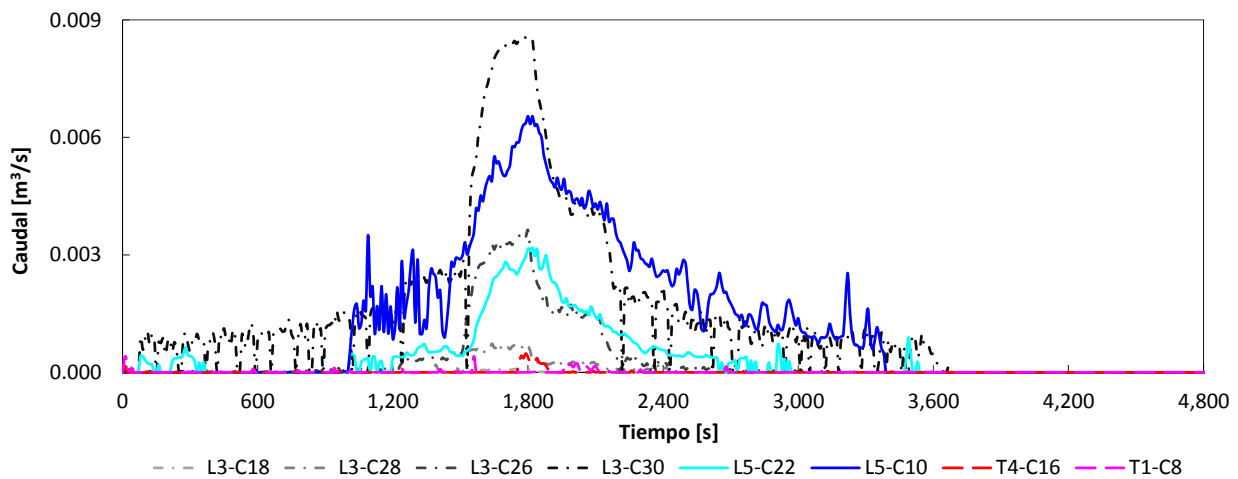


Figura 9.12 Hidrogramas de intercambio en algunos elementos de captación seleccionados funcionando como sumideros. Escenario E

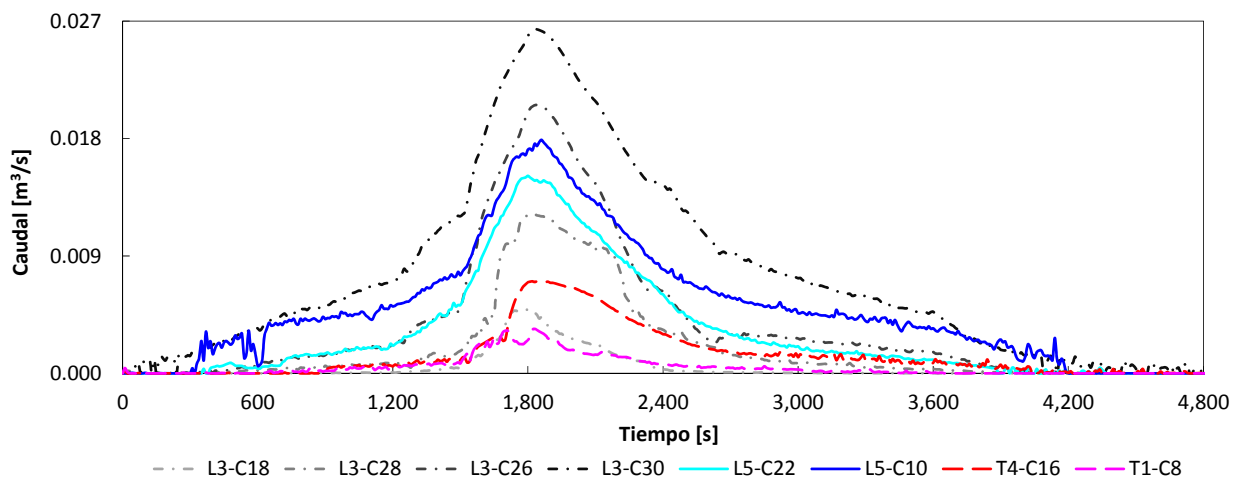


Figura 9.13 Hidrogramas de intercambio en algunos elementos de captación seleccionados funcionando como sumideros. Escenario F

Anteriormente, se ha hecho un análisis general, pero también es necesario un análisis detallado, ya que el efecto de los escenarios también se nota localmente en la superficie. Para ello, en las Figura 9.14 y Figura 9.15 se presenta una comparación de la evolución temporal de calados y velocidades respectivamente, en el elemento 901 (elemento localizado a unos 20 m de la salida, en la calle del lado derecho), para los escenarios A, B, C y D. Los resultados en la modelación numérica en 2D de los escenarios E y F son idénticos a los escenarios C y D respectivamente. El elemento en cuestión se localiza en una zona donde existe el mayor peligro por inundación (elemento donde el resultado de multiplicar el valor de la velocidad por el calado, es uno de los más altos). Como se puede notar, los calados no son importantes en cambio las velocidades alcanzan velocidades mayores a 1 m/s, al menos para el escenario B y D, las cuales, en combinación con otros factores (trasporte de objetos, falta de visibilidad, edad y habilidad de las personas, etc.), pueden poner en riesgo la seguridad de los peatones.

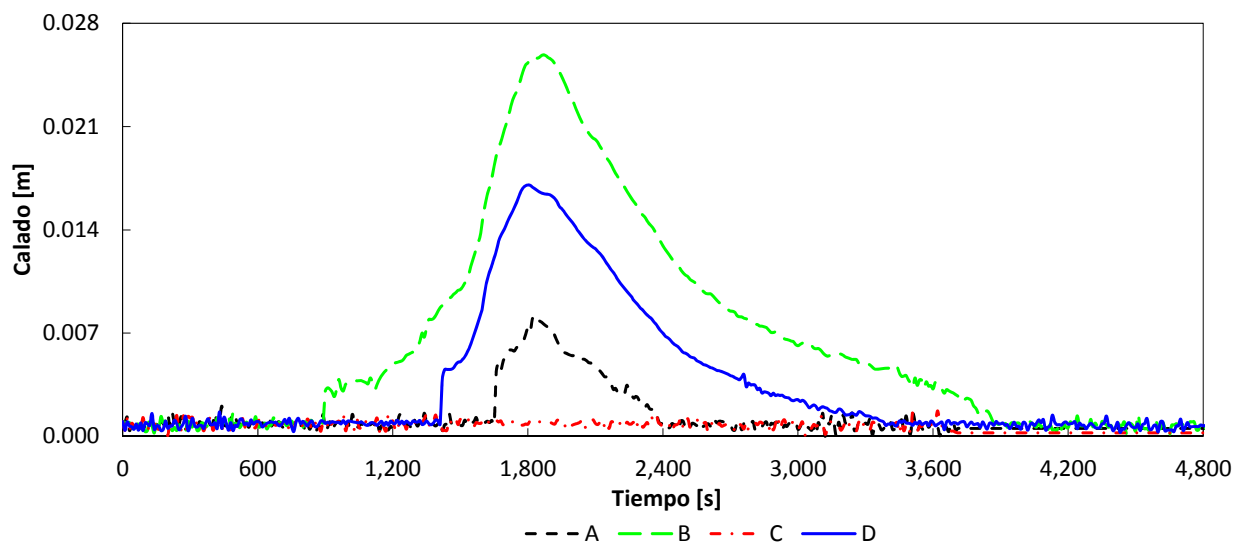


Figura 9.14 Evolución temporal del calado en el elemento 901. Escenarios A, B, C y E

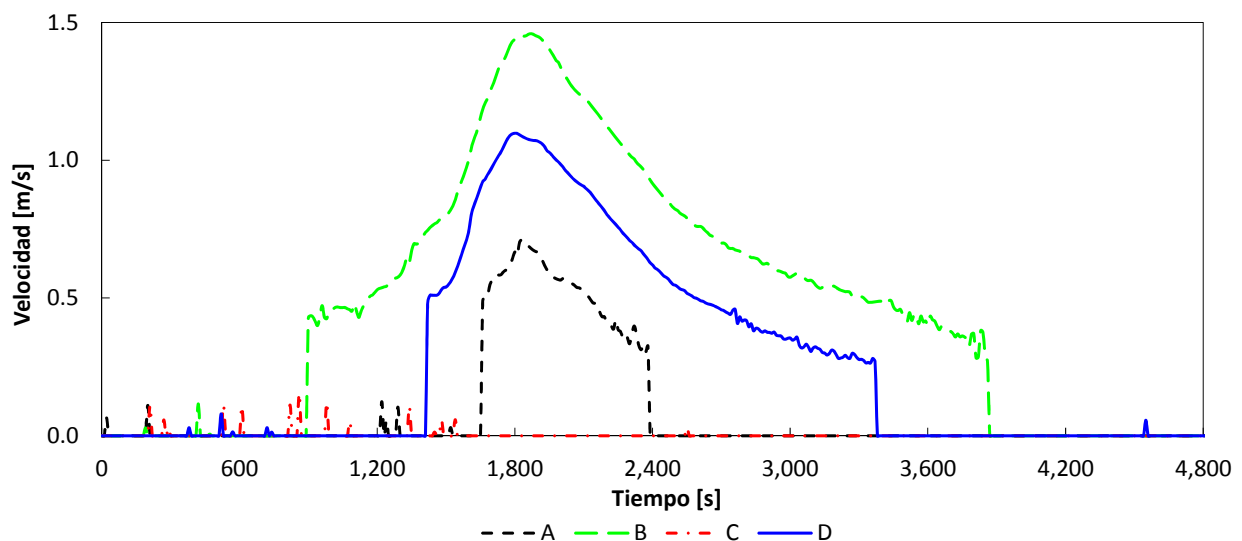


Figura 9.15 Evolución temporal de la velocidad en el elemento 901. Escenarios A, B, C y E

En las figuras anteriores, se analizó las diferencias entre los diferentes escenarios. A continuación se estudia el efecto de los elementos de captación sobre las calles como en los colectores. Así, para ver el efecto que tiene un elemento de captación funcionando como sumidero sobre el flujo superficial, en la Figura 9.16 y en la Figura 9.17 se presenta una comparación del calado y velocidad respectivamente, en el elemento en el que se ubica el sumidero (elemento 77), el elementos vecinos: aguas arriba (elemento 1434), el aguas abajo (elemento 142) y lateral izquierdo (elemento 76). En lado derecho de esta calle ingresa caudal proveniente del tejado 19 (Figura 9.10). De las figuras, se observa que el calado aguas arriba del sumidero es mayor que el calado en el elemento que contiene el sumidero, mientras que en el caso de las velocidades ocurre lo contrario. Se podría pensar que el calado aguas abajo del sumidero debería ser menor que el calado que contiene el propio sumidero, pero hay que tener en cuenta que el flujo no es en una sola dirección, por lo que, existe una aportación de caudal del elemento lateral izquierdo (variable no graficadas) y otra debida al tejado que descarga por el contorno de este tramo de calle.

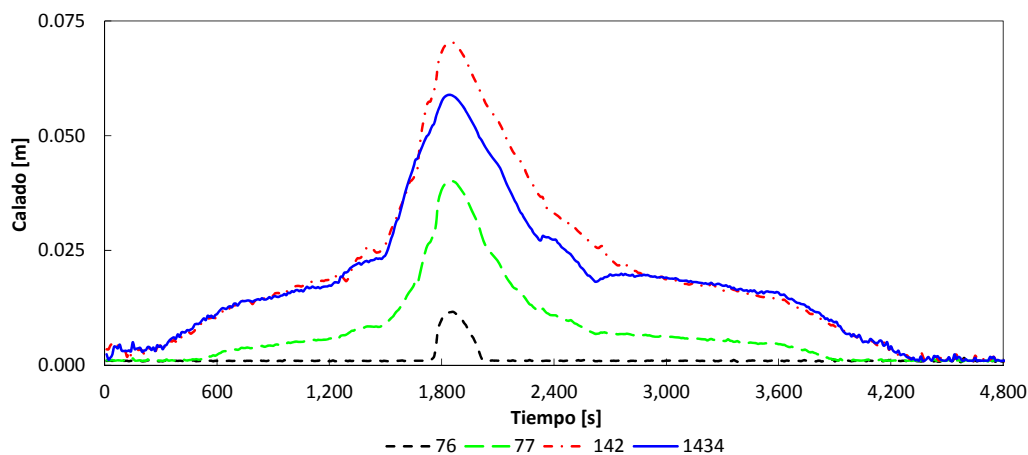


Figura 9.16 Evolución temporal del calado en el elemento 77 donde se ubica el sumidero L65-C26 y elementos vecinos: aguas arriba (1434), aguas abajo (142) y lateral izquierdo (76). Escenario F

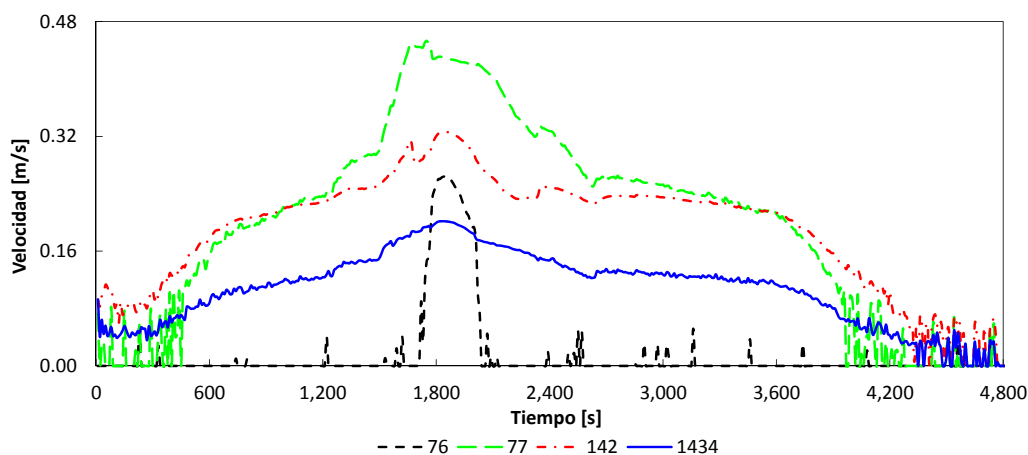


Figura 9.17 Evolución temporal de la velocidad en el elemento 77 donde se ubica el sumidero L65-(77) y elementos vecinos: aguas arriba (1434), aguas abajo (142) y lateral izquierdo (76). Escenario F

Con respecto al sistema de drenaje menor, en la Figura 9.18 y Figura 9.19 se presenta una comparación de la lámina de agua en el colector 10 para el instante de tiempo 1,880 s y en el colector 26 en el instante de tiempo 1,900 s respectivamente; dicha comparación se lleva a cabo entre los escenarios E y F (los instantes de tiempo corresponden al instante en que se presenta el caudal máximo en el punto de intercambio). De igual forma, en la Figura 9.20 y Figura 9.21 se puede ver una comparación de caudales del escenario E (eje principal) y del escenario F (eje secundario), para los mismos colectores. En el colector 10 existe intercambio de flujo con el sistema de drenaje mayor a través de la reja longitudinal L5, mientras que en el colector 26 dicho intercambio se da con la reja longitudinal L6.

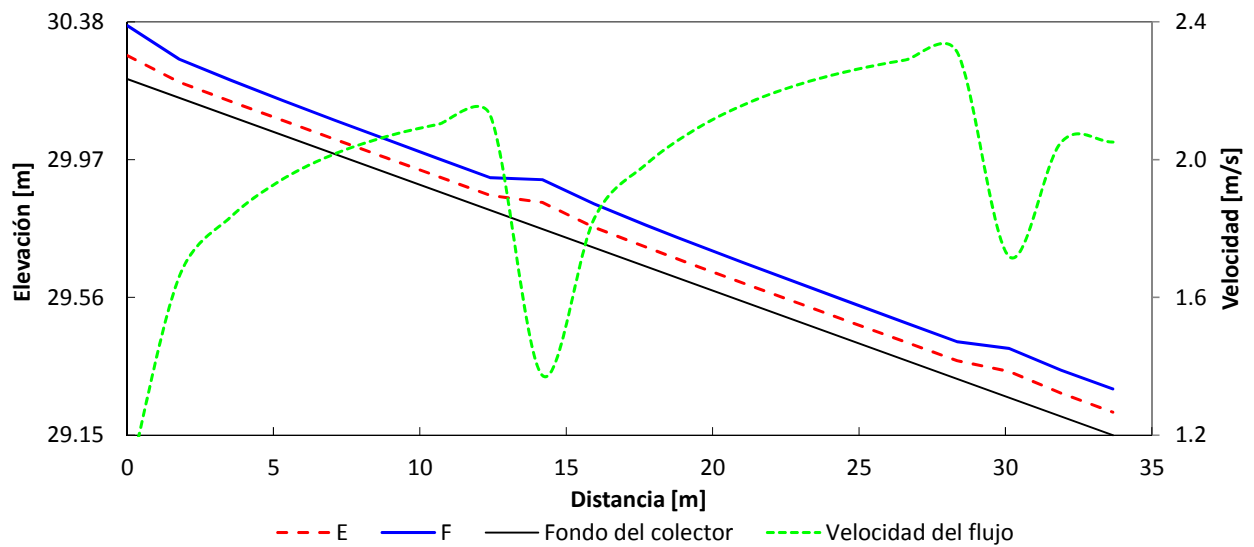


Figura 9.18 Superficie libre del agua en el colector 10, en el instante de tiempo 1,880 s. Escenarios E y F

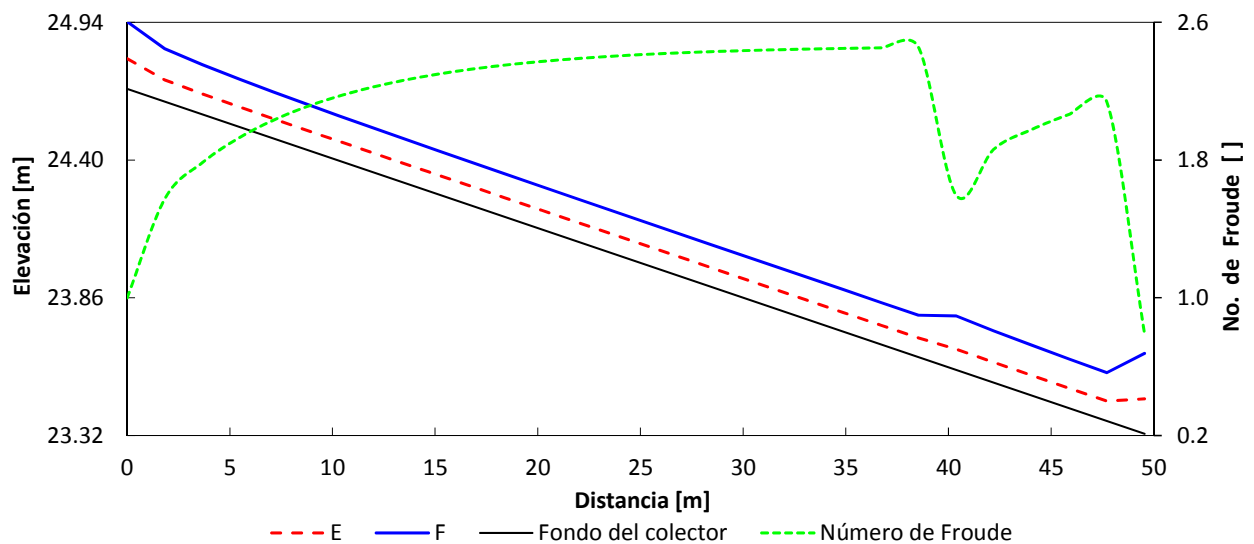


Figura 9.19 Superficie libre del agua en el colector 26, en el instante de tiempo 1,900 s. Escenarios E y F

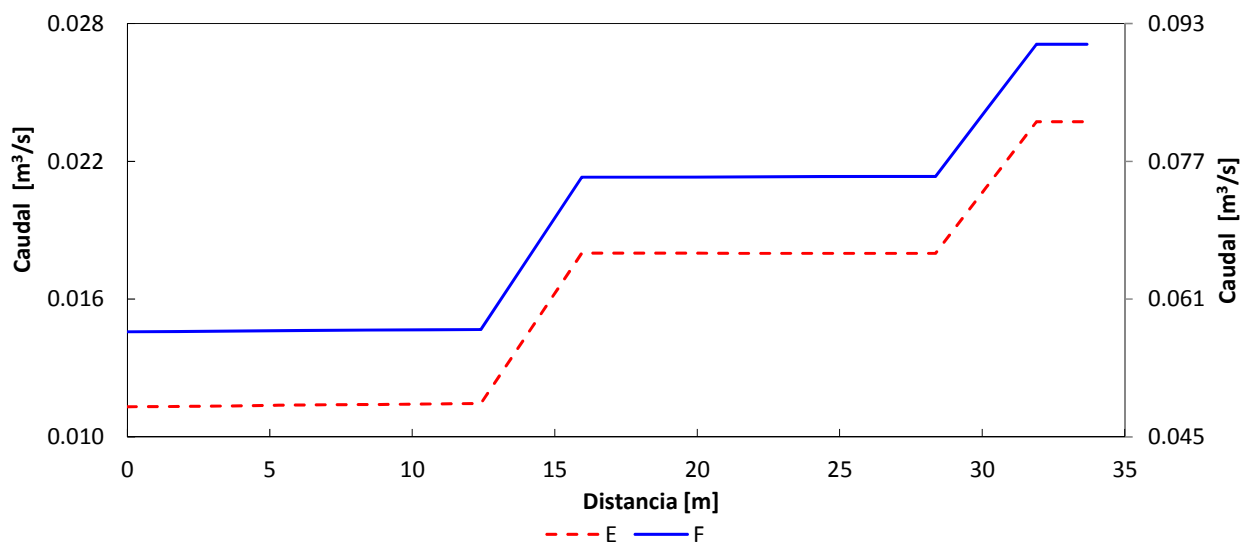


Figura 9.20 Caudales a lo largo del colector 26, en el instante de tiempo 1,880 s. Escenario E (eje principal) y escenario F (eje secundario)

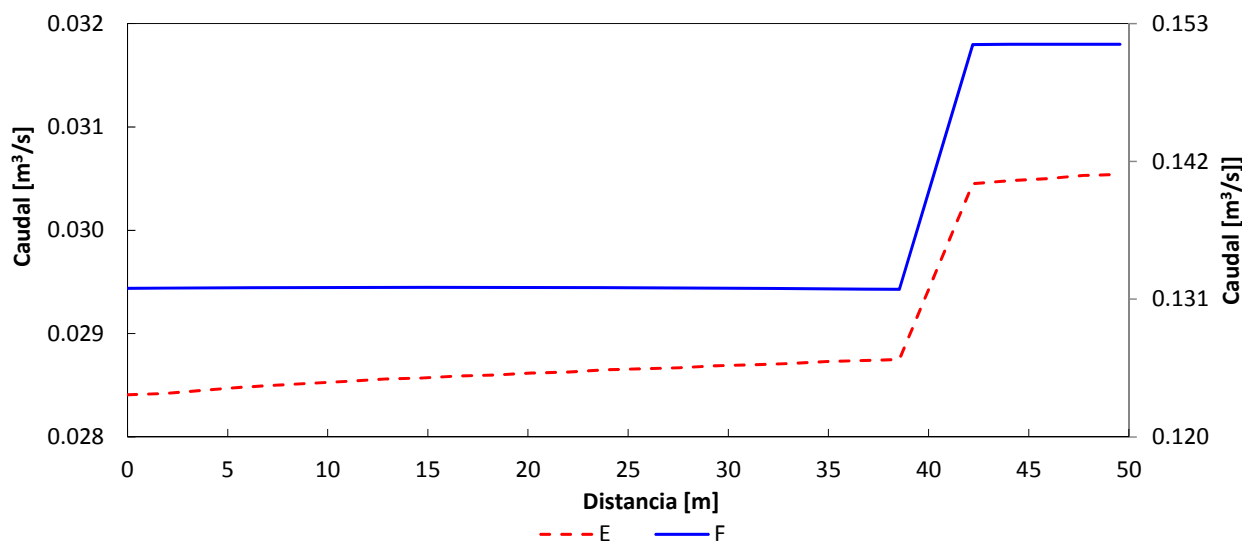


Figura 9.21 Caudales a lo largo del colector 26 en el instante de tiempo 1,900 s. Escenario E (eje principal) y escenario F (eje secundario)

En estas figuras, se puede observar que en el punto donde se realiza el intercambio de flujo (de la calle al colector), el aumento de caudal provoca un incremento de la superficie libre del agua y por lo tanto una disminución importante de la velocidad del flujo (Figura 9.18). Por otra parte, en el extremo aguas abajo, el colector 10 descarga de forma libre, en cambio, en el colector 26 existe influencia de la carga piezométrica en el pozo de registro, provocando en este caso un resalto hidráulico, es decir un cambio de régimen de rápido a régimen lento (Figura 9.19). En estas situaciones, es relevante contar con esquemas numéricos capaces de modelar ambos tipos de flujo sin la necesidad de tratar con técnicas adicionales la interfase entre ambos regímenes.

Por otra parte, en la Figura 9.22 y Figura 9.23 se presentan los campos de calados máximos y velocidades máximas para los escenarios A, B, C y D, respectivamente. Dado que en los escenarios E y F no existe intercambio de flujo del sistema de drenaje menor al sistema de drenaje mayor, los calados y velocidades son iguales a los escenarios C y D respectivamente. De estas figuras, podemos observar diferencias importantes de más del doble, tanto en calados como velocidades, en función de considerar un elemento o no del drenaje urbano. Ello, se debe, sin lugar a duda, a la mayor área de aportación en el caso del escenario B, donde se incluyen los tejados. Por otra parte, los elementos de captación juegan un papel fundamental, ya que son los encargados de la evacuación del escurrimiento superficial, lo cual sin duda repercute en las variables hidráulicas (escenarios C y D).

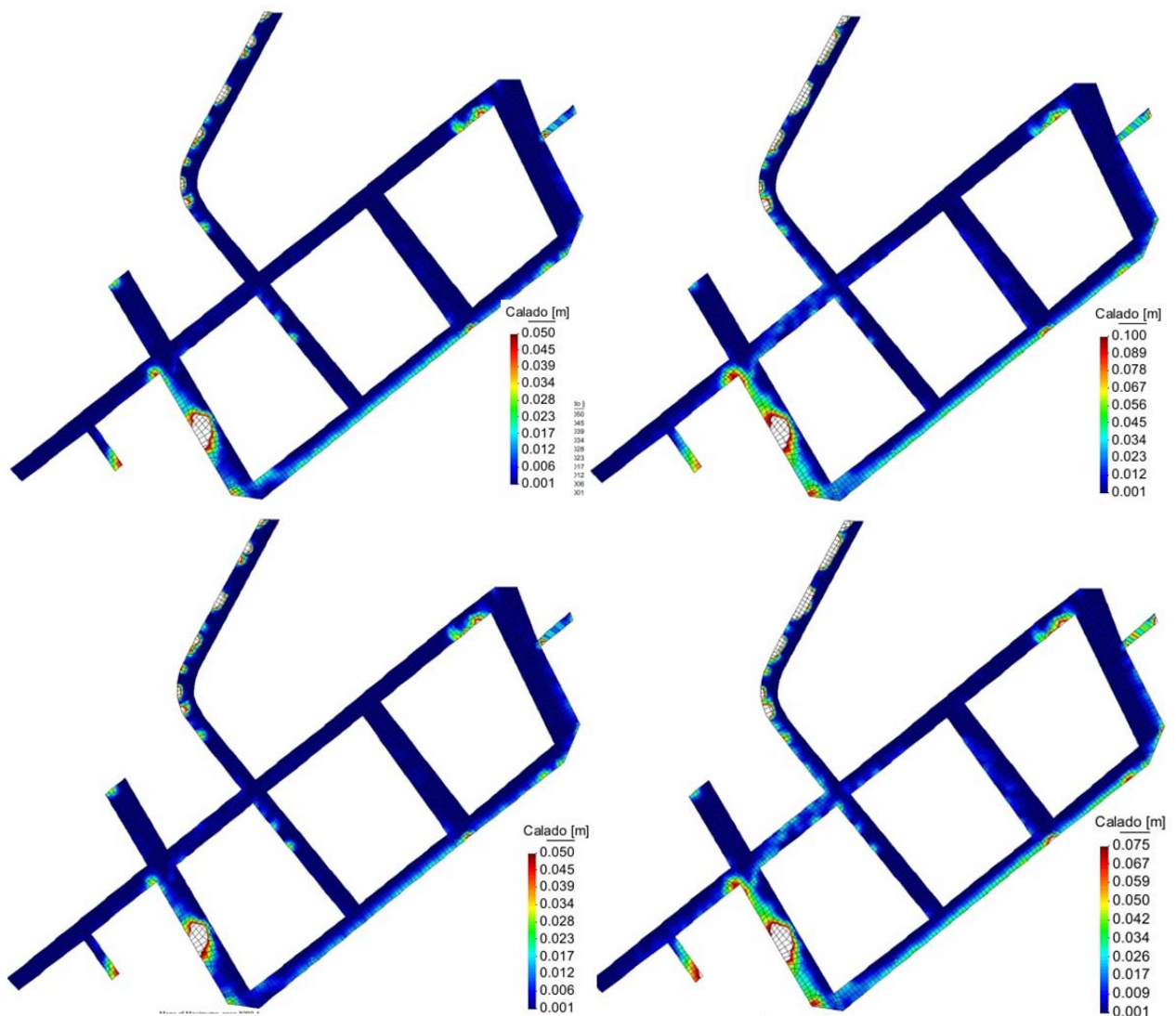


Figura 9.22 Campo de calados máximos. Escenarios A (superior izquierda), B (superior derecha), C (inferior izquierda), y D (superior izquierda)

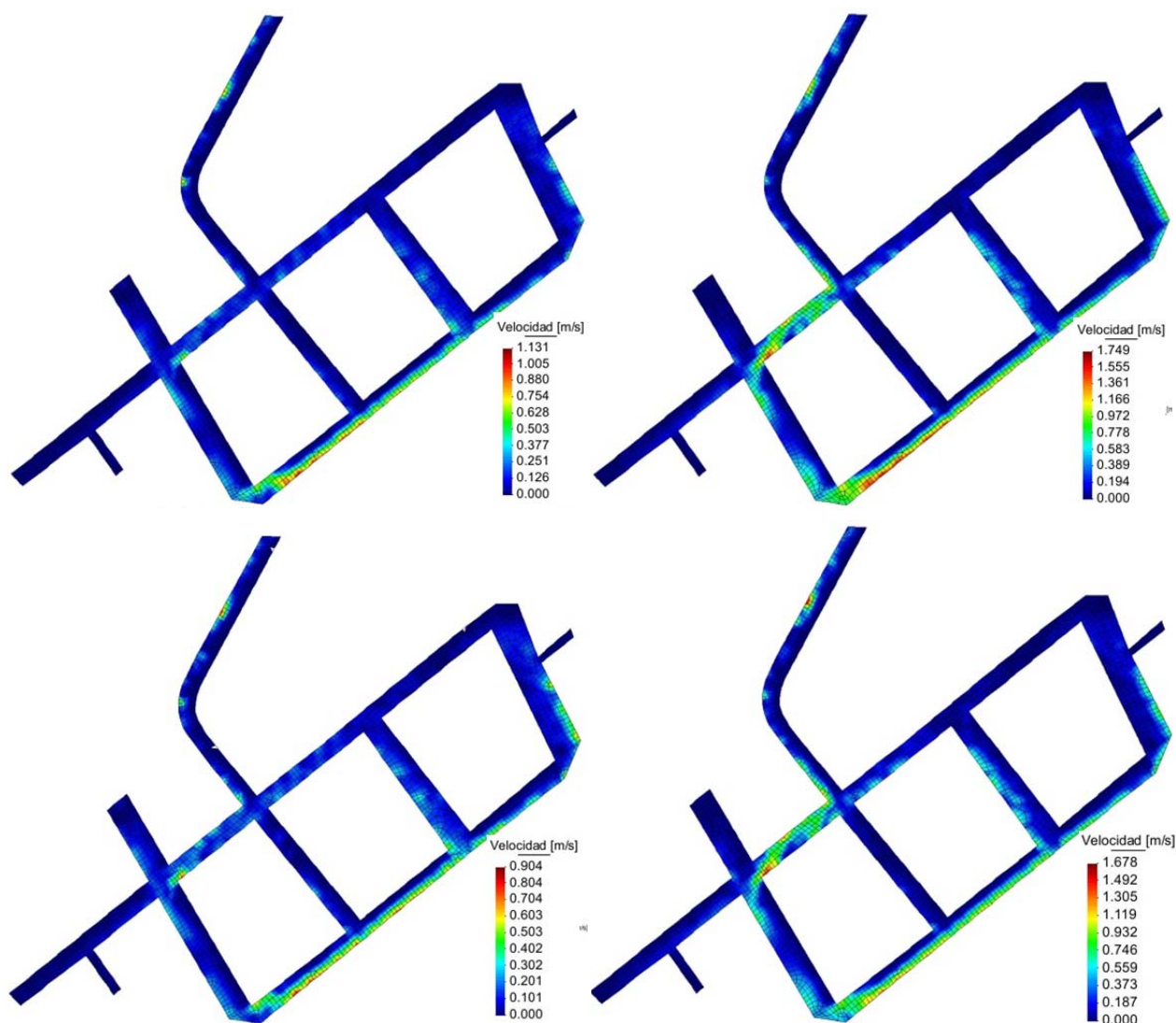


Figura 9.23 Campo de velocidades máximas. Escenarios A (superior izquierda), B (superior derecha), C (inferior izquierda), y D (superior izquierda)

Como se puede notar, la modelación numérica del drenaje urbano de forma integrada, como la realizada anteriormente, permite incluir los elementos del drenaje urbano (tejados, calles, áreas verdes, áreas grises, áreas delimitadas por zonas habitables, fuentes, sumideros, colectores, unión de colectores, incluso cuencas de cabecera), en su posición espacial correspondiente con la ayuda de una discretización adecuada. En cada uno de estos elementos, en determinados instantes de tiempo ocurren fenómenos hidráulicos que se modelan con las ecuaciones y aproximaciones correspondientes. El resultado es una gran cantidad de información que necesita ser analizada cuidadosamente. Con el análisis de los diferentes escenarios se puede constatar que existen diferencias, a la hora de considerar o no todos o alguno de los elementos del drenaje urbano.

9.2 Cuenca urbana Orchard

La zona de estudio es una cuenca urbana de la ciudad de Singapur, ubicada en el entorno de *Orchard Road*, a un costado del parque Istana; esta zona se caracteriza por tener pequeñas áreas de construcciones (islas de edificaciones) y amplias zonas verdes (Figura 9.24a). La cuenca tiene un área de 265,013 m² y un desnivel topográfico de más de 30 m. En la Figura 9.24a se puede ver la delimitación de la cuenca y en la Figura 9.24b la topografía de toda la zona de estudio, excepto aquella, donde se ubican las islas de edificaciones (áreas en color verde).

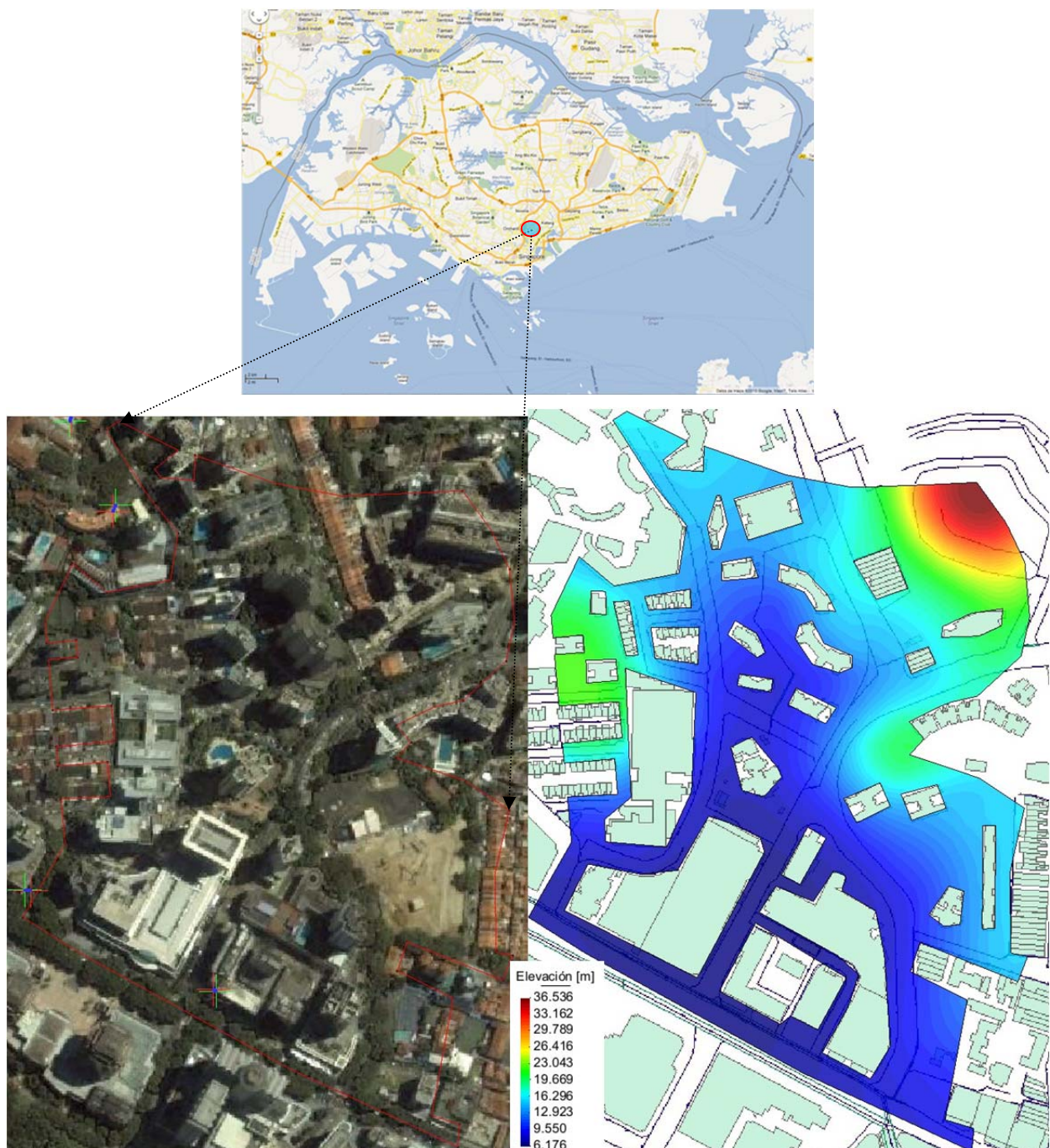


Figura 9.24 Localización de la zona de estudio. a) Cuenca urbana y b) topografía de la zona de estudio

9.2.1 Sistema de drenaje mayor

En esta cuenca el sistema de drenaje mayor está compuesto principalmente de islas de edificaciones, calles y áreas verdes (Figura 9.24). Debido a la falta de información detallada, se considera que cada isla o manzana se integra por cuatro 4 tejados; cada uno descarga al tramo de calle con el que limita. Dentro de la cuenca se encuentran 26 islas de edificios, resultando de ello 104 tejados; las características geométricas de dichos tejados se encuentran en la Tabla 9.4. Las calles están formadas por aceras y calzadas; en las calzadas junto al bordillo se localizan los elementos de captación (rejas); en el cruce de las calles se encuentran las tapas de los pozos de registro; estos últimos empleados en la unión de colectores (Figura 9.25a). En la Figura 9.25b se presenta el detalle de un cruce de calles, en el cual, se observa la localización de los elementos de captación (rejas en color verde), la tapa del pozo de registro de la unión (color amarillo) y la posición en planta de los colectores.

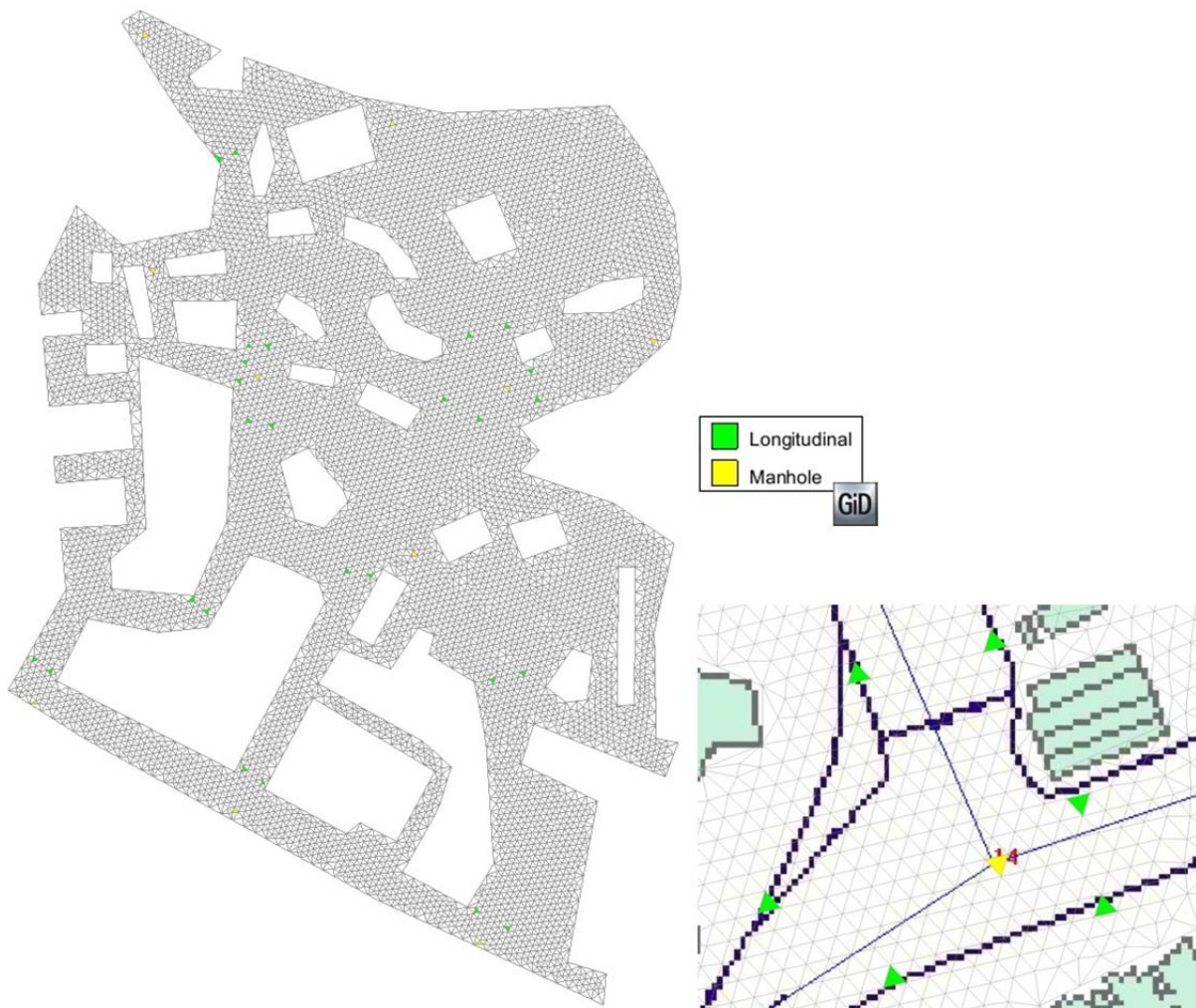


Figura 9.25 a) Malla de cálculo y localización de elementos de captación y, b) detalle de un cruce de calles

Para este caso como elemento de captación se emplea solamente una reja longitudinal modelo R-121 con un ancho de 0.364 m, una longitud de 0.78 m, un coeficiente geométrico A de 0.47 y B de 0.77, y un

área de huecos del 42.76 % con respecto al área total de la reja. Se asume que las tapas de pozos registro tienen un diámetro de 1 m y presentan orificios, con un área de huecos del 25 % con respecto a su área total. Para los casos en que no es posible emplear la metodología Flumen, se utiliza un coeficiente de descarga de 0.20 para un flujo a través del elemento de captación que se comporta como orificio y de 1.6 cuando se comporta como vertedero.

Tabla 9.4 Características generales de los tejados de la cuenca urbana Orchard

Manzana [Id]	Tejado [Id]	Área [m ²]	Manzana [Id]	Tejado [Id]	Área [m ²]
2	1	107.0	15	53	180.8
2	2	107.0	15	54	180.8
2	3	160.5	15	55	180.8
2	4	160.5	15	56	180.8
3	5	437.6	16	57	427.0
3	6	437.6	16	58	427.0
3	7	437.6	16	59	183.0
3	8	437.6	16	60	183.0
4	9	274.4	17	61	104.6
4	10	274.4	17	62	104.6
4	11	274.4	17	63	244.0
4	12	274.4	17	64	244.0
5	13	264.3	18	65	244.2
5	14	264.3	18	66	244.2
5	15	264.3	18	67	244.2
5	16	264.3	18	68	244.2
6	17	562.4	19	69	429.1
6	18	562.4	19	70	429.1
6	19	70.3	19	71	429.1
6	20	70.3	19	72	429.1
7	21	689.3	20	73	267.8
7	22	689.3	20	74	267.8
7	23	689.3	20	75	114.8
7	24	689.3	20	76	114.8
8	25	174.9	21	77	491.9
8	26	174.9	21	78	491.9
8	27	174.9	21	79	491.9
8	28	174.9	21	80	491.9
9	29	306.7	22	81	2,010.8
9	30	306.7	22	82	2,010.8
9	31	131.5	22	83	2,010.8
9	32	131.5	22	84	2,010.8
10	33	67.2	23	85	4,650.5
10	34	67.2	23	86	4,650.5
10	35	156.8	23	87	1,162.6
10	36	156.8	23	88	1,162.6
11	37	411.3	24	89	118.4
11	38	411.3	24	90	118.4
11	39	411.3	24	91	473.6
11	40	411.3	24	92	473.6
12	41	270.2	25	93	615.5
12	42	270.2	25	94	615.5
12	43	115.8	25	95	153.9
12	44	115.8	25	96	153.9
13	45	123.2	26	97	5,896.9
13	46	123.2	26	98	5,896.9
13	47	287.5	26	99	842.4
13	48	287.5	26	100	4,212.1
14	49	96.0	27	101	4,668.8
14	50	96.0	27	102	4,668.8
14	51	96.0	27	103	1,167.2
14	52	96.0	27	104	1,167.2
					73,088.1

9.2.2 Sistema de drenaje menor

Por falta de información del sistema de drenaje menor, se utilizaron colectores con sección transversal de forma circular con un diámetro de 1 m y uniones con forma circular en planta con diámetro de 1 m. De esta forma, el sistema de drenaje menor está constituido por 7 colectores y 2 uniones (Figura 9.26). Las características generales de los colectores se muestran en Tabla 9.5.

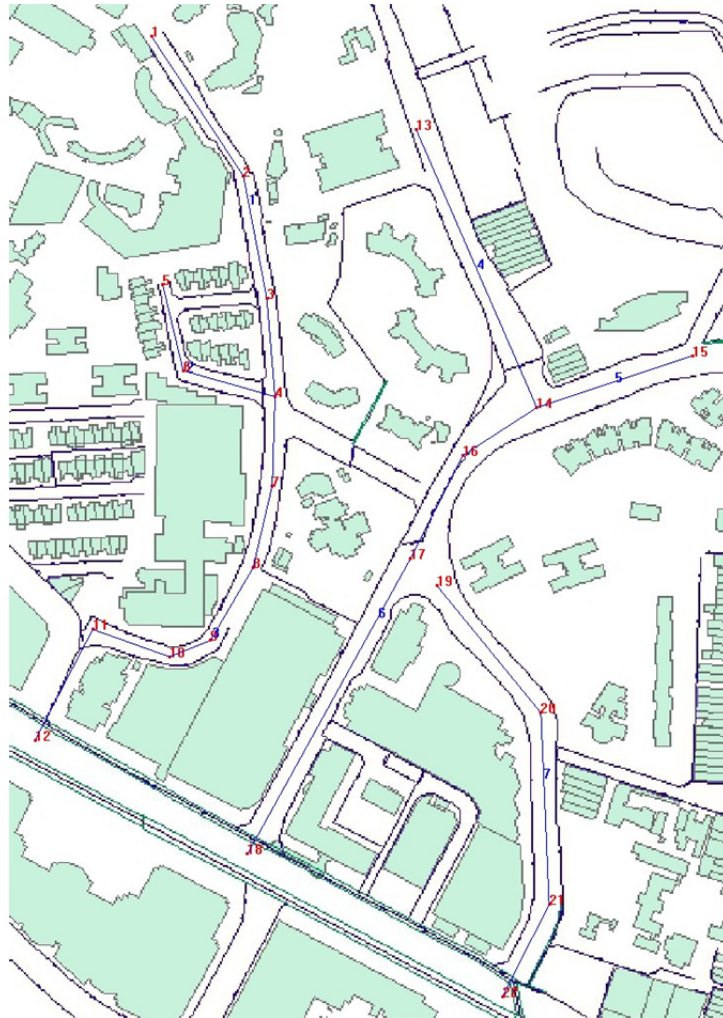


Figura 9.26 Localización de la red de alcantarillado. Colectores y uniones

Tabla 9.5 Características generales de la red de alcantarillado de la cuenca urbana Orchard

Colector [Id]	Longitud [m]	Pendiente []	Diámetro [m]	Cota 1 [m]	Cota 2 [m]	Nodo 1 [Id]	Nodo 2 [Id]
1	285.0	0.0193	1	13.5	8.0	1	4
2	134.6	0.0446	1	14.0	8.0	5	4
3	371.1	0.0081	1	8.0	5.0	4	0
4	221.3	0.0023	1	12.5	12.0	13	14
5	120.3	0.0416	1	17.0	12.0	15	14
6	395.2	0.0190	1	12.0	4.5	14	0
7	335.4	0.0097	1	7.5	4.3	19	0
	1,862.7						

9.2.3 Modelación numérica

Para realizar la modelación numérica, el área habitable conformada por 26 islas de edificaciones o manzanas, se discretiza en 104 tejados; las calles y áreas verdes se discretizan en una malla formada por 15,354 elementos de forma triangular con un área promedio de 12.5 m^2 ; los colectores se discretizan en 207 celdas con un tamaño promedio de 9 m. Se emplea un coeficiente de fricción de Manning de 0.016 $\text{s/m}^{1/3}$ para los tejados, de 0.018 $\text{s/m}^{1/3}$ para las calles y de 0.012 $\text{s/m}^{1/3}$ para los colectores. Se considera que los tejados tiene una pendiente de 0.02. Se asume que el flujo del sistema de drenaje mayor es evacuado a través de los elementos de captación (rejas y tapas de los pozos de registro) y conducido al sistema de drenaje menor. Por estos mismos elementos, el flujo también puede salir si existen las condiciones necesarias.

Las condiciones iniciales en los tejado son un caudal y un calado nulos, en las calles una velocidad y calado nulos, y para los colectores un caudal de $0.010 \text{ m}^3/\text{s}$ y un calado de 0.10 m. Como condiciones de contorno en el extremo aguas arriba de los tejado se emplea un caudal y un calado nulos, una velocidad y calado nulos en las calles y, un caudal de $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ en los colectores; adicionalmente en los colectores con régimen supercrítico, se emplea el calado crítico correspondiente al caudal impuesto. En los tejados no se impone condición de contorno en el extremo aguas abajo, en cambio, en las calles y colectores se asume caída libre. Las condiciones internas en los colectores se imponen con la formulación general en 1D, sin considerar pérdidas d carga en las uniones. Para el cálculo de flujo en presión en los colectores que entren en carga se usa una celeridad de 5 m/s. Como señal de entrada se emplea una lluvia de diseño con una duración de 1 hora (Figura 9.27).

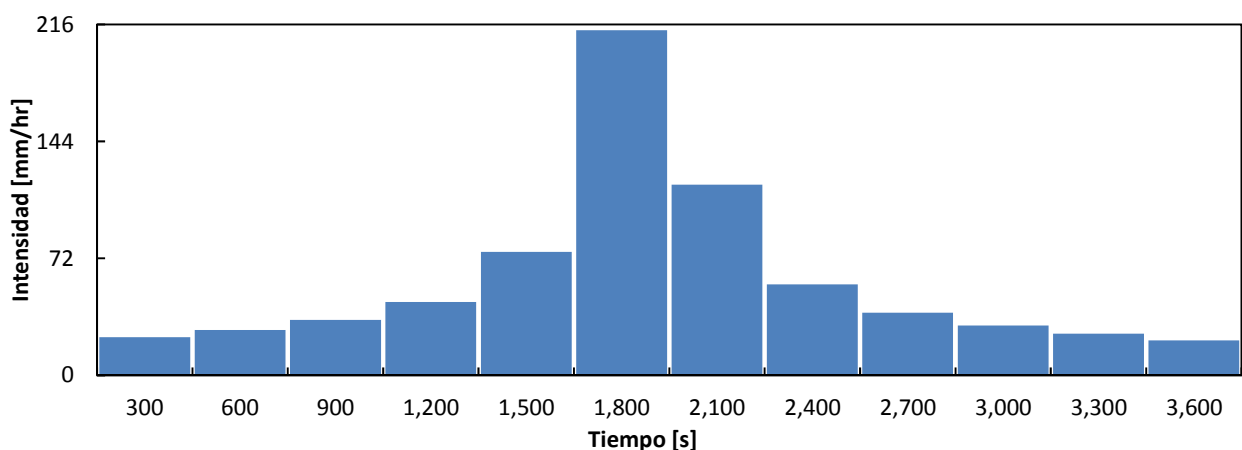


Figura 9.27 Lluvia de diseño con duración de una hora y periodo de retorno de 10 años

9.2.4 Resultados

Con la modelación realizada se han obtenido diferentes resultados. De esta forma, en la Figura 9.28 se presenta el hidrograma de salida del sistema de drenaje mayor (eje principal) y el hidrograma de salida del sistema de drenaje menor (eje secundario). El hidrograma correspondiente al sistema de drenaje menor presenta dos puntas, la segunda es debida a que un colector entra en carga y existe un almacenamiento de agua en el mismo.

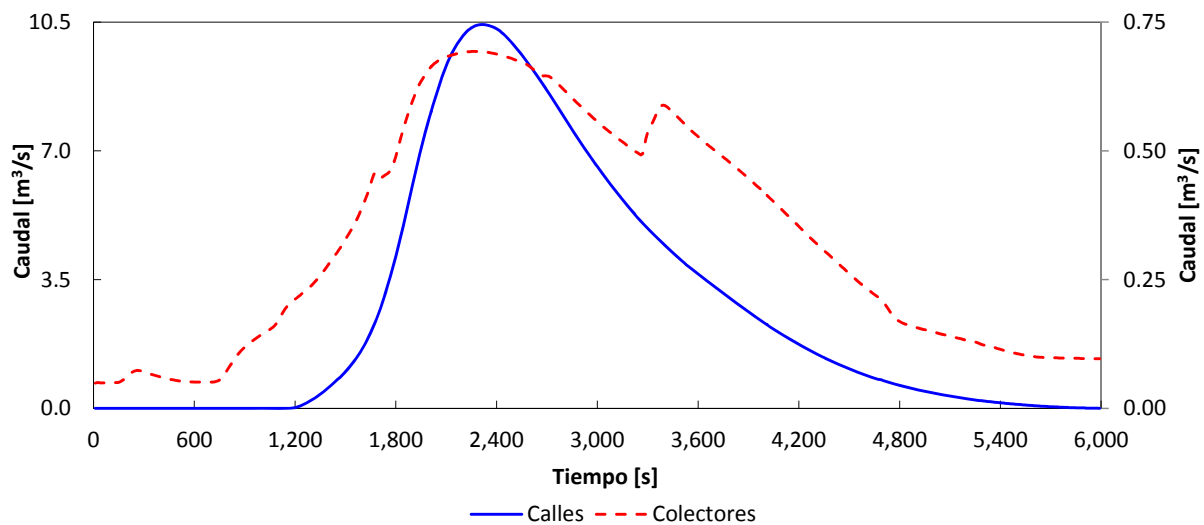


Figura 9.28 Caudal de salida en las calles (eje principal) y en los colectores (eje secundario)

La discretización de las islas de edificaciones, generó tejados con áreas, anchos y largos diferentes. Para ilustrar el proceso de la transformación lluvia-escorrentía en los mismos, en la Figura 9.29 se muestran los limnigramas y en la Figura 9.30 los hidrogramas de salida para tres tejados correspondientes a los caudales punta mínimo, medio y máximo.

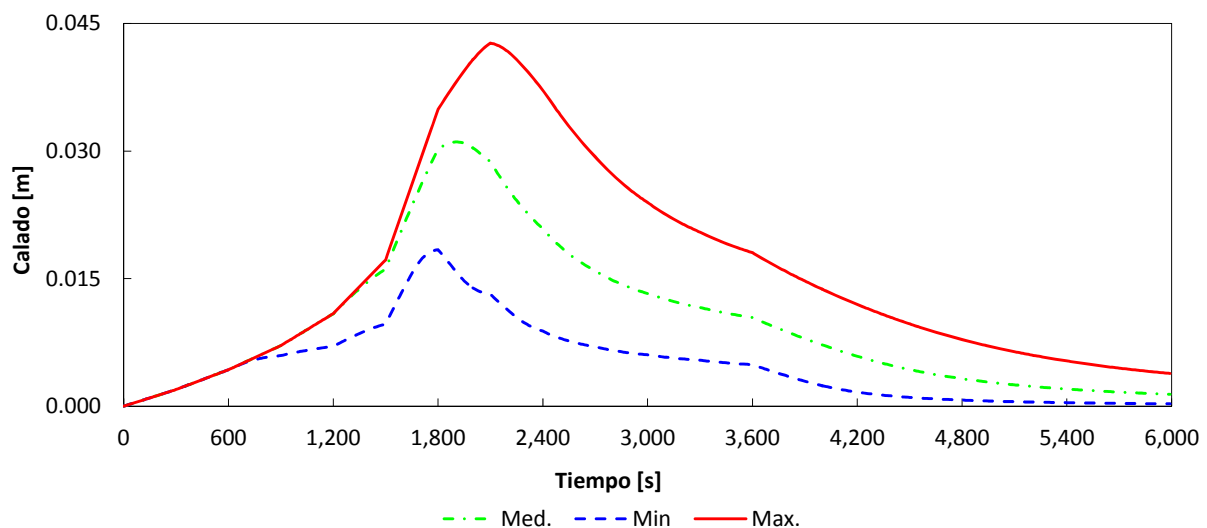


Figura 9.29 Limnigramas de salida de los tejados correspondientes a los caudales punta mínimo, medio y máximo

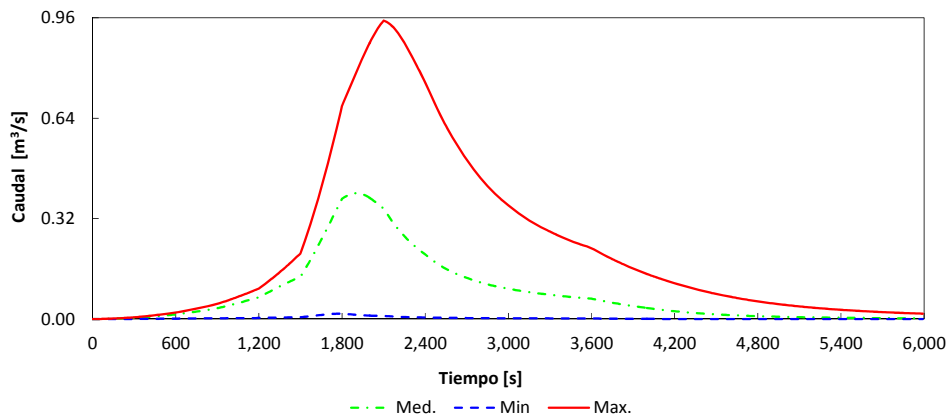


Figura 9.30 Hidrogramas de salida de los tejados correspondientes a los caudales punta mínimo, medio y máximo

Como se ha comentado a lo largo de este trabajo, los caudales de intercambio dan lugar a una interacción en ambas direcciones (sistema de drenaje mayor-sistema de drenaje menor), por lo que juegan un papel fundamental, pero su estimación es difícil y presenta un alto grado de incertidumbre. Para mostrar la interacción comentada, en la Figura 9.31 se muestran los caudales de intercambio a través de dos elementos de captación que funcionan como sumideros y en la Figura 9.32 los caudales de intercambio a través de dos elementos de captación que funcionan como fuentes.

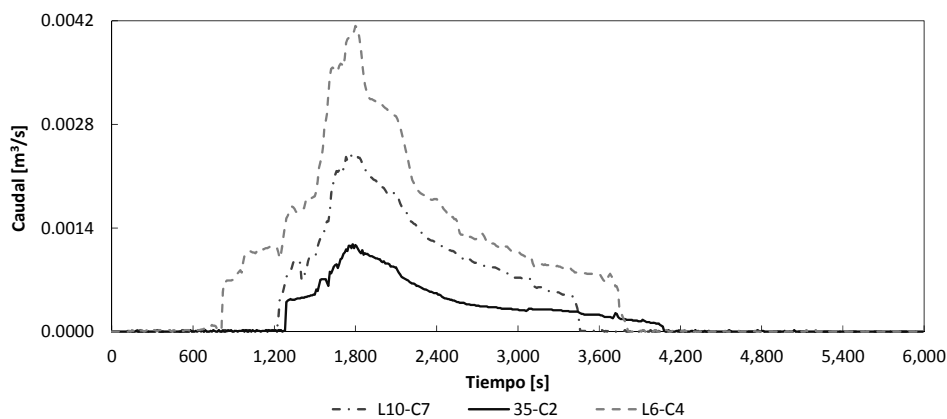


Figura 9.31 Caudales de intercambio en dos elementos de captación funcionando como sumideros

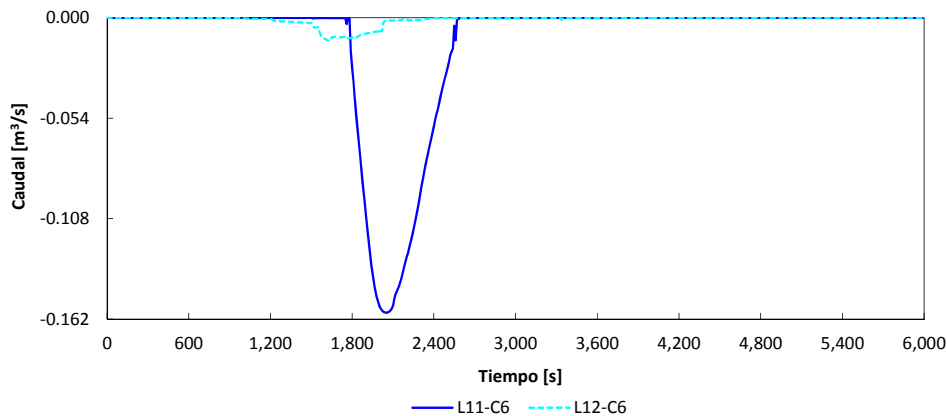


Figura 9.32 Caudales de intercambio en dos elemento de captación funcionando como fuentes

El caudal de intercambio en las fuentes y sumideros tiene un efecto que primero se nota localmente en el sistema de drenaje mayor y posteriormente en el sistema de drenaje menor. En este último, dependiendo de su valor puede provocar un aumento significativo del calado y por consiguiente la entrada en carga del colector donde se lleva a cabo dicho intercambio. Para ilustrar este proceso, en la Figura 9.33 se presenta el calado y en la Figura 9.34 el caudal a lo largo del colector 7, para los instantes de tiempo 1,540 s, 1,980 s y 2,440 s. Adicionalmente, en la Figura 9.35 podemos ver el limnigrama (eje principal) y el hidrograma (eje secundario) en la salida de dicho colector.

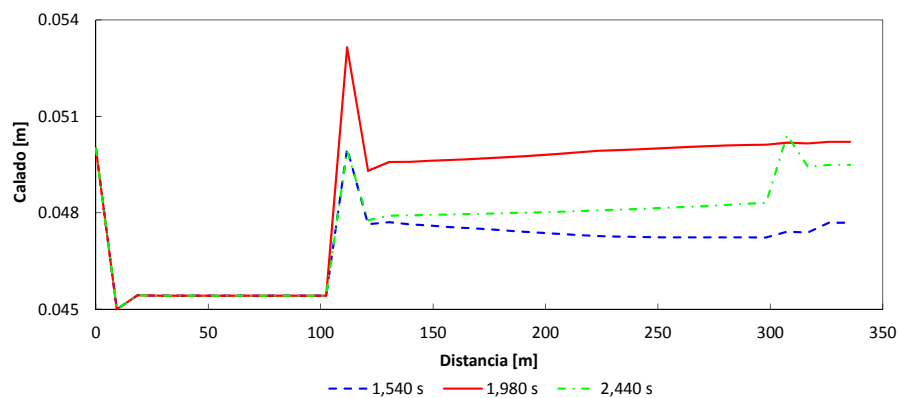


Figura 9.33 Calados a lo largo del colector 7, para los instantes de tiempo 1,540 s, 1,980s, y 2,440 s

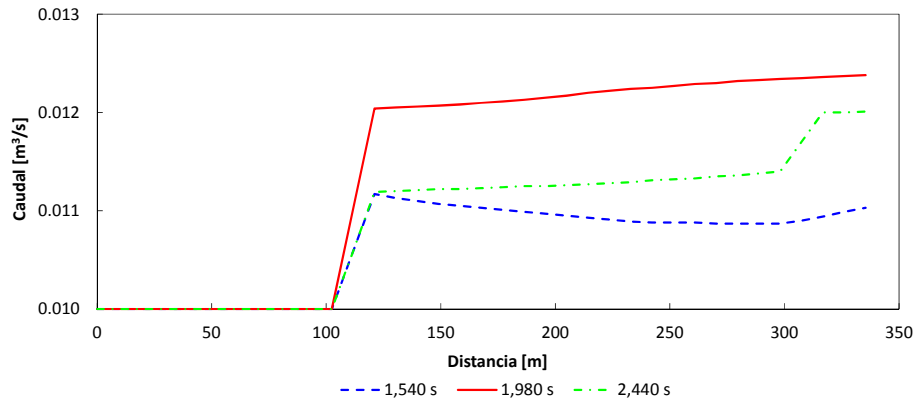


Figura 9.34 Caudales a lo largo del colector 7, para los instantes de tiempo 1,540 s, 1,980s, y 2,440 s

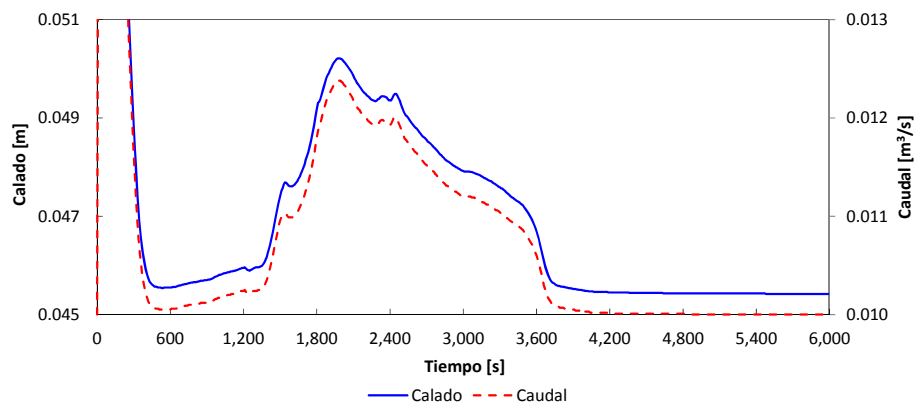


Figura 9.35 Limnigrama de salida (eje principal) e hidrograma de salida (eje secundario) para el colector 7

Finalmente, en la Figura 9.36 se muestra el campo de calados máximos (izquierda) y el campo de velocidades máximas (derecha). En la primera figura se pueden distinguir dos zonas donde los calados son importantes, alcanzando valores de más de 0.6 m, mientras que en la segunda figura en zonas totalmente diferentes se presentan velocidades con valores mayores a 1.5 m/s, debido a la fuerte pendiente de la superficie.

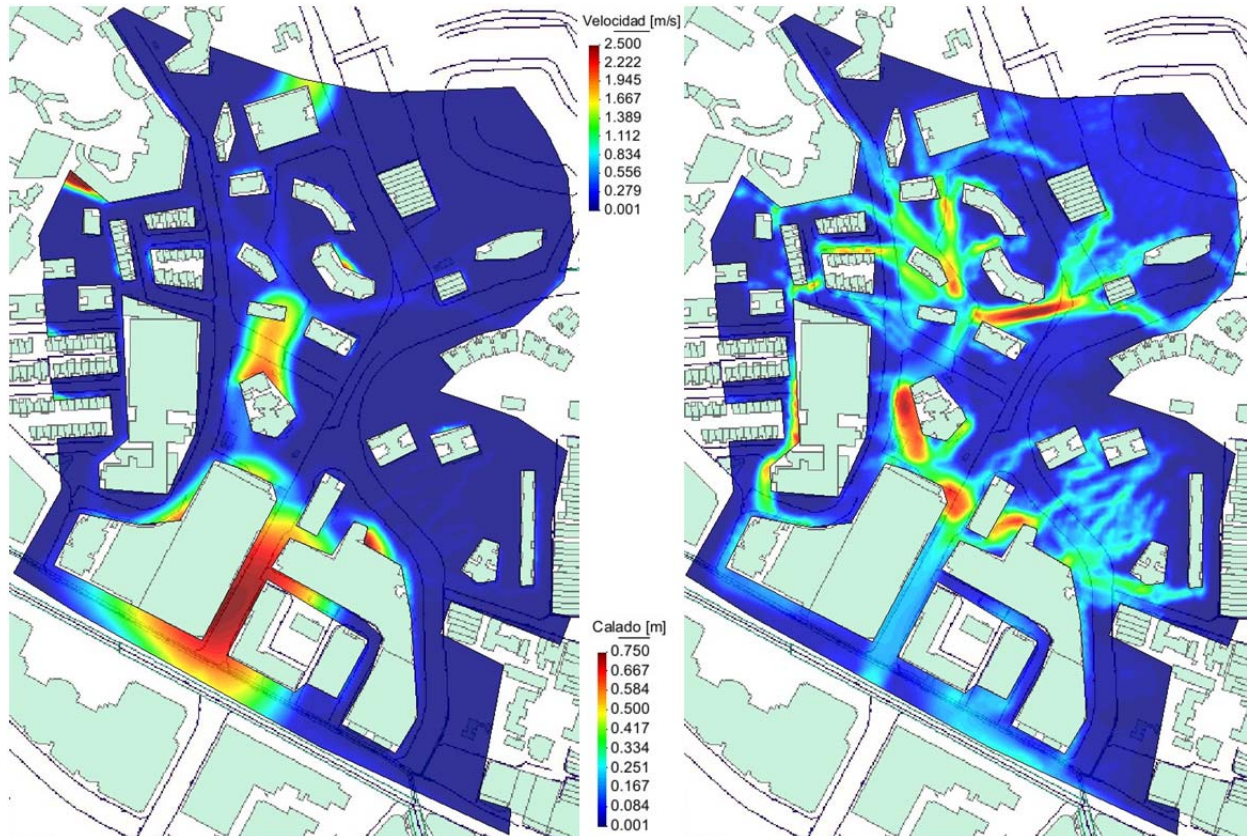


Figura 9.36 Campo de calados máximos (izquierda) y campo de velocidades máximas (derecha)

Cuando estas variables alcanzan ciertos umbrales pueden poner en riesgo los bienes y la vida de las personas. Por lo que tener un conocimiento adecuado de estas variables, asociadas a un determinado periodo de retorno, puede ayudar a emprender acciones estructurales y no estructurales. Hoy en día es habitual definir el nivel de seguridad de una calle a través de la velocidad y del calado o una combinación de estos; diferentes criterios existen para ello, tanto para zonas rurales como para zonas urbanas (Russo 2009). Por ejemplo, la ciudad de Barcelona diseña los sistemas de captación admitiendo un calado máximo de 0.06 m y una velocidad máxima de 1.5 m/s, asociados a una lluvia con un periodo de retorno de 10 años (CLABSA 2007). Otro factor que puede aumentar los daños materiales sobre todo en los interiores de las edificaciones es sin duda el tiempo que permanece el agua en estos lugares, para ilustrarlo en la Figura 9.37 se muestran los resultados obtenidos en este caso.

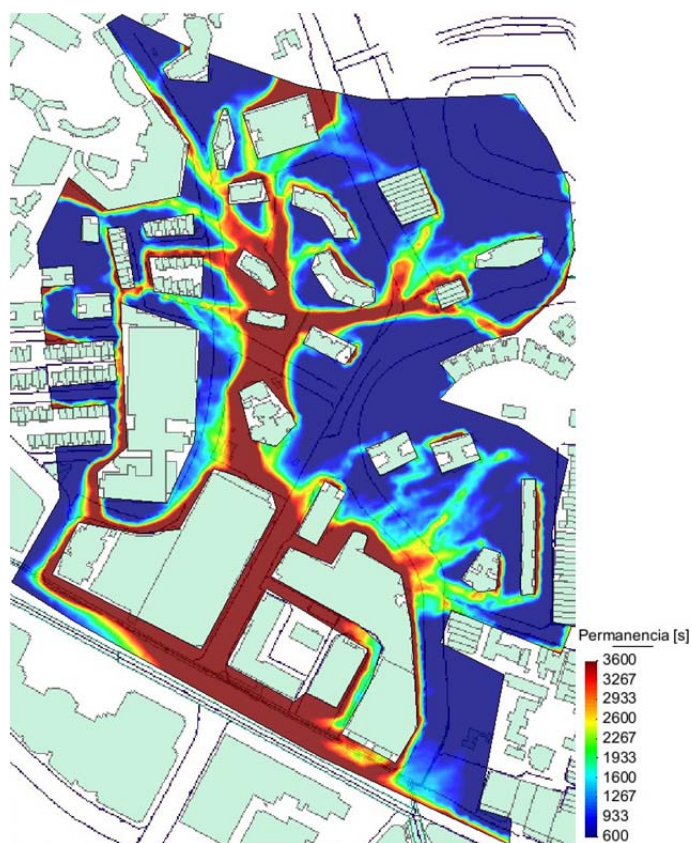


Figura 9.37 Mapa de tiempo de permanencia del agua

10 CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS

El objetivo general marcado al inicio del desarrollo de este trabajo era, y sigue siendo muy ambicioso. Esto es porque, como es conocido, en el drenaje urbano se presentan fenómenos muy diversos y complejos. Por ejemplo, y esto se ha constatado a lo largo de este trabajo, se presentan flujos en lámina libre con cambios de régimen en espacios pequeños y periodos de tiempo cortos, es decir, que aparte de flujos gradualmente variados también aparecen flujos rápidamente variados. Este tipo de flujos se puede dar en los colectores con flujo claramente en 1D o en las calles donde el flujo puede ser en 2D.

En los colectores, los flujos anteriores se pueden presentar en el punto de conexión con los elementos de captación. Además, debido a las características geométricas de los conductos y cambios bruscos en las condiciones de contorno, se puede presentar flujo mixto. Si a ello sumamos que puede quedar aire atrapado, obtenemos un fenómeno hidráulico que presenta una gran complejidad en primer lugar para describirlo y en segundo lugar para modelarlo numéricamente.

Con el desarrollo, implementación y posterior evaluación del funcionamiento, desempeño, validación y finalmente la aplicación a algunos casos de estudio, primero de los modelos numéricos para cada fenómeno concreto y posteriormente con el modelo numérico integrado; se obtuvieron resultados satisfactorios. A continuación se presentan, en primer lugar, las conclusiones generales y después las conclusiones particulares del resultado de los trabajos descritos.

10.1 Conclusiones generales

Se construyó un nuevo modelo numérico que permite calcular de forma totalmente integrada el proceso hidráulico en cada uno de los elementos del drenaje urbano. Para cada uno de los elementos del drenaje urbano se realizó una propuesta de discretización y aproximación para tener un nivel de precisión aceptable. Los tejados se pueden modelar con las ecuaciones de la onda cinemática y las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. El flujo en las calles se calcula con las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. La unión de los conductos se incluye a través de dos aproximaciones: la formulación en 1D y la formulación en 2D. El caudal de intercambio en los elementos de captación (fuentes y sumideros) se puede estimar con la metodología Flumen o con la formulación orificio/vertedero. Como se mostró en este trabajo, el nivel de discretización de los elementos del

drenaje urbano puede incrementar el tiempo de cálculo de manera considerable. Para cada uno de los modelos empleados se tienen algunas conclusiones particulares en el apartado siguiente.

La estructuración del modelo numérico integrado con base en los modelos numéricos permitió un control más ordenado del código y a la vez, tener un modelo versátil, ya que se puede emplear dicho modelo para el cálculo de los procesos hidráulicos de los elementos del drenaje urbano de forma separada y de forma conjunta.

Los esquemas numéricos en 1D y en 2D en volúmenes finitos se mostraron capaces de capturar los frentes de onda de forma automática, sin necesidad de emplear técnicas adicionales, tanto para el cálculo de flujo en lámina libre en régimen lento y en régimen rápido como para flujo en presión.

La interfaz gráfica a través de GiD permitió gestionar la gran cantidad de datos involucrados en la modelación numérica del drenaje urbano, procesando los datos de entrada y los resultados de salida.

La utilidad del modelo numérico integrado se demostró a través de la aplicación a redes de alcantarillado complejas, que requieren el empleo de más de un modelo numérico, y a dos cuencas urbanas muy distintas entre sí. En las cuencas, el tipo de tejados, la topografía de las calles y la geometría de los colectores son distintas, dando lugar a analizar escenarios diferentes, además, se empleó una variedad y una cantidad considerable de elementos de captación. De esta manera se consiguió que se presentaran diferentes tipos de flujos tanto en el sistema de drenaje mayor como en el sistema de drenaje menor. Los resultados generan una gran cantidad de información, la seleccionada para su análisis indica que en el drenaje urbano se presentan zonas secas (algunos colectores y partes altas de las cuencas y tejados), zonas con calados pequeños y velocidades bajas y calados grandes y velocidades altas, además, coexisten flujos en lámina libre y flujo en presión, por tanto, grandes diferencias en los caudales de intercambio de los elementos de captación. A pesar de ello, el modelo numérico integrado es capaz de resolver esta variedad de flujo de y funcionar de forma integrada entre los elementos del drenaje urbano. Ello permite mostrar que el modelo numérico integrado se puede utilizar en la modelación de los procesos hidráulicos del drenaje urbano con un desempeño satisfactorio.

10.2 Conclusiones particulares

Como se comentó anteriormente, el modelo general se estructuró en modelos numéricos que permiten calcular los procesos hidráulicos en cada elemento del drenaje urbano. Es por ello que para cada uno de

estos modelos, se realizó una exhaustiva evaluación y validación con casos de referencia, resultados de otros modelos numéricos, soluciones analíticas, ensayos de laboratorio y finalmente, en ciertos casos alguna aplicación. De los resultados obtenidos se desprenden las conclusiones siguientes:

Se realizó una amplia validación del esquema numérico en 1D para la aplicación en conductos con flujo en lámina libre. El modelo numérico se aplicó en conductos con flujo en lámina libre en régimen lento, régimen rápido y con cambios de régimen (de lento a rápido y de rápido a lento a través de un resalto hidráulico) con estado permanente y transitorio mostrando un comportamiento aceptable. Los resaltos y discontinuidades se capturan gracias al carácter conservativo del método de volúmenes finitos.

Para el cálculo de flujo mixto (flujo en lámina libre y flujo en presión), se utilizaron tres modelos: el método de la ranura de Preissmann clásico, dos modelos de dos ecuaciones (ecuaciones para flujo en lámina libre y ecuaciones para flujo en presión): en uno se considera flujo incompresible (densidad constante) en presión método TPA y en otro se supone flujo compresible (densidad variable) en presión. Para los casos en los que se emplearon estos modelos, por la naturaleza de los mismos, los resultados fueron similares. Sin embargo y de forma general, los modelos de una ecuación son más sencillos de implementar y demandan menos tiempo de cálculo, en cambio, requieren de alguna aproximación para considerar flujo en presión y para valores altos de la celeridad de onda de presión, pueden ser inestables. Por su parte, los modelos de dos ecuaciones son más complejos de implementar y computacionalmente demandantes, pero, es posible emplear valores altos de la celeridad de la onda de presión.

La comparación numérico-experimental del cálculo de flujo mixto cuando la entrada en carga se produce desde el extremo aguas abajo o desde el extremo aguas arriba, con presencia de interfases positivas y negativas, muestra una buena concordancia. Así mismo, los métodos de flujo mixto empleados se comportaron de forma estable desde el punto de vista numérico.

El cálculo de flujo mixto con entradas en carga desde el extremo aguas abajo, desde el extremo agua arriba y por ambos extremos de forma simultánea, con presencia de aire [casos como los reportados por Silvestre (1998)], a pesar de no incluir en el modelo la fase de aire, permite calcular de forma correcta la velocidad del frente de onda y las cargas de presión medias. En cambio, se observaron desfases entre las oscilaciones de presión y diferencias apreciables en las cargas de presión, medidas y calculada. La carga de presión máxima para estos casos, es muy diferente en función del mecanismo de la entrada en carga. Así, la carga de presión máxima en el caso de la entrada en carga desde el extremo aguas arriba es de

alrededor de dos veces mayor que en el caso de la entrada en carga desde el extremo aguas abajo, mientras que en el caso de la entrada en carga por ambos extremos es de hasta seis veces mayor.

Algunos modelos implementados en un principio para el cálculo de flujo mixto (método de la ranura de Preissmann y el método de dos ecuaciones con flujo incompresible en presión o método TPA), también se utilizaron para el cálculo del flujo en un conducto completamente a presión y por tanto con un valor alto de la celeridad de la onda de presión; los resultados logrados son satisfactorios, por lo que estos modelos pueden ser empleados en conductos donde ocurra este tipo de flujo.

El método TPA y los métodos de dos ecuaciones desarrollados para el cálculo de flujo en presión en zonas de flujo mixto, con unas ligeras modificaciones son capaces de modelar flujo en presión negativa. En cambio, el método de la ranura de Preissmann desde su concepción fue definido para calcular flujo solamente en lámina libre; aun así, se modificó para emplearlo en el cálculo del flujo con presión negativa. La ocurrencia de este fenómeno no es muy común en redes de alcantarillado, por lo que, solamente se verificó su funcionamiento de los tres métodos.

En el diseño de una red de alcantarillado, no es habitual considerar el efecto del aire atrapado, pero como se observa en los ensayos realizados por Silvestre (1998), su presencia tiene efectos importantes sobre la hidrodinámica del flujo. En este trabajo, se realizó una aplicación con una formulación sencilla para conocer las características del aire delante de un frente de onda en presión y sobre todo el efecto de la presión del aire sobre la hidrodinámica del flujo (sin duda en colectores de grandes longitudes y con poca ventilación como aquellos empleados para almacenamiento en línea el aire puede jugar un papel trascendental). Se pudo observar que el modelo implementado reproduce el fenómeno de forma adecuada: la bolsa de aire delante del frente de onda de presión, por un lado ejerce una fuerza en contra de la dirección del flujo que disminuye velocidad del frente de onda, y por el otro, provoca un aumento en la carga de presión del flujo.

Para cada tipo de flujo descrito, se han reproducido las diferentes singularidades e inestabilidades mencionadas en su momento, excepto las ondas rodadas, que pueden ocurrir en colectores. Es de gran relevancia la transición fondo seco-flujo en lámina libre-flujo en presión, incluida la presencia de aire.

Las uniones juegan un papel fundamental en la modelación numérica de los conductos, ya que estas imponen condiciones de contorno hacia aguas abajo y en función de la elevación de la lámina de agua en la unión hacia aguas arriba. Es por ello que la solución de las mismas de la mejor manera posible sin duda repercutirá en la calidad de los resultados. En este trabajo se implementó la formulación en 1D

usada por la mayoría de códigos existentes, pero además se desarrolló una formulación en 2D empleando las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D. Se evaluó el funcionamiento y desempeño de ambas formulaciones aplicándola a casos hipotéticos pero muy ilustrativos y de gran utilidad, con flujo en lámina libre con régimen lento, régimen rápido y el paso de frentes de onda. Los resultados obtenidos muestran un comportamiento adecuado y congruente entre ambas. La formulación en 2D permite discretizar la unión en uno o más elementos. Esta formulación fue validada con ensayos de laboratorio con resultados satisfactorios. Además, ambas formulaciones se emplearon para modelar redes de alcantarillado que en su momento fueron utilizadas por otros autores empleando formulaciones tipo 1D. Los resultados obtenidos son similares en el caso de la formulación en 1D, en cambio con la formulación 2D, se obtienen algunas diferencias, pero ello no implica que los resultados sean erróneos, más bien todo lo contrario, ya que con esta formulación se puede representar tanto numérica como físicamente el comportamiento del flujo de mejor manera, y por lo tanto más apegada a la realidad.

El intercambio de flujo en ambas direcciones en los elementos de captación (fuentes y sumideros) que permite la conexión entre el sistema de drenaje mayor y el sistema de drenaje menor, se conoce en la literatura técnica como drenaje urbano dual. La estimación de caudales de dicho intercambio en este trabajo se realiza básicamente con dos metodologías: la metodología Flumen y la formulación orificio/vertedero. La primera es aplicable solamente en los sumideros cuando no existe influencia de la carga hidráulica en el sistema de drenaje menor, en caso contrario (con influencia de la carga piezométrica), esta misma metodología fue modificada a través de un factor de reducción de caudales para poder emplearla en los sumideros. La segunda metodología se emplea sobre todo, cuando la reja no ha sido caracterizada, o para las fuentes. La validación de la entrada de flujo, fue validada con datos de laboratorio obteniéndose resultados aceptables. Por otra parte, se utilizó el modelo para el diseño de la localización y distancia entre elementos de captación, para un periodo de retorno estipulado y unas condiciones de peligrosidad determinadas.

En el capítulo 8 se validó el empleo de las ecuaciones de la onda cinemática en 1D y las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D para la transformación lluvia-escurrimiento y propagación del flujo en tejados, con excelentes resultados. Un aspecto a destacar en este sentido, es que con el segundo método, el tiempo de cálculo se incrementa de forma importante.

Las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D fueron empleado en diferentes capítulos del trabajo. Por ejemplo, en el capítulo 7 fue validado en conjunto con la presencia de un sumidero; en el capítulo 8 se utilizó para poner a prueba la condición de secado-mojado, la conservación de masa y la captura de

frentes de onda a través de una rotura de presa; en los capítulos 6 y 8 se empleó en la modelación de la unión de colectores con la formulación en 2D y en el capítulo 6 y 9 se aplicó para la modelación de calles con la presencia de sumideros. Los resultados obtenidos son satisfactorios tanto desde el punto de vista numérico como hidráulico.

10.3 Desarrollos futuros

Como se ha comentado a lo largo del trabajo, en el drenaje urbano se presentan fenómenos hidráulicos variados y complejos. Esta tesis, se centró en los temas relacionados con la hidrodinámica, en algunos de los cuales aún hay necesidad de profundizar en los mismos y en una breve y sencilla, pero ilustrativa introducción al tema de la modelación numérica de aire atrapado en conductos cerrados. Pero, el drenaje urbano no es sólo esto, aún existen temas de gran relevancia, muy amplios y sobre todo complejos, relacionados con el transporte de sedimentos y la contaminación.

El modelo numérico integrado desarrollado e implementado en esta tesis, abre una gran brecha para profundizar en algunos aspectos ya tratados o probar otras condiciones de flujo. La complejidad y amplitud del drenaje urbano hacen imposible abarcar todos sus aspectos en un solo trabajo, y se puede pensar en mejoras del código de cálculo en futuros desarrollos. Además, queda abierta la posibilidad de incluir la modelación de otros fenómenos relacionados. A partir de la evaluación, validación y aplicación del modelo numérico en lo que sigue se hacen una serie de recomendaciones a seguir en la mejora y desarrollo del modelo.

La versión general de la formulación en 1D empleada para la unión de colectores, en ocasiones y sobre todo cuando existe un frente de onda rápido puede tener problemas de convergencia. Para no detener el cálculo se hacen algunas simplificaciones. Para evitar estas simplificaciones, mejoras del algoritmo son necesarias. Para completar la validación de la formulación en 2D en la unión de conductos, sería conveniente el empleo de ensayos de laboratorio.

Como se vio en su momento, el aire atrapado, bajo ciertas circunstancias, puede jugar un papel fundamental. La formación y propagación del aire atrapado en un conducto es un fenómeno hidrodinámico y termodinámico complejo y, con probable variación espacial de la carga de presión en grandes distancias con poca ventilación, por lo que sería provechoso el uso una formulación que contemple el empleo de la ecuación de continuidad y cantidad de movimiento para la fase de aire, para describir las características de ambos flujos.

El empleo de las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D en una zona urbana de gran extensión, podría incrementar el tiempo de cálculo de forma considerable, ello podría ser justificado si el flujo es completamente en 2D, pero si éste fuera claramente en 1D, seguramente se estaría invirtiendo tiempo y esfuerzo en cálculos innecesarios. Por este motivo, se podría implementar un modelo en 1D en calles; en la unión de calles se podría emplear la formulación en 2D o en casos de poco interés la formulación en 1D, ambas empleadas en este trabajo para la unión de conductos.

El cálculo del caudal de intercambio de la metodología Flumen se determina en función de un ancho de media calzada de 3 m. En la estimación del cálculo del caudal de paso en un ancho de 3 m en ocasiones se pueden cometer algunos errores, por lo cual una metodología basada en un ancho unitario sería más adecuada. Por otra parte, la metodología Flumen empleada, asume que el caudal entra al sumidero básicamente por dos lados (por el lado en que el flujo se aproxima al sumidero y por el lado opuesto al bordillo, por lo que la dirección del flujo sobre la calle es de forma paralela a las rejas longitudinales y de forma perpendicular a las rejas transversales), pero el escurrimiento superficial es caprichoso y obedece entre otras a la topografía del terreno y no es raro encontrar flujo con otra dirección principal, por ejemplo cuando un tejado descarga de forma puntual un caudal importante sobre la calle. Por este motivo sería de interés conocer en qué medida dicho caudal de intercambio es modificado.

Con los desarrollos implementados, el cálculo hidráulico del flujo en los tejados, aparte de emplear las ecuaciones de la onda cinemática en 1D, se pueden utilizar las ecuaciones de aguas poco profundas en 2D, aunque en la transición del tejado a la calle éstas pueden no ser aplicables. El empleo ecuaciones de aguas poco profundas en 2D puede llevar a un alto costo computacional, pero, si es necesario conocer el campo de calado y de velocidades en 2D sin perder la calidad de los resultados, una buena opción sería el empleo de las ecuaciones de la onda cinemática en 2D, con la cual se puede mantener dicha precisión en las variables hidráulicas y disminuir el tiempo de cálculo.

El flujo mixto en colectores es un fenómeno complejo, en este trabajo se implementaron tres modelos para su cálculo, todos consideran una celeridad constante. Se podría implementar una celeridad de la onda de presión variable en el tiempo y el espacio para intentar mejorar los resultados cuando existe una entrada en carga por ambos extremos de forma simultánea y cuando un frente de onda de presión se ve afectado por aire atrapado, ya sea delante o entre dos frentes de onda de presión.

Finalmente, en el drenaje urbano existen otros temas tan importantes como complicados, pero de gran interés, como pueden ser el transporte de sedimentos de fondo y en suspensión en la red de

alcantarillado y la carga contaminante. La inclusión de estos procesos en la modelación numérica es de claro interés.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 Abbott, M. B., Havno, K., Hoff Clausen, N. E., and Kej, A. (1982). "A modelling system for the design and operation of storm-sewer networks." *Engineering application of computational hydraulics. Vol. 1: homage to Alexander Preissmann*, M. B. Abbott and J. A. Cunge, eds., Pitman Publishing, London, 11–39.
- 2 Ackers, P., and Harrison, A. J. M. (1964). "Attenuation of flood wave in part full pipes." *Proc. Institution of Civil Engineers, London*, 28(3), 361–382.
- 3 Akan, A. O., and Yen, B. C. (1981). "Diffusion-wave flood routing in channel networks." *Journal of the Hydraulics Division*, 107(6), 719–732.
- 4 Alcrudo, F. (1992). *Esquemas de alta resolución de variación total decreciente para el estudio de flujos discontinuos de superficie libre. Tesis doctoral*, Facultad de Ciencias, Universidad de Zaragoza, Zaragoza, España.
- 5 Alcrudo, F., and García-Navarro, P. (1993). "A high-resolution Godunov-type scheme in finite volume for 2D shallow water equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 16(6), 498–505.
- 6 Alcrudo, F., García-Navarro, P., and Savirón, J. M. (1992). "Flux difference splitting for 1D open channel flow equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 14(9), 1009–1018.
- 7 Aragón-Hernández, J. L., Bladé, E., y Gómez, M. (2011). "Modelación numérica de flujo mixto y bolsas de aire atrapado en colectores pluviales." *II Jornadas de Ingeniería del Agua*, 1–8.
- 8 Aragón-Hernández, J. L., Bladé, E., Gómez, M., Balaguer, A., y Concha, R. (2012). "Desarrollo y aplicación de una herramienta numérica para modelar las fases del drenaje urbano dual." *XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, 1–10.
- 9 Aragón-Hernández, J. L., Concha, R., Bladé, E., y Gómez, M. (2009). "Comparación de dos esquemas numéricos en la modelación de flujo mixto en colectores pluviales." *I Jornadas de Ingeniería del Agua*, Madrid, España, 1–9.
- 10 Barbero, C. D. (2001). *Estudio experimental del flujo superficial con pequeños calados en vías urbanas. Influencia sobre las condiciones de captación de un imbornal. Tesis de grado*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, 71 pp.
- 11 Barnett, A. G. (2010). "Application of Godunov-type schemes to transient mixed flows." *Journal of Hydraulic Research*, 48(5), 686–688.

- 12 Bermúdez, A., and Vázquez-Cendón, M. E. (1994). "Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms." *Computers and Fluids*, 23(8), 1049–1071.
- 13 Best, J. L., and Reid, I. (1984). "Separation zone at open-channel junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(11), 1588–1594.
- 14 Bladé, E. (2005). "Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado con esquemas en volúmenes finitos en una y dos dimensiones." *Tesis doctoral*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España.
- 15 Bladé, E., y Gómez, M. (2006). *Modelación del flujo en lámina libre sobre cauces naturales. Análisis integrado en una y dos dimensiones. Monografía No. 97*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Universitat Politècnica de Catalunya, 227 pp.
- 16 Bladé, E., Gómez-Valentín, M., Dolz, J., Aragón-Hernández, J. L., Corestein, G., and Sánchez-Juny, M. (2012). "Integration of 1D and 2D finite volume schemes for computations of water flow in natural channels." *Advances in Water Resources*, 42, 17–29.
- 17 Bladé, E., Gómez-Valentín, M., Sánchez-Juny, M., and Dolz, J. (2008). "Preserving Steady-State in one-dimensional finite-volume computations of river." *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9), 1343–1347.
- 18 Blazek, J. (2005). *Computational fluid dynamics: principles and applications*. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 470 pp.
- 19 Bourdarias, C., Ersoy, M., and Gerbi, S. (2009). "Air entrainment in transient flows in closed water pipes: a two-layer approach." *Journal of Computational Physics*, 1(1), 1–15.
- 20 Bourdarias, C., and Gerbi, S. (2007). "A finite volume scheme for a model coupling free surface and pressurised flows in pipes." *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 209(1), 109–131.
- 21 Bourdarias, C., and Gerbi, S. (2008). "A conservative model for unsteady flows in deformable closed pipes and its implicit second-order finite volume discretisation." *Computers and Fluids*, 37(10), 1225–1237.
- 22 Bousso, S., Daynou, M., and Fuamba, M. (2013). "Numerical modeling of mixed flows in storm water systems: critical review of literature." *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(4), 385–396.
- 23 Bradford, S. F., and Sanders, B. F. (2002). "Finite-volume model for shallow-water flooding of arbitrary topography." *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(3), 289–298.
- 24 Brown, S. A., Stein, S. M., and Warner, J. C. (2001). *Urban drainage design manual. Hydraulic Engineering Circular No. 22*. Federal Highway Administration, FHWA-NHI-01-121, Washington, D. C.
- 25 Brufau, P., and García-Navarro, P. (2000). "Two-dimensional dam break flow simulation." *International Journal for Numerical methods in Fluids*, 33(1), 35–57.

- 26 Brufau, P., Garcia-Navarro, P., and Vazquez-Cendón, M. (2004). "Zero mass error using unsteady wetting–drying conditions in shallow flows over dry irregular topography." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 45(10), 1047–1082.
- 27 Capart, H., Bogaerts, C., and Kevers-Leclercq, J. (1999). "Robust numerical treatment of flow transitions at drainage pipe boundaries." *Water Science and Technology*, 39(9), 113–120.
- 28 Capart, H., Sillen, X., and Zech, Y. (1997). "Numerical and experimental water transients in sewer pipes." *Journal of Hydraulic Research*, 35(5), 659–672.
- 29 Cardle, J. A., and Song, C. C. S. (1988). "Mathematical modelling of unsteady flow in storm sewers." *International Journal of Engineering Fluid Mechanics*, 1(4), 495–518.
- 30 Cardle, J. A., Song, C. C. S., and Yuan, M. (1989). "Measurements of mixed transient flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(2), 169–182.
- 31 Carlos, M., Arregui, F., Cabrera, E., and Palau, C. (2011). "Understanding air release through air valves." *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(4), 461–469.
- 32 Chapra, S. C. (2005). *Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists*. McGraw-Hill, New York, USA, 653 pp.
- 33 Chaudhry, M. H. (1987). *Applied hydraulic transients*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, USA, 521 pp.
- 34 Chaudhry, M. H. (1993). *Open channel flow*. Prentice Hall, New Jersey, USA, 483 pp.
- 35 Chaudhry, M. H., Bhallamudi, S. M., Martin, C. S., and Naghash, M. (1990). "Analysis of transient pressures in bubbly, homogeneous, gas-liquid mixtures." *Journal of Fluids Engineering*, 112(2), 225–231.
- 36 Chen, A. S., Hsu, M. H., Chen, T. S., and Chang, T. J. (2005). "An integrated inundation model for highly developed urban areas." *Water Science and Technology*, 51(2), 221–229.
- 37 Chiang, C. Y., and Bedient, P. B. (1986). "PIBS model for surcharged pipe flow." *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(3), 181–192.
- 38 CIMNE. (2012). "The personal pre and post-processor. Reference manual."
- 39 CLABSA. (2007). *PICBA07, Plan Integral de Alcantarillado de Barcelona*. Clavegueram de Barcelona S.A., Barcelona, España.
- 40 Coquel, F., El Amine, K., Godlewski, E., Perthame, B., and Rascle, P. (1997). "A numerical method using upwind schemes for the resolution of two-phase flows." *Journal of Computational Physics*, 136(2), 272–288.
- 41 Corestein, G., and Bladé, E. (2008). "CARPA, a problem type for free surface flow." *4th Conference on Advances and Aplicatios of GiD*, 46–60.
- 42 Cunge, J. A., and Wegner, M. (1964). "Intégration numérique des équations d'écoulement de Barré de Saint-Venant par un schéma implicite de différences finies." *La Houille Blanche*, 22(1), 33–39.

- 43 Delleur, J. W. (2003). "The evolution of urban hydrology: past, present, and future." *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(8), 563–573.
- 44 Despotovic, J., Plavsic, J., Stefanovic, N., and Pavlovic, D. (2005). "Inefficiency of storm water inlets as a source of urban floods." *Water Science and Technology*, 51(2), 139–145.
- 45 Djokic, D., and Maidment, D. R. (1991). "Terrain analysis for urban stormwater modeling." *Hydrological Processes*, 5(1), 115–124.
- 46 Djordjevic, S., Prodanovic, D., and Maksimovic, C. (1999). "An approach to simulation of dual drainaje." *Water Science and Technology*, 39(9), 95–103.
- 47 Djordjevic, S., Prodanovic, D., Maksimovic, C., Ivetic, M., and Savic, D. (2005). "SIPSON-simulation of interaction between pipe flow and surface overland flow in networks." *Water Science and Technology*, 52(5), 275–283.
- 48 Dolz, J., y Gómez, M. (1994). "Problemática del drenaje de aguas pluviales en zonas urbanas y del estudio hidráulico de las redes de colectores." *Ingeniería del Agua*, 1(1), 55–66.
- 49 Ferziger, J. H., and Peric, M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 423 pp.
- 50 Fraccarollo, L., and Toro, E. F. (1995). "Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems." *Journal of Hydraulic Research*, 33(6), 843–864.
- 51 Fuamba, M. (2002). "Contribution on transient flow modelling in storm sewers." *Journal of Hydraulic Research*, 40(6), 685–693.
- 52 García-Navarro, P., and Hubbard, M. E. (1995). "Genuinely multidimensional upwinding for the 2D shallow water equations." *Journal of Computational*, 121(1), 79–93.
- 53 García-Navarro, P., Priestley, A., and Alcrudo, F. (1994). "An implicit method for water flow modelling in channels and pipes." *Journal of Hydraulic Research*, 32(5), 721–742.
- 54 García-Navarro, P., and Savirón, J. M. (1992). "Numerical simulation of unsteady flow at open channel junctions." *Journal of Hydraulic Research*, 30(5), 595–609.
- 55 Ghidaoui, M. S., Zhao, M., McInnis, D. A., and Axworthy, D. H. (2005). "A review of water hammer theory and practice." *Applied Mechanics Reviews*, 58, 49–76.
- 56 Giuseppe, G., and Hager, W. H. (2001). "Supercritical flow in 45° junction manhole." *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 127(2), 100–108.
- 57 Glaister, P. (1988). "Approximate Riemann solutions of the shallow water equations." *Journal of Hydraulics Research*, 26(3), 293–306.
- 58 Godlewski, E., and Raviart, P. (1996). *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*. Springer-Verlag, New York, USA, 590 pp.

- 59 Godunov, S. K. (1959). "A difference method for the numerical calculation of discontinuous solutions of equations of hydrodynamics." *Matematicheski Sbornik*, 47(89), 271–306.
- 60 Gómez, M. (1988). *Contribución al estudio del movimiento variable en lámina libre en las redes de alcantarillado. Aplicaciones. Tesis doctoral*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España.
- 61 Gómez, M. (2008a). "Transformación lluvia-caudal mediante uso de la onda cinemática." *Curso de hidrología urbana*, M. Gómez, ed., Alfambra, Barcelona, España, 407 pp.
- 62 Gómez, M. (2008b). *Curso de hidrología urbana*. Alfambra, Barcelona, 407 pp.
- 63 Gómez, M. (2008c). "Análisis del comportamiento hidráulico de rejillas y sumideros." *Curso de hidrología urbana*, M. Gómez, ed., Alfambra, Barcelona, España, 407 pp.
- 64 Gómez, M. (2008d). "Estudio e instrumentación de una cuenca urbana en el municipio de Sant Boi de Llobregat." *Curso de hidrología urbana*, M. Gómez, ed., Alfambra, Barcelona, España, 407 pp.
- 65 Gómez, M., and Achiaga, V. (2001). "Mixed flow modelling produced by pressure fronts from upstream and downstream extremes." *6th International Conference on Urban Drainage Modeling*, Reston, Va, 461–470.
- 66 Gómez, M., Macchione, F., y Russo, B. (2009). "Comportamiento hidráulico de las calles durante lluvias extremas en zonas urbanas." *Ingeniería Hidráulica en México*, 24(3), 51–62.
- 67 Gómez, M., and Russo, B. (2009). "Hydraulic efficiency of continuous transverse grates for paved areas." *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 135(2), 225–230.
- 68 Gómez, M., and Russo, B. (2011). "Methodology to estimate hydraulic efficiency of drain inlets." *Water Management*, 164(2), 81–90.
- 69 Gottardi, G., and Venutelli, M. (2008). "An accurate time integration method for simplified overland flow models." *Advances in Water Resources*, 31(1), 173–180.
- 70 GTSRSDU. (2008). *Guía técnica sobre redes de saneamiento y drenaje urbano*. CEDEX, Madrid, España, 635 pp.
- 71 Guinot, V. (2001). "Numerical simulation of two-phase in pipes using Godunov method." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(5), 1169–1189.
- 72 Guo, J. C. Y. (2000). "Design of grate inlets with a clogging factor." *Advances in Environmental Research*, 4(3), 181–186.
- 73 Guo, J. C. Y. (2006). "Design of street curb opening inlets using a decay-based clogging factor." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(11), 1237.
- 74 Guo, J. C. Y., MacKenzie, K. A., and Mommandi, A. (2009). "Design of street sump inlet." *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(11), 1000–1004.
- 75 Guo, Q., and Song, C. C. S. (1990). "Surging in urban storm drainage systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(12), 1523–1537.

- 76 Gurram, S. K., Karki, K. S., and Hager, W. H. (1997). "Subcritical junction flow." *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(5), 447–455.
- 77 Hager, W. H. (1989a). "Supercritical flow in channel junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(5), 595–615.
- 78 Hager, W. H. (1989b). "Transitional flow in channel junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(2), 243–259.
- 79 Hamam, M. A., and McCorquodale, J. A. (1982). "Transients conditions in the transition from gravity to surcharged sewer flow." *Canadian Journal of Civil Engineering*, 9(2), 189–196.
- 80 Harten, A., and Hyman, P. (1983). "Self adjusting grid methods for one-dimensional hyperbolic conservation laws." *Journal of Computational Physics*, 50(2), 235–269.
- 81 HEC-1. (1990). *Flood hydrograph package: user's manual*. U. S. Army Corps of Engineers, Davis, California.
- 82 Hibiki, T. (2003). "One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(25), 4935–4948.
- 83 Hirsch, C. (2007). *Numerical computation of internal and external flows: the fundamentals of computational fluid dynamics*. Butterworth-Heinemann, Great Britain, 656 pp.
- 84 Horritt, M. S., and Bates, P. D. (2002). "Evaluation of 1D and 2D numerical models for predicting river flood inundation." *Journal of Hydrology*, 268(1-4), 87–99.
- 85 Hsu, C. C., Lee, W. J., and Chang, C. H. (1998). "Subcritical open-channel junction flow." *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(8), 847–855.
- 86 Hsu, M. H., Chen, S. H., and Chang, T. G. (2000). "Inundation simulation for urban drainage basin with storm sewer system." *Journal of Hydrology*, 234(1), 21–37.
- 87 Hubbard, M. E., and García-Navarro, P. (2000). "Flux difference splitting and the balancing of source terms and flux gradients." *Journal of Computational Physics*, 165(1), 89–125.
- 88 HW. (1997). "HydroWorks DM 3.03. Help on line." Wallingford Software. Ltd. and Anjou Recherche.
- 89 James, W., and James, R. C. (2000). *Water systems Models (2). Hydraulics: a guide to the extran, transport and storage treatment modules of the USEPA SWWM 4*. CHI, Guelph, Ontario, Canada, 295 pp.
- 90 Ji, Z. (1998). "General hydrodynamic model for sewer/channel network systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(3), 307–315.
- 91 Johnson, F. L., and Chang, F. M. (1984). "Drainage of highway pavements. Hydraulic circular No. 12." Federal Highway Administration, FHWA-TS-84-202, Washington, D. C.

- 92 Johnston, A. J., and Volker, R. E. (1989). "Head losses at junction boxes." *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(3), 326–341.
- 93 Kerger, F., Archambeau, P., Erpicum, S., Dewals, B. J., and Piroton, M. (2011). "A fast universal solver for 1D continuous and discontinuous steady flows in rivers and pipes." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(1), 38–48.
- 94 Kidd, C. H. R., and Helliwell, P. R. (1977). "Simulation of the inlet hydrograph for urban catchments." *Journal of Hydrology*, 35(1-2), 159–172.
- 95 Kim, J., Warnock, A., Ivanov, V. Y., and Katopodes, N. D. (2012). "Coupled modeling of hydrologic and hydrodynamic processes including overland and channel flow." *Advances in Water Resources*, 37, 104–126.
- 96 Leandro, J., Chen, A. S., Djordevic, S., and Savić, D. A. (2009). "Comparison of 1D/1D and 1D/2D coupled (sewer/surface) hydraulic models for urban flood simulation." *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(6), 195–504.
- 97 León, A. S., Ghidaoui, M. S., Schmidt, A. R., and García, M. (2010). "A robust two-equation model for transient-mixed flows." *Journal of Hydraulic Research*, 48(1), 44–56.
- 98 León, A. S., Ghidaoui, M. S., Schmidt, A. R., and García, M. H. (2006). "Godunov-type solutions for transient flows in sewers." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(87), 800–813.
- 99 León, A. S., Ghidaoui, M. S., Schmidt, A. R., and García, M. H. (2008). "Efficient second-order accurate shock-capturing scheme for modelling one and two-phase water hammer flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(7), 970–983.
- 100 León, A. S., Ghidaoui, M. S., Schmidt, A. R., and García, M. H. (2009). "Application of Godunov-type schemes to transient mixed flows." *Journal of Hydraulic Research*, 47(2), 147–156.
- 101 León, A. S., Liu, X., Ghidaoui, M. S., Schmidt, A. R., and García, M. H. (2010). "Junction and drop-shaft boundary conditions for modeling free-surface, pressurized, and mixed free-surface pressurized transient flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(10), 705–715.
- 102 Li, J., and McCorquodale, J. A. (1999). "Modeling mixed flow in storm sewers." *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(11), 1170–1180.
- 103 Liu, G., and Liu, M. (2003). *Smoothed particle hydrodynamics : a meshfree particle method*. World Scientific, Cop., New Jersey, USA, 449 pp.
- 104 Macchione, F., and Morelli, M. A. (2003). "Practical aspects in comparing shock-capturing schemes for dam break problems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(3), 187–195.
- 105 Maksimović, C., Prodanović, D., Boonya-Aronnet, S., Leitao, J. P., Djorjevic, S., and Allitt, R. (2009). "Overland flow and pathway analysis for modelling of urban pluvial flooding." *Journal of Hydraulic Research*, 47(4), 512–523.

- 106 Mark, O., Weesakul, S., Apirumanekul, C., S., B.-A., and Djordjevic, S. (2004). "Potential and limitations of 1D modeling of urban flooding." *Journal of Hydrology*, 299(3-4), 284–299.
- 107 Marsalek, J. (1984). "Head losses at sewer junction manholes." *Journal of hydraulic engineering*, 110(8), 1150–1154.
- 108 Martin, C. S. (1976). "Entrapped air in pipelines." *2nd International Conference on Pressure Surges*, British Hydrodynamics Research Association, 15–28.
- 109 Monte, V., y Marco, J. B. (1992). "Formación de la escorrentía urbana. Procesos físicos y métodos de cálculo." *Inundaciones y redes de drenaje urbano*, J. Dolz, M. Gómez, y J. P. Martín, eds., Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, España, 428 pp.
- 110 Morgali, J., and Linsley, R. (1965). "Computer analysis of overland flow." *Journal of Hydraulics Division*, 91(3), 81–100.
- 111 Múrcia, A. (2011). *Estudio de la cuenca de La Riereta en Sant Boi de Llobregat mediante un modelo de drenaje dual usando SWMM 5. Tesis de grado*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, 108 pp.
- 112 Nanía, L., y Gómez, M. (2004). *Ingeniería Hidrológica*. Grupo Editorial Universitario, España, 278 pp.
- 113 Nasello, C., and Tucciarelli, T. (2005). "Dual multilevel urban drainage model." *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(9), 748–754.
- 114 Nicklow, J. W. (2004). "Design of stormwater inlets." *Urban stormwater management tools*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, New York, USA, 320 pp.
- 115 Noto, L., and Tucciarelli, T. (2001). "DORA algorithm for network flow models with improved stability and convergence properties." *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(5), 380–391.
- 116 Pedersen, F. B., and Mark, O. (1990). "Head losses in storm sewer manholes: submerged yet theory." *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(11), 1317–1328.
- 117 Politano, M., Odgaard, A. J., and Klecan, W. (2007). "Case study: numerical evaluation of hydraulic transients in a combined sewer overflow tunnel system." *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(10), 1103–1110.
- 118 Preissmann, A. (1961). "Propagation des intumescences dans les canaux et rivière." *Proceedings, 1st Congress Association Francaise de Calcul*, Grenoble, AFC, París, France, 433–442.
- 119 Price, R. K. (2000). "Hydroinformatics and urban drainage : an agenda for the beginning of the 21st century." *Journal of Hydroinformatics*, 2(2), 133–147.
- 120 Puertas, J., Suárez, J., y Anta, J. (2008). "Diseño de sistemas de saneamiento y drenaje: nuevos objetivos y conceptos." *Gestión de las aguas pluviales. Implicaciones en el diseño de los sistemas de saneamiento y drenaje urbano*, J. Puertas, J. Suárez, y J. Anta, eds., CEDEX, Madrid, España, 600 pp.

- 121 Ramamurthy, A. S., Carballada, L. B., and Tran, D. M. (1988). "Combining open channel flow at right angled junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12), 1449–1460.
- 122 Ramamurthy, A. S., and Zhu, W. (1997). "Combining flows in 90° junctions of rectangular closed conduits." *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(11), 1012–1019.
- 123 Rodi, W. (2000). *Turbulence models and their application in hydraulics: a state of the art review*. IAHR, Rotterdam, The Netherlands, 105 pp.
- 124 Roe, P. L. (1981). "Approximate Riemann solvers, parameters vectors and difference schemes." *Journal of Computational Physics*, 43(9), 357–372.
- 125 Russo, B. (2009). *Design of surface drainage systems according to hazard criteria related to flooding of urban areas. Tesis doctoral*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, 278 pp.
- 126 Sánchez-Juny, M., Bladé, E., y Pomares, J. (2007). *Estudi hidràulic en model reduït de la cambra de la xarxa de clavegueram situada al carrer de Mallorca a Rubí (Vallès occidental)*. Barcelona, España, 15 pp.
- 127 Sanders, B. F., and Bradford, S. F. (2011). "Network implementation of the two-component pressure approach for transient flow in storm sewers." *Journal of Hydraulic Engineering*, 137(2), 158–172.
- 128 Sanders, B. F., Green, C. L., Chu, A. K., and Grant, S. B. (2001). "Case study: modeling tidal transport of urban runoff in channels using the finite-volume method." *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(10), 795–804.
- 129 Schmitt, T., Thomas, M., and Ettrich, N. (2004). "Analysis and modeling of flooding in urban drainage systems." *Journal of Hydrology*, 299(3-4), 300–311.
- 130 Serre, M., Odgaard, A. J., and Elder, R. A. (1994). "Energy loss at combining pipe junction." *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(7), 808–830.
- 131 Sevuk, A. S., Yen, B. C., and Peterson, G. E. (1973). *Illinois storm sewer system simulation model: user's manual. Research report no. 73*. Urbana, IL, 36 pp.
- 132 Shabayek, S., Steffler, P., and Hicks, F. E. (2002). "Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(9), 821–828.
- 133 Silvestre, F. (1998). *Estudio experimental de la entrada en presión por ambos extremos en conductos de redes de alcantarillado. Tesis de grado*, DEHMA, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, 98 pp.
- 134 Smith, M. B. (1993). "A gis-based distributed parameter hydrologic model for urban areas." *Hydrological Processes*, 7(1), 45–61.
- 135 Smith, M. B. (2006). "Comment on 'Analysis and modeling of flooding in urban drainage systems'." *Journal of Hydrology*, 317(3-4), 355–363.

- 136 Song, C. C. S., Cardle, J. A., and Leung, K. S. (1983). "Transient mixed-flow models for storm sewers." *Journal of Hydraulic Engineering*, 109(11), 1487–1504.
- 137 Swamee, P., and Jain, A. (1976). "Explicit equations for pipe-flow problems." *Journal of the Hydraulics Division*, 102(5), 657–664.
- 138 Tan, W. Y. (1992). *Shallow water hydrodynamics: mathematical theory and numerical solution for a two-dimensional system of shallow water equations*. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 434 pp.
- 139 Toro, E. F. (1999). *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*. Springer, Berlin, Germany, 624 pp.
- 140 Toro, E. F. (2000). "NUMERICA: a library of source codes for teaching, research and applications. HYPER-WAT. Methods for the shallow water equations." Numeritek Limited UK. Software.
- 141 Toro, E. F. (2001). *Shock-capturing methods for free surface shallow flows*. John Wiley and Sons, LTD, Chichester, U. K., 309 pp.
- 142 Toro, E. F., and García-Navarro, P. (2008). "Godunov-type methods for free shallow flows: a review." *Journal of Hydraulic Research*, 45(6), 736–751.
- 143 Trajkovic, B., Ivetic, M., Calomino, F., and D'Ippolito, A. (1999). "Investigation of transition from free surface to pressurized flow in a circular pipe." *Water Science and Technology*, 39(9), 105–112.
- 144 Tseng, M. H., Hsu, C. A., and Chu, C. R. (2001). "Channel routing in open-channel flows with surges." *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(2), 115–122.
- 145 Tu, J., Yeoh, G., and Liu, C. (2008). *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Butterworth-Heinemann, USA, 459 pp.
- 146 Vasconcelos, J. G., and Wright, S. J. (2005). "Experimental investigation of surges in a stormwater storage tunnel." *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(10), 853–861.
- 147 Vasconcelos, J. G., and Wright, S. J. (2009). "Investigation of rapid filling of poorly ventilated stormwater storage tunnels." *Journal of Hydraulic Research*, 47(5), 547–558.
- 148 Vasconcelos, J. G., Wright, S. J., and Roe, P. L. (2006). "Improved simulation of flow regime transition in sewers: two-component pressure approach." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(6), 553–562.
- 149 Vázquez-Cendón, M. E. (1999). "Improved treatment of source terms in upwind schemes for the shallow water equations in channels with irregular geometry." *Journal of Computational Physics*, 148(2), 497–526.
- 150 Versteeg, H., and Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Person Education Limited, Harlow, England, 242 pp.
- 151 Vojinovic, Z., and Tutulic, D. (2009). "On the use of 1D and coupled 1D-2D modelling approaches for assessment of flood damage in urban areas." *Urban Water Journal*, 6(3), 183–199.

- 152 Wang, K., Shen, Q., and Zhan, B. (2003). "Modeling propagation of pressure surges with the formation of an air pocket in pipelines." *Computers and Fluids*, 32(9), 1179–1194.
- 153 Wiggert, D. C. (1972). "Transient flow in free-surface, pressurized systems." *Journal of the Hydraulics Division*, 98(HY1), 11–27.
- 154 Wright, S. J., Vasconcelos, J. G., Creech, C. T., and Lewis, J. W. (2008). "Flow regime transition mechanisms in rapidly filling stormwater storage tunnels." *Environmental Fluid Mechanics*, 8(5-6), 605–616.
- 155 Wylie, E. B., Streeter, V. L., and Suo, L. (1993). *Fluid transients in systems*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New York, 463 pp.
- 156 Yen, B. C. (1978). "Hydraulic instabilities of storm sewer flows." *Proceedings of the 1st International Conference, Urban Storm Drainage*, P. R. Helliwell, ed., Wylie-Interscience, New York, USA, 282–293.
- 157 Yen, B. C. (1986). "Hydraulics of sewers." *Advances in Hydroscience*, Vol. 14, C. Chen, ed., Academic Press, Orlando, FL, USA, 1–122 pp.
- 158 Yen, B. C. (2004). "Hydraulics of sewer Systems." *Stormwater collection systems desing handbook*, L. W. Mays, ed., McGraw-Hill, New York, USA, 105 pp.
- 159 Yen, B. C., and Pansic, N. (1980). *Surcharge of sewer systems*. Water Resources Center, University of Illinois, 61 pp.
- 160 Zhao, C. H., Zhu, D. Z., and Rajaratnam, N. (2006). "Experimental study of surcharged flow at combining sewer junctions." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(12), 1259–1271.
- 161 Zhou, F., Hicks, F. E., and Steffler, P. M. (2002). "Transient flow in a rapidly filling horizontal pipe containing trapped air." *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(6), 625–634.
- 162 Zikanov, O. (2010). *Essential computational fluid dynamics*. John Wiley and Sons, Inc., New Jersey, USA, 302 pp.